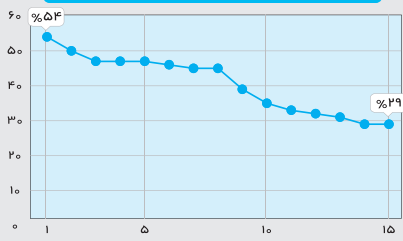


ریاضی و آمار (۱)

در این کتاب، برای هر درس، جدول و نمودار چیدمان سؤال‌ها مانند نمودارهای زیر تهیه شده است. در هر جدول تعداد و شماره سؤال‌ها مشخص شده است و نمودارها بر اساس درصد گزینه دام و شماره سؤال‌ها تنظیم شده‌اند.

چیدمان سؤال‌ها به ترتیب نزولی درصد گزینه دام است. سؤال‌هایی که درصد گزینه دام آن‌ها بیش‌تر است در ابتدای هر فصل درج شده‌اند.

تابع



سؤال دامدار

۱۵

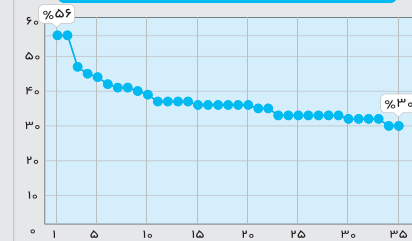
شماره سؤال

۵۰ تا ۳۶

درصد گزینه دام

از ۵۴٪ تا ۲۹٪

معادله درجه دوم



سؤال دامدار

۳۵

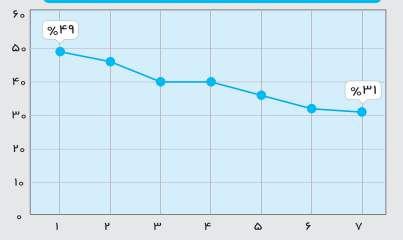
شماره سؤال

۳۵ تا ۱

درصد گزینه دام

از ۵۶٪ تا ۳۰٪

نمایش داده‌ها



سؤال دامدار

۷

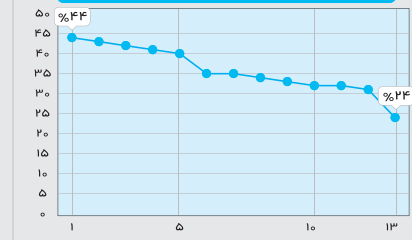
شماره سؤال

۷۰ تا ۶۴

درصد گزینه دام

از ۴۹٪ تا ۳۱٪

کار با داده‌های آماری



سؤال دامدار

۱۳

شماره سؤال

۶۳ تا ۵۱

درصد گزینه دام

از ۴۴٪ تا ۲۴٪

معرفی نشانه‌ها

در پاسخ هر سؤال سه نشانه زیر را مشاهده می‌کنید:



دام آموزشی

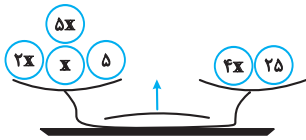


نکته آموزشی



پاسخ تشریحی

۱- اگر در شکل زیر طرف چپ ترازو برابر طرف راست آن باشد، در این صورت حاصل هر کفه کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۹۰ (۴)



۲- در حل معادله $3x^2 + 4x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟



- $\frac{4}{3}$ (۱)
- $\frac{1}{9}$ (۲)
- $\frac{2}{3}$ (۳)
- $\frac{20}{9}$ (۴)

۳- ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی که طول آنها از دو برابر عرض آنها یک واحد کم‌تر است، برحسب طول آنها کدام است؟



- $P(x) = 3x - 1$ (۱)
- $P(x) = 3x + 1$ (۳)
- $P(x) = 6x - 2$ (۲)
- $P(x) = 6x + 2$ (۴)

۴- مادری تعدادی شکلات را بین خودش و اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند، اما برای این که به هر نفر تعداد بیش‌تری شکلات برسد، سهم خودش را می‌بخشد و بار دیگر همه شکلات‌ها را بین اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند که در این صورت سهم هر فرد $\frac{1}{6}$ بیش‌تر می‌شود. تعداد اعضای خانواده (به همراه مادر) چندتاست؟



- ۶ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۵- تعداد جواب‌های معادله $\frac{10}{x-3} - \frac{5x-5}{x-3} = 2$ کدام است؟



- ۳ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۴ معادله جواب ندارد. (۴)

۶- معادله $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{20}{x^2-x-6}$ دارای دارم.



- (۱) فقط یک ریشه مثبت دارد.
- (۲) فقط یک ریشه منفی دارد.
- (۳) دو ریشه منفی دارد.
- (۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

۷- در یک فلک تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی $\frac{1}{5}$ برابر تعداد اسکناس‌های ۵۰۰۰ تومانی است. اگر مجموع پول فلک ۱۶۰۰۰۰ تومان باشد، تعداد کل اسکناس‌های داخل فلک چند تاست؟



- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۸۰ (۴)

۸- به ازای چه مقادیری از a ، معادله درجه دوم $ax^2 + x - a + 1 = 0$ دو ریشه یکسان دارد؟



- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$ (۲)
- ۱ (۳)
- صفر (۴)

۹- اگر $x = 5$ ریشه معادله $\frac{4}{x-a} + \frac{2x-2}{x+a} = 3$ باشد، در این صورت ریشه دیگر آن کدام می‌تواند باشد؟



- $\frac{1}{3}$ و 9 (۱)
- 9 و $\frac{1}{3}$ (۲)
- 9 و $-\frac{1}{3}$ (۳)
- 9 و $\frac{1}{3}$ (۴)

۱۰- یک کلاغ سیاه به‌دسته‌ای از کبوترهای سفید نزدیک شد و از یکی از آنها پرسید: شما چند تا هستید؟ «کبوتر گفت: ما و خمس ما و ربعی از خمس ما اگر تو هم با ما شوی جملگی ۲۲۶ می‌شویم»، تعداد کبوترها چندتاست؟



