

ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله

□ فصل (مجموعه‌های متناهی و نامتناهی تا پایان دنباله حسابی □ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱- اگر $[-1, b] \cup [a, 7] = [-2, 9]$ برقرار باشد، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۵)

۲- اگر $A_n = (\frac{1}{n}, 1)$ باشد، حاصل $(A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) - (A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5)$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{5}, 1)$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۳) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}]$ (۴) $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2})$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۷)

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- (۱) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰
(۲) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq \sqrt{16}\}$
(۳) اجتماع دو مجموعه متناهی
(۴) $[2, 4] - [3, +\infty)$

۴- اگر A و B دو زیرمجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند و داشته باشیم: $A' \cap B = A \cap B'$ ، کدام گزینه درست است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

- (۱) $A \cap B = \emptyset$
(۲) $A \subseteq B'$
(۳) $A - B = \emptyset$
(۴) $A' \cap B' = \emptyset$

۵- اگر $n(U) = 170$ و A، B و C سه مجموعه مجزا باشند به طوری که $n(A') - n(C) + n(B') = 200$ باشد، آن‌گاه $n(B \cup A \cup C)$ کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۳۰ (۴) ۱۴۰

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۶- شماره اولین جمله مثبت در دنباله $a_n = \frac{n-120}{2n-1} + \frac{1}{10}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۷- در الگوی زیر، جمله پنجم چند نقطه رنگی دارد؟

- (۱) ۶
(۲) ۹
(۳) ۱۵
(۴) ۳۰
- (۱) (۲) (۳) ...

۸- سه جمله اول یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، می‌توانند اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه باشند. در صورتی که عدد مساحت این مثلث ۳ برابر عدد محیط آن باشد. جمله دهم این دنباله کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

۹- در دنباله حسابی با ۹ جمله $(t_1$ تا t_9) و قدرنسبت ۴-، اگر بزرگترین جمله دنباله، ۳ برابر کوچکترین جمله دنباله باشد، جمله پنجم این دنباله کدام است؟

- (۱) -۳۲ (۲) -۲۰ (۳) ۲۰ (۴) ۳۲

۱۰- سه عدد تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر مجموعشان ۳۹ و حاصل ضربشان ۲۰۸۰ باشد، عدد بزرگتر کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

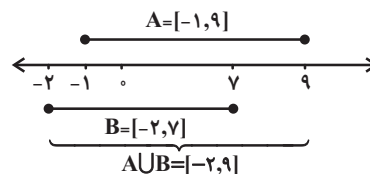
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴

آزمون اول

ریاضی (۱) (مجموعه، الگو و دنباله / مثلثات)

۱. گزینه «۲»

با توجه به رابطه داده شده باید، $b = 9$ و $a = -2$ باشد. (براساس خواص اجتماع دو بازه)



$$a + b = -9 + 2 = 7$$

۲. گزینه «۳»

بازه‌های A_7 تا A_5 را تشکیل می‌دهیم:

$$A_7 = (\frac{1}{7}, 1), A_6 = (\frac{1}{6}, 1), A_5 = (\frac{1}{5}, 1), A_4 = (\frac{1}{4}, 1)$$

اجتماع این بازه‌ها برابر $(\frac{1}{5}, 1)$ و اشتراکشان $(\frac{1}{7}, 1)$ است، که حاصل تفاضل

$$(\frac{1}{5}, \frac{1}{7}]$$

موردنظر برابر می‌شود با:

دقت: $x = \frac{1}{7}$ از بازه $(\frac{1}{5}, 1)$ حذف نمی‌شود بنابراین بازه حاصل از

سمت $x = \frac{1}{7}$ بسته باقی می‌ماند.

۳. گزینه «۳»

اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند، مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ و $A - B$ و $B - A$ متناهی می‌باشند.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»:

نامتناهی $\Rightarrow \{100, 200, 300, \dots\}$ = مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰

گزینه «۲»:

نامتناهی $\Rightarrow \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq \sqrt{16}\} = \{\dots, -2, \dots, 4\}$

گزینه «۴»:

نامتناهی $\Rightarrow [2, 4] - [3, +\infty) = [2, 3)$

۴. گزینه «۳»

$A' \cap B = A \cap B' \Rightarrow B - A = A - B$

$A - B$ و $B - A$ در صورتی با هم برابر می‌شوند که هر دو تهی باشند.

یعنی $A = B$ باشد.

بنابراین $A - B = A - A = \emptyset$.

۵. گزینه «۴»

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline A & B & & \\ \hline \bigcirc & \bigcirc & & \\ \hline C & & x & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} n(U) = 170 \\ n(A') = n(B) + n(C) + x \\ n(B') = n(A) + n(C) + x \end{array}$$

$$n(A') - n(C) + n(B') = 200$$

$$n(B) + n(C) + x - n(C) + n(A) + n(C) + x = 200$$

$$n(B) + n(C) + n(A) + x + x = 200$$

$$n(U) + x = 200 \Rightarrow 170 + x = 200 \Rightarrow x = 30$$

$$n(B \cup A \cup C) = n(U) - x = 170 - 30 = 140$$

۶. گزینه «۲»

$$a_n > 0 \Rightarrow \frac{n-120}{2n-1} + \frac{1}{10} > 0 \Rightarrow \frac{n-120}{2n-1} > \frac{-1}{10} \Rightarrow 10(n-120) > -2n+1 \Rightarrow 12n > 1201 \Rightarrow n > \frac{1201}{12}$$

$$10n - 1200 > -2n + 1 \Rightarrow 12n > 1201 \Rightarrow n > \frac{1201}{12}$$

$$\Rightarrow n \in \{101, 102, \dots\}$$