- ۳۶ (۱)
- ۴۵ (۲)
- ۲۲۵ (۳)
- ۱۰۰ (۴)

کانون فرهنگی آموزش

۱۱- حروف الفبای فارسی از (الف) تا (ی) را به ترتیب از ۱ تا ۳۲ شماره گذاری کرده ایم. هر حرف بدون نقطه با شماره آن حرف از ۱ تا ۳۲ مشخص می شود. حروف نقطه دار به صورت ax^n مشخص می شوند که در آن a شماره حرف الفبا و n تعداد نقاط حرف مورد نظر است. در معادل ریاضی کلمه ای، جملات با درجه یکسان را با هم جمع کرده ایم و حاصل $2 + 60x^2 + 16x^3$ شده است. این کلمه به صورت کدام گزینه می تواند باشد؟

تاریخ آزمون
۱۴۰۰/۰۸/۰۷

- (۱) چیستان
(۲) شقایق
(۳) اشتیاق
(۴) پیرایش

۱۲- حاصل ضرب ریشه های معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ رو به رو کدام است؟

تاریخ آزمون
۹۵/۰۶/۲۶

- (۱) -۲
(۲) -۳
(۳) $-\frac{1}{3}$
(۴) ۳

۱۳- اختلاف جواب های معادله $4x^2 = (x-7)^2$ کدام است؟

تاریخ آزمون
۹۸/۰۸/۰۳

- (۱) $\frac{14}{3}$
(۲) $\frac{7}{6}$
(۳) $\frac{7}{3}$
(۴) $\frac{28}{3}$

۱۴- اگر ریشه کوچکتر معادله $x^2 + 4x - 1 = 0$ به صورت $\alpha - \sqrt{\beta}$ باشد، در این صورت حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

تاریخ آزمون
۹۸/۰۹/۰۱

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۵
(۴) ۷

۱۵- رابطه بین طول و عرض یک مستطیل به صورت $y = \frac{2}{3}x - 3$ است که در آن x طول و y عرض مستطیل است. اگر عرض مستطیل ۴ واحد افزایش یابد و با توجه به رابطه $y = \frac{2}{3}x - 3$ طول نیز تغییر کند، محیط مستطیل چند واحد افزایش خواهد یافت؟

تاریخ آزمون
۹۸/۱۱/۲۵

- (۱) ۲۰
(۲) ۱۰
(۳) ۱۶
(۴) ۲۴

۱۶- دو برابر عددی به علاوه ۷، مساوی تفاضل سه برابر آن عدد از ۱۷ است. آن عدد کدام است؟

تاریخ آزمون
۹۹/۰۵/۱۰

- (۱) ۲
(۲) ۲۴
(۳) -۲
(۴) -۱۰

۱۷- دو شیر A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می کند و اگر دو شیر را با هم باز کنیم، استخر در ۱۲ ساعت پر می شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می شود؟

تاریخ آزمون
۹۸/۰۹/۰۱

- (۱) ۴
(۲) ۱۴
(۳) ۳۰
(۴) ۲۰

۱۸- کدام گزینه در مورد معادله $9x^2 + 3x - 2 = 0$ درست است؟

تاریخ آزمون
۹۵/۱۱/۰۸

- (۱) معادله دارای ۲ ریشه مثبت است.
(۲) برای تجزیه عبارت $(9x^2 + 3x - 2)$ از اتحاد مربع دو جمله ای استفاده می کنیم.
(۳) معادله دارای ۲ ریشه منفی است.
(۴) اختلاف جواب های معادله برابر با ۱ است.

۱۹- می خواهیم اندازه مساحت یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه x و $2x$ برابر با اندازه محیط مربعی به ضلع $x + 1$ گردد. طول ضلع قائمه بزرگ تر کدام است؟

تاریخ آزمون
۹۶/۰۹/۱۷

- (۱) $2 \pm 2\sqrt{2}$
(۲) فقط $2 + 2\sqrt{2}$
(۳) $4 \pm 4\sqrt{2}$
(۴) فقط $4 + 4\sqrt{2}$

۲۰- کدام معادله زیر، یک معادله درجه دوم است؟

تاریخ آزمون
۹۹/۱۱/۱۰

- (۱) $2(x-1)^2 + 5x - 2x^2 = 0$
(۲) $(x-1)(x-1)^2 - x^2 + 3x = 1$
(۳) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$
(۴) $\frac{1}{x} - x^2 + 10x = \frac{x^2}{2} - 6x$

۲۱- ریشه های کدام معادله زیر، قرینه معکوس یکدیگرند؟

تاریخ آزمون
۹۷/۱۱/۰۵

- (۱) $2x^2 + 3x - 8 = 0$
(۲) $5x^2 + 7x - 5 = 0$
(۳) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$
(۴) $x^2 - 144 = 0$

۲۲- تعداد جواب‌های کدام معادله از بقیه کم‌تر است؟



$\Delta x^2 + 80 = 0$ (۴)

$(2x - 1)^2 - 25 = 0$ (۳)

$4x^2 - 100 = 0$ (۲)

$\frac{x^2}{4} = 3x$ (۱)

۲۳- ریشه‌های معادله $(3 - \sqrt{2})x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$ کدام‌اند؟



$1, \frac{-\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ (۴)

$1, \frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ (۳)

$-1, \frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$ (۲)

$-1, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 3}$ (۱)

۲۴- اگر معادله $x^2 + ax + b = 0$ دارای ریشه مضاعف ۲ باشد، a کدام است؟



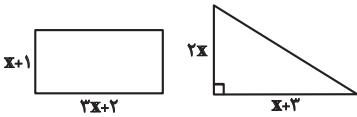
-2 (۲)

2 (۱)

(۴) a هر مقداری می‌تواند داشته باشد.

-4 (۳)

۲۵- اگر مجموع مساحت‌های مثلث و مستطیل داده شده ۲۳ واحد مربع باشد، در این صورت محیط مستطیل کدام است؟



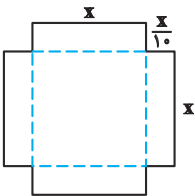
18 (۱)

20 (۲)

24 (۳)

30 (۴)

۲۶- با استفاده از ورقه‌ای که به شکل زیر بریده شده است، حجمی مکعب مستطیل شکل می‌سازیم. اگر عدد مساحت ورقه برابر عدد حجم مکعب مستطیل ساخته شده باشد، در این صورت مقدار x کدام است؟ (مکعب مستطیل سقف ندارد.)



8 (۱)

10 (۲)

12 (۳)

14 (۴)

۲۷- به ازای کدام مقادیر a ، معادله درجه دوم $3x^2 + ax - 3 = 0$ دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟



(۲) هیچ مقدار a

(۱) هر مقدار a

(۴) فقط $a > 6$

(۳) فقط $a = \pm 6$

۲۸- معادله درجه دوم $(a^2 + 1)x^2 - 2ax - 1 = 0$ همواره



(۲) دو ریشه مثبت دارد.

(۱) دو ریشه مختلف‌العلامت دارد.

(۴) ریشه ندارد.

(۳) ریشه مضاعف دارد.

۲۹- شخص A کاری را ۲۰ روز زودتر از شخص B انجام می‌دهد. اگر این دو نفر با هم کار کنند، کار ۱۶ روز زودتر از حالتی که شخص A به تنهایی کار می‌کرد تمام می‌شد. شخص B به تنهایی کار را در چند روز انجام می‌دهد؟



70 (۴)

60 (۳)

25 (۲)

40 (۱)

۳۰- هر فرد مبتلا به نوعی بیماری، در هر ساعت ۲ نفر دیگر را نیز مبتلا می‌کند. اگر تعداد کل مبتلایان پس از گذشت ۴ ساعت، ۲۸۸ نفر بیش‌تر از شمار مبتلایان پس از گذشت ۲ ساعت باشد، در ابتدا چند نفر به این بیماری مبتلا بوده‌اند؟



4 (۲)

3 (۱)

24 (۴)

12 (۳)

۳۱- در حل معادله $2x^2 - 8x - 3 = 0$ به روش مربع کامل، معادله به شکل $(x - a)^2 = b$ درمی‌آید. در این صورت $a + b$ کدام است؟



$3/5$ (۲)

$-3/5$ (۱)

$7/5$ (۴)

$-7/5$ (۳)

۳۲- معادله $x^2 - (k-6)x - \frac{3}{4}k = 0$ دارای دو ریشه قرینه است. در این صورت مقدار k و حاصل ضرب ریشه‌ها به ترتیب کدام است؟



- (۱) ۹، ۶
(۲) ۶، ۶
(۳) ۹، -۶
(۴) ۶، -۶

۳۳- به ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - 5x + m = 0$ جواب حقیقی ندارد؟



- (۱) $m < \frac{25}{4}$
(۲) $m \geq \frac{25}{4}$
(۳) $m < \frac{25}{8}$
(۴) $m > \frac{25}{8}$

۳۴- جواب بزرگتر معادله $x^2 + 4x - 8 = 0$ کدام است؟



- (۱) $2 - 2\sqrt{3}$
(۲) $-2 - 2\sqrt{3}$
(۳) $2 + 2\sqrt{3}$
(۴) $-2 + 2\sqrt{3}$

۳۵- عبارت گویای $A = \frac{x^2 - x}{(x^2 - 1)(4x^2 - 1)}$ به ازای چند عدد صحیح تعریف نشده است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

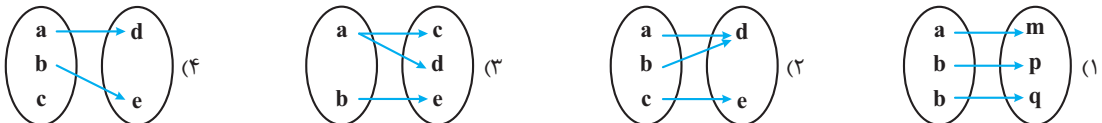
فصل ۲ تابع

۳۶- اگر مجموعه A دارای ۳ عضو و مجموعه B دارای ۲ عضو باشد، چند تابع مختلف می‌توان از مجموعه A به مجموعه B تعریف کرد؟

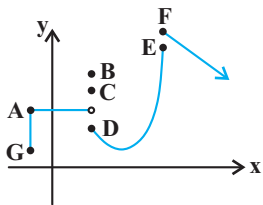


- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۴
(۴) ۶

۳۷- کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر همواره نشان‌دهنده یک تابع است؟



۳۸- با حذف حداقل چند نقطه، نمودار مقابل، یک تابع خواهد شد؟



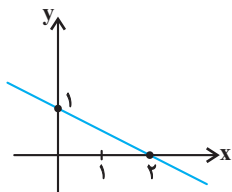
- (۱) دو نقطه
(۲) سه نقطه
(۳) پنج نقطه
(۴) بی‌شمار نقطه

۳۹- مجموع اعضای دامنه تابع $f = \{(2,4), (-1,2), (0,1), (3,-2), (4,4), (-1,2)\}$ چند برابر مجموع اعضای برد آن است؟



- (۱) $\frac{1}{11}$
(۲) $\frac{7}{11}$
(۳) $\frac{7}{5}$
(۴) $\frac{8}{5}$

۴۰- اگر نمودار تابع خطی $f(x) = ax - b$ به صورت زیر باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) $f(a) = \frac{3}{4}$
(۲) $f(a+b) = \frac{1}{4}$
(۳) $f(a-b) = \frac{3}{4}$
(۴) $f(b) = -\frac{3}{2}$

۴۱- با توجه به ضابطه تابع $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{x+1}$ و $f: A \rightarrow B$ ، مجموع اعضای برد تابع به ازای $A = \{1, \frac{1}{4}, 9\}$ کدام است؟

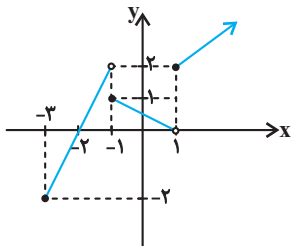


$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{8}{5}$ (۳)

$\frac{13}{5}$ (۲)

۱ (۱)



۴۲- اگر دامنه و برد تابع مقابل را به ترتیب با D_f و R_f نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟

$R_f = \mathbb{R}$ و $D_f = \mathbb{R}$ (۱)

$R_f = \mathbb{R}$ و $D_f = \{x \geq -2\}$ (۲)

$R_f = \{y \geq -2\}$ و $D_f = \{x \geq -3\}$ (۳)

$R_f = \{-2 \leq y \leq 2\}$ و $D_f = \{-3 \leq x \leq 1\}$ (۴)



۴۳- در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، در این صورت حاصل عبارت $A = \frac{2f(5) + 2f(-3)}{5}$ کدام است؟

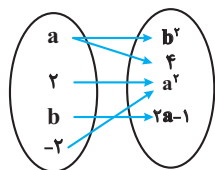


۴ (۴)

$\frac{-44}{5}$ (۳)

-۴ (۲)

$\frac{44}{5}$ (۱)



۴۴- اگر نمودار ون روبه‌رو مربوط به یک تابع باشد، در این صورت حاصل a کدام است؟

۱ (۱)

-۱ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)



۴۵- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, a^2 + a), (a, 1), (0, -1)\}$ یک تابع باشد، آنگاه چند تا از نقاط f در زیر نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارند؟



۳ (۲)

۲ (۱)

f نمی‌تواند تابع باشد. (۴)

۱ (۳)

۴۶- محور تقارن تابع درجه دو به معادله $y = x^2 - mx + 1$ ، خط $y = 3x - 4$ را در نقطه‌ای با عرض ۲ قطع می‌کند. m کدام است؟



-۲ (۲)

۶ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)



۴۷- اگر $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ و مجموعه ورودی‌های تابع $\{-2, -3, 0, 2, 3\}$ باشد، برد تابع چند عضو متمایز دارد؟

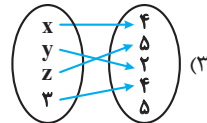
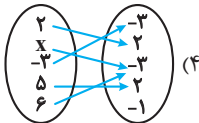
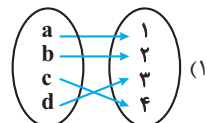
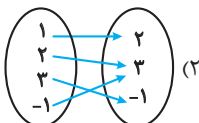
۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۸- تعداد اعضای برد کدام تابع از بقیه کم‌تر است؟



۴۹- اگر $f(x) = 4x + 2 - 3f(0)$ باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{11}{2}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) صفر

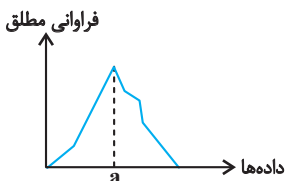
۵۰- تابع f به هر عدد حقیقی، نصف تفاضل مجذور آن عدد از عدد یک را نسبت می‌دهد. حاصل $f(2) - 2f(0)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

فصل ۳ کار با داده‌های آماری

۵۱- در نمودار مقابل مقدار a الزاماً کدام است؟



- (۱) میانه
(۲) میانگین
(۳) چارک سوم
(۴) مد



۵۲- تفاضل میانگین ۶ داده آماری از خود داده‌ها به ترتیب $1, 9, 15, -1, -3, -7, -13$ است. اگر میانه داده‌ها ۱۳ باشد، در این صورت میانگین داده‌ها کدام است؟



- (۱) صفر (۲) ۱۱ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۵۳- واریانس ۵ داده آماری برابر صفر است. اگر یکی از داده‌ها برابر ۱۲ باشد و دو داده دیگر ۱۰ و ۱۴ را به این داده‌ها اضافه کنیم، واریانس ۷ داده جدید کدام است؟



- (۱) $\frac{8}{7}$ (۲) صفر (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۵۴- مقیاس اندازه‌گیری کدام یک از متغیرهای زیر با یکدیگر یکسان است؟

- (الف) دمای هوای یک کلاس
(ب) تعداد دانش‌آموزانی که در کلاس حضور دارند.
(پ) طول قد دانش‌آموزان در کلاس
(ت) رتبه کنکور دانش‌آموزان در کلاس



- (۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و ت (۴) ب و پ و ت

۵۵- اگر میانگین داده‌های $3 + x_1, 2 + x_2, 1 + x_3, x_4$ برابر \bar{x} باشد، میانگین داده‌های $3 + 2x_1, 2 + x_2, 1 + x_3, x_4$ کدام است؟



- (۱) $2\bar{x}$ (۲) $2\bar{x} - 1$ (۳) $2\bar{x} - \frac{3}{2}$ (۴) $2\bar{x} + \frac{1}{2}$

۵۶- واریانس n داده آماری برابر ۵ و میانگین آن‌ها برابر ۱۰ است. اگر سه داده ۱۲ و ۱۰ و ۸ به آن‌ها اضافه شود، واریانس برابر ۴ می‌شود. n کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۵۷- می‌خواهیم کارمندان یک اداره را برحسب مدت زمان سابقه کاری، رتبه‌بندی کنیم. در این فعالیت آماری متغیر مورد نظر و مقیاس اندازه‌گیری آن



- (۱) کیفی - ترتیبی (۲) کیفی - اسمی (۳) کمی - فاصله‌ای (۴) کمی - نسبتی

۵۸- در مورد آماره و پارامتر، کدام مطلب همواره صحیح است؟

- (۱) مقدار پارامتر، لزوماً بزرگ‌تر از مقدار هر آماره‌ای نیست.
- (۲) پارامتر، مربوط به نمونه تصادفی است ولی آماره مربوط به کل جامعه آماری است.
- (۳) پارامتر و آماره را نمی‌توان برای متغیرهای کیفی محاسبه کرد.
- (۴) مقدار پارامتر، معمولاً مشخص است ولی مقدار آماره معمولاً مجهول است.



۵۹- میانگین ۸ داده آماری برابر ۹ و انحراف معیار آن‌ها نیز برابر ۲/۵ است. اگر دو داده ۹ به داده‌های قبلی بیفزاییم، انحراف معیار ۱۰ داده جدید کدام است؟



- (۱) ۵
- (۲) $\sqrt{5}$
- (۳) ۱/۲۵
- (۴) ۲/۵

۶۰- براساس نتیجه یک آزمایش «۵۵ درصد موش‌ها، در برابر یک ویروس خاص از بین می‌روند». در این آزمایش، جامعه آماری، و روش به دست آوردن داده‌ها، می‌باشد.



- (۱) تمام موش‌ها، مشاهده
- (۲) تمام موش‌ها، دادگان
- (۳) موش‌های آزمایش شده، مشاهده
- (۴) موش‌های آزمایش شده، دادگان

۶۱- اگر انحراف معیار داده‌های زیر برابر با σ_1 باشد و سپس داده ۱۴ را به آنها اضافه کنیم و انحراف معیار داده‌های جدید را σ_2 بنامیم، چه رابطه‌ای بین σ_1 و σ_2 برقرار است؟



- (۱) $\sigma_2 < \frac{\sigma_1}{2}$
- (۲) $\sigma_1 < \sigma_2$
- (۳) $\sigma_1 < 2\sigma_2$
- (۴) $\sigma_1 = \sigma_2$

۶۲- با توجه به داده‌های ۱۵، ۳، ۲۵، ۲۰، ۱۸، ۹، ۷، ۳، ۵، ۲ اگر به داده‌های کوچک‌تر از میانه ۶ واحد اضافه کنیم در این صورت میانه داده‌های جدید کدام خواهد شد؟



- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۲

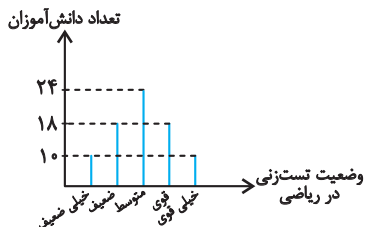
۶۳- مقیاس برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و همچنین، اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معناست ولی نسبت مقادیر داده‌ها بی‌معنی است.



- (۱) اسمی
- (۲) ترتیبی
- (۳) فاصله‌ای
- (۴) نسبتی

فصل ۴ نمایش داده‌ها

۶۴- با توجه به نمودار میله‌ای زیر، چند درصد دانش‌آموزان در زمینه تست‌زنی درس ریاضی، خیلی قوی هستند؟ (هر دانش‌آموز حتماً در یکی از رتبه‌های زیر قرار می‌گیرد.)



- (۱) ۱۱/۵
- (۲) ۱۲/۵
- (۳) ۱۰
- (۴) ۸/۵



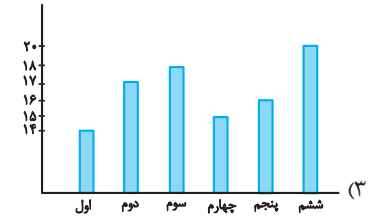
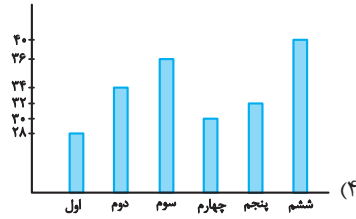
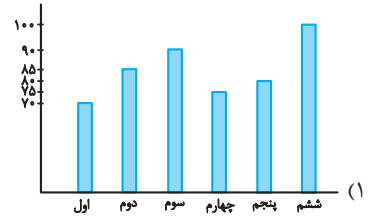
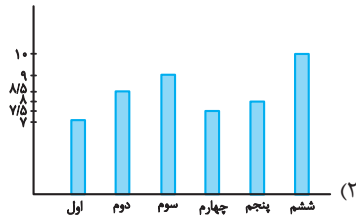
۶۵- کدام گزینه در مورد نمودار حبابی صحیح نیست؟

- (۱) نمودار حبابی یک نمودار دو بعدی است.
- (۲) در نمودار حبابی متغیر سوم متناسب با مساحت دایره‌ها است.
- (۳) در نمودار حبابی متغیر سوم نمی‌تواند مقادیر منفی داشته باشد.
- (۴) نمودار حبابی برای نمایش هم‌زمان فقط سه متغیر به کار می‌رود.



۶۶- تعداد دانش‌آموزان مدرسه‌ای در شش پایه اول تا ششم در جدول زیر آمده است. نمودار میله‌ای داده‌ها برحسب درصد مطابق کدام گزینه است؟

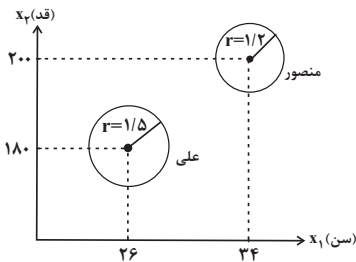
پایه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
تعداد دانش‌آموزان	۷۰	۸۵	۹۰	۷۵	۸۰	۱۰۰



تاریخ آزمون
۱۴۰۰/۰۲/۰۳

۶۷- در نمودار حبابی زیر، متغیر X_1 سن (برحسب سال)، متغیر X_2 قد (برحسب سانتی‌متر) و متغیر X_3 (دایره‌ها) جرم (برحسب کیلوگرم) را نشان می‌دهند. با توجه

به نمودار، شاخص توده بدنی علی تقریباً چند برابر شاخص توده بدنی منصور است؟



- (۱) ۱/۳۵
- (۲) ۱/۴۲
- (۳) ۱/۷۶
- (۴) ۱/۹۳

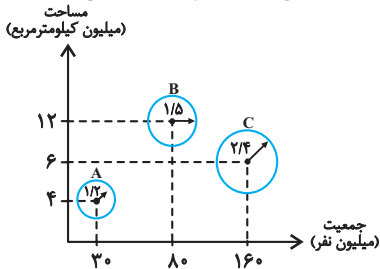
تاریخ آزمون
۱۴۰۱/۰۲/۳۰

۶۸- مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، با می‌باشد.

تاریخ آزمون
۹۶/۰۲/۲۲

- (۱) برابر - شعاع دایره‌ها
- (۲) متناسب - قطر دایره‌ها
- (۳) برابر - مساحت دایره‌ها
- (۴) متناسب - مساحت دایره‌ها

۶۹- در نمودار حبابی زیر، محور افقی نشان‌دهنده جمعیت کشورها، محور عمودی مساحت کشورها و متغیر سوم درآمد کشورها می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) نسبت درآمد به جمعیت در کشور B بیش‌تر از دو کشور دیگر است.
- (۲) درآمد کشور C دو برابر درآمد کشور A است.
- (۳) نسبت مساحت به جمعیت در کشور A بیش‌تر از دیگر کشورها است.
- (۴) درآمد کشور C تقریباً ۲/۶ برابر درآمد کشور B است.

تاریخ آزمون
۱۴۰۰/۰۲/۳۱

۷۰- اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری α باشد، با اضافه کردن ۴ متغیر دیگر زاویه بین دو شعاع مجاور α خواهد شد، در این صورت α چند درجه

است؟

تاریخ آزمون
۱۴۰۱/۰۲/۳۰

- (۱) ۱۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۶۰

تشریحی پاسخ



فصل اول: معادله درجه دوم

$$\text{محیط} = P(x) = 2(x+y) = 2\left(x + \frac{x+1}{2}\right) = 2x + x + 1 = 3x + 1$$

نکته برای نوشتن یک تابع برحسب یک متغیر (مثلاً x) کافی است سایر متغیرهای موجود در تابع را برحسب همان متغیر (x) بنویسیم و جایگذاری کنیم.

گزینه ۲

دام آموزشی

۴۲٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۲» را انتخاب کرده‌اند، چرا که به جای آن که معادله محیط را برحسب x مرتب کنند، معادله را برحسب y مرتب کرده‌اند و سپس جواب مشابه آن را انتخاب کرده‌اند.

$$P(x) = 2(x+y) = 2(2y-1+y) = 2(3y-1) = 6y-2$$

درصد پاسخ صحیح ۳۱٪

گزینه ۲

تعداد شکلات را x و تعداد اعضای خانواده و مادر را $n+1$ فرض می‌کنیم.

$$\frac{x}{n} - \frac{x}{n+1} = \frac{x}{6} \rightarrow \frac{x}{n} - \frac{x}{n+1} = \frac{x}{6}$$

سهم هر کس به همراه مادر سهم هر کس

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(n+1) = 6$$

$$\text{ضرب دو عدد متوالی} \rightarrow n = 2 \Rightarrow n+1 = 3$$

گزینه ۱

دام آموزشی

۴۵٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب کرده‌اند، چرا که سهم هر فرد $\frac{1}{6}$ اضافه شده است و دانش‌آموزان تعداد اعضا را ۶ نفر فرض کرده‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۳۱٪

گزینه ۴

همه عبارات را در مخرج کسرها یعنی $x-3$ ضرب می‌کنیم. ($x \neq 3$)

$$10 - (5x-5) = 2(x-3) \Rightarrow 10 - 5x + 5 = 2x - 6 \Rightarrow 21 = 7x$$

$$\rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3 \text{ غ غ ق}$$

نکته در معادلات گویا جواب معادله وقتی قابل قبول است که ریشه مخرج نباشد. یعنی جواب به‌دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند.

گزینه ۳

دام آموزشی

۴۴٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۳» را انتخاب کرده‌اند، چرا که جواب نهایی را به اشتباه عضوی از دامنه در نظر گرفته‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۲۱٪

گزینه ۱

ابتدا هر سه کسر را در $(x-3)(x+2)$ ضرب می‌کنیم.

$$(x-1)(x+2) + (x-3)(x-2) = 20$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 + x^2 - 5x + 6 = 20$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x - 16 = 0 \xrightarrow{+2} x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \text{ ریشه مخرج است، پس غیرقابل قبول است}$$

ریاضی و آمار (۱)

فصل ۱ | معادله درجه دوم

درصد پاسخ صحیح ۳۶٪

گزینه ۳

چون هر دو طرف برابرند، پس:

$$5x + 2x + x + 5 = 4x + 25$$

$$\Rightarrow 8x - 4x = 25 - 5 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$$

$$\xrightarrow{x=5} 4(5) + 25 = 45 \quad 4x + 25 \text{ حاصل یک کفه}$$

نکته برای حل معادله درجه یک کافی است متغیر را سمت چپ و عدد را در طرف راست معادله قرار دهیم و عدد معلوم را بر ضریب مجهول تقسیم کنیم.

گزینه ۱

دام آموزشی

۵۶٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب کرده‌اند، چرا که پس از محاسبه x ، خود x را به عنوان پاسخ انتخاب کرده‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۱۸٪

گزینه ۲

ابتدا عدد ثابت را سمت راست تساوی برده و طرفین تساوی را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$3x^2 + 4x = 2 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{2}{3}$$

حال ضریب x یعنی $(\frac{4}{3})$ را بر ۲ تقسیم کرده و سپس به توان ۲ می‌رسانیم و در نهایت به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم:

$$\frac{4}{3} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ توان } \rightarrow \frac{4}{9}$$

$$\text{جذر} \rightarrow x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \rightarrow (x + \frac{2}{3})^2 = \frac{10}{9}$$

$$\text{ریشه‌ها محاسبه می‌شوند} \rightarrow (x + \frac{2}{3}) = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

نکته برای حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به روش مربع کامل، ابتدا c را به سمت راست تساوی برده و طرفین را بر $a \neq 0$ تقسیم می‌کنیم سپس $(\frac{b}{2a})^2$ را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم و سپس جذر می‌گیریم تا ریشه‌ها محاسبه شوند.

گزینه ۱

دام آموزشی

۵۶٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب کرده‌اند، چرا که به طرفین نصف ضریب x را اضافه کرده‌اند و آن را به توان ۲ نرسانده‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۱۸٪

گزینه ۳

اگر طول مستطیل را x و عرض آن را y بنامیم، $x = 2y - 1$ یعنی

$$y = \frac{x+1}{2} \text{ است.}$$

درصد پاسخ صحیح ۲۳%

گزینه ۱

ابتدا مخرج مشترک گرفته و با قرار دادن x مقادیر a را محاسبه می‌کنیم.

$$(1) \quad x(x-a)(x+a) \rightarrow 4(x+a) + (2x-2)(x-a) = 3(x^2 - a^2)$$

$$\xrightarrow{x=5} 4(5+a) + 8(5-a) = 3(25 - a^2)$$

$$\Rightarrow 20 + 4a + 40 - 8a = 75 - 3a^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 4a - 15 = 0 \rightarrow (3a+5)(a-3) = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ یا } -\frac{5}{3}$$

حال به‌ازای a های به دست آمده ریشه جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{اگر } a = 3 \xrightarrow{(1)} 4(x+3) + (2x-2)(x-3) = 3(x^2 - 9)$$

$$\Rightarrow 4x + 12 + 2x^2 - 6x - 2x + 6 = 3x^2 - 27$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 45 = 0 \Rightarrow (x+9)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ x = 5 \end{cases} \text{ ریشه جدید}$$

$$\text{اگر } a = -\frac{5}{3} \xrightarrow{(1)} 4(x - \frac{5}{3}) + (2x-2)(x + \frac{5}{3}) = 3(x^2 - \frac{25}{9})$$

$$\xrightarrow{\times 3} 4(3x-5) + (2x-2)(3x+5) = 9(x^2 - \frac{25}{9})$$

$$12x - 20 + 6x^2 + 10x - 6x - 10 = 9x^2 - 25$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 16x + 5 = 0 \Rightarrow (3x-1)(x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ ریشه جدید}$$

در حل معادلات گویا، ابتدا باید طرفین را در مخرج مشترک عبارات داده شده ضرب نمود و پس از حل، جواب به‌دست آمده به شرطی قابل قبول است که مخرج کسرها را صفر نکند.

گزینه ۳

دام آموزشی

۴٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۳» را انتخاب کرده‌اند، چرا که در محاسبه معادله درجه دوم نهایی به جای b

از b استفاده کرده‌اند. اگر $a = -\frac{5}{3}$ باشد، به معادله درجه دوم

$$3x^2 - 16x + 5 = 0 \text{ می‌رسیم. حال اگر به‌جای } b = 16 \text{ از } b = -16 \text{ استفاده کنیم، داریم:}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 60}}{6} = \frac{-16 \pm 14}{6} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

درصد پاسخ صحیح ۳۳%

گزینه ۴

ابتدا معادله ریاضی را می‌نویسیم. اگر تعداد کبوترها را x فرض کنیم،

$$x + x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}(\frac{1}{5}x) + 1 = 226$$

داریم:

$$\text{کلاغ} + (\text{خمس ما}) + \text{ربع} + \text{خمس ما} + \text{ما} + \text{ما} = 220$$

$$\xrightarrow{\times 20} 45x = 4500 \Rightarrow x = 100$$

اگر n شیء (یا جاندار) داشته باشیم، ثلث و ربع و

خمس آن را به ترتیب $\frac{1}{3}n$ و $\frac{1}{4}n$ و $\frac{1}{5}n$ می‌نویسیم.

در حل معادلات گویا باید به ریشه‌های مخرج که در دامنه نیستند، توجه کنیم، یعنی اگر پس از حل معادله جواب‌های معادله مخرج یکی از کسرها را صفر کند، قابل قبول نیست.

گزینه ۴

دام آموزشی

۴۲٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۴» را انتخاب کرده‌اند، چرا که جوابی که مخرج را صفر می‌کند، قابل قبول دانسته‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۲۹%

گزینه ۳

تعداد اسکناس ۲۰۰۰ تومانی را x و تعداد اسکناس ۵۰۰۰ تومانی را y در نظر می‌گیریم.

$$x = 1/5y \quad (1), \quad 2000x + 5000y = 160000$$

$$\Rightarrow 2000(1/5y) + 5000y = 160000$$

$$\Rightarrow 3000y + 5000y = 160000$$

$$8000y = 160000 \rightarrow y = 20 \xrightarrow{(1)} x = 30$$

مجموع اسکناس‌ها از نظر تعداد ۵۰ = ۲۰ + ۳۰ = $x + y$

حل دستگاه دو معادله دو مجهول به دو روش حذفی و جایگزینی (مانند روش بالا) انجام می‌پذیرد. در روش حذفی (مانند بالا) برای حذف یک متغیر مثل x ، معادله اول را در ضریب x معادله دوم و معادله دوم را در ضریب x از معادله اول ضرب می‌کنیم تا ضرایب قرینه شوند و سپس معادلات را جمع می‌کنیم.

گزینه ۱

دام آموزشی

۴۱٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب کرده‌اند، چرا که تعداد اسکناس ۵۰۰۰ تومانی را به عنوان گزینه موردنظر انتخاب کرده‌اند.

درصد پاسخ صحیح ۲۰%

گزینه ۱

در معادله درجه دوم ($a \neq 0$) شرط آن که معادله دارای یک ریشه باشد آن است که $\Delta = 0$ باشد.

$$b^2 - 4ac = 1^2 - 4(a)(-a+1) = 4a^2 - 4a + 1 = (2a-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

توجه: اگر عبارت درجه دوم در این تست نباشد، آنگاه به‌ازای $a = 0$ نیز معادله فقط یک ریشه دارد.

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) شرط آن که معادله دارای دو ریشه یکسان باشد آن است که $\Delta = 0$ باشد.

گزینه ۴

دام آموزشی

۴۱٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۴» را انتخاب کرده‌اند، چرا که به عبارت درجه دوم در صورت سؤال یعنی $a \neq 0$ دقت نکرده‌اند.



دام آموزشی

گزینه ۳

۳۹٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۳» را انتخاب کرده‌اند، چرا که فقط تعداد کلاغ‌ها (یک عدد) را از عدد داده شده (۲۲۶) کم کرده‌اند.



گزینه ۳

درصد پاسخ صحیح ۳۰٪

با توجه به توضیحات داده شده $16x^3$ یعنی شانزدهمین حرف دارای ۳ نقطه است، ولی $60x^2$ را نمی‌توانیم تشخیص بدهیم، چون جملات با درجه یکسان را جمع کرده‌ایم، بنابراین بهتر است به بررسی گزینه‌ها بپردازیم.

گزینه «۱»: چیستان	چ ی س ت ا ن $7x^3 \quad 32x^2 \quad 15 \quad 4x^2 \quad 1 \quad 29x$
گزینه «۲»: شقایق	ش ق ا ی ق $16x^3 \quad 24x^2 \quad 1 \quad 32x^2 \quad 24x^2$
گزینه «۳»: اشتیاق	ا ش ت ی ا ق $1 \quad 16x^3 \quad 4x^2 \quad 32x^2 \quad 1 \quad 24x^2$
گزینه «۴»: پیرایش	پ ی ر ا ی ش $3x^3 \quad 32x^2 \quad 1 \quad 12 \quad 32x^2 \quad 16x^3$

فقط جمع عبارت‌های گزینه «۳» برابر $2 + 60x^2 + 16x^3$ می‌شود.



نکته رمزنگاری: به حروف الفبای فارسی به ترتیب از ۱ تا ۳۲ را نسبت می‌دهیم و اگر دارای n نقطه باشد شماره آن را در x^n ضرب می‌کنیم. مثلاً به حرف چهارم که «ت» می‌باشد، $4x^2$ نسبت می‌دهیم.



دام آموزشی

گزینه ۲

۳۷٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۲» را انتخاب کرده‌اند، چرا که پس از به‌دست آوردن ضریب x^3 به عدد ثابت و ضریب x^2 که عدد دیگری است، دقت نکرده‌اند.



گزینه ۲

درصد پاسخ صحیح ۱۰٪

معادله داده شده را در $(x+1)(x+2)(x+5)$ ضرب می‌کنیم:
 $-5, -2, -1, x \neq$
 $(x+2)(x+5) - (x+1)(x+5) = (x+1)(x+2)$
 $2 = x^2 + 7x + 10 - (x^2 + 6x + 5) = x^2 + 3x + 2$
 $0 = x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -3 (x_1 x_2 = -3)$
 توجه: چون حاصل‌ضرب ریشه‌ها را خواسته است با توجه به دامنه می‌توانستیم فقط $\frac{c}{a}$ را محاسبه کنیم و معادله را حل نکنیم.



نکته در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ باشد، یک ریشه عدد (۱) و ریشه دیگر $\frac{c}{a}$ است. از طرفی حاصل‌ضرب ریشه‌ها (در صورت وجود) در هر معادله درجه دومی $\frac{c}{a}$ است.



دام آموزشی

گزینه‌های ۳ و ۴

۳۷٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۳» و ۳۷٪ گزینه «۴» را انتخاب کرده‌اند، چرا که در حل معادله درجه دوم نهایی $\frac{c}{a}$ را $\frac{a}{c}$ و یا $-\frac{c}{a}$ محاسبه کرده‌اند. در گزینه «۳» مقدار $\frac{a}{c}$ را محاسبه کرده‌اند یعنی $\frac{1}{3}$ به‌دست آورده‌اند و در گزینه «۴» مقدار $-\frac{c}{a}$ یعنی ۳ را محاسبه کرده‌اند.



گزینه ۴

درصد پاسخ صحیح ۲۶٪

روش «۱»: با استفاده از اتحاد $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ سمت راست را به توان دو می‌رسانیم. سپس همه عبارات را به سمت چپ تساوی می‌آوریم و با روش کلی دلتا ریشه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$4x^2 = x^2 - 14x + 49 \Rightarrow 3x^2 + 14x - 49 = 0$$

$$\Delta = 14^2 - 4(3)(-49) = 784 \Rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{784}}{2 \times 3}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{-14 + 28}{6} - \frac{-14 - 28}{6} = \frac{28}{3}$$

روش «۲»: از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(2x)^2 - (x-7)^2 = 0 \Rightarrow (2x+x-7)(2x-x+7) = 0$$

$$\Rightarrow (3x-7)(x+7) = 0$$

$$x_2 = \frac{7}{3}, x_1 = -7 \rightarrow x_2 - x_1 = \frac{7}{3} - (-7) = \frac{28}{3}$$

روش «۳»: از طرفین جذر می‌گیریم:

$$\begin{cases} 2x = x - 7 \Rightarrow x_1 = -7 \\ -2x = x - 7 \Rightarrow x_2 = \frac{7}{3} \rightarrow x_2 - x_1 = \frac{7}{3} - (-7) = \frac{28}{3} \end{cases}$$



نکته در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برای محاسبه تفاضل ریشه‌ها می‌توانیم از رابطه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ استفاده کنیم.



دام آموزشی

گزینه ۳

۳۷٪ از دانش‌آموزانی که به این سؤال مراجعه کرده‌اند به اشتباه گزینه «۳» را انتخاب کرده‌اند، چرا که به جای محاسبه اختلاف جواب‌ها، یکی از جواب‌ها ($\frac{7}{3}$) را به عنوان گزینه درست انتخاب کرده‌اند.

$$4x^2 = (x-7)^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x = x - 7 \rightarrow x_1 = -7 \\ -2x = x - 7 \rightarrow x_2 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

درصد پاسخ صحیح ۳۲٪

گزینه ۲



چون یک ریشه معادله $\alpha - \sqrt{\beta}$ است پس:

$$x - \alpha = -\sqrt{\beta} \Rightarrow x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 = \beta \rightarrow \text{به توان } 2 \rightarrow$$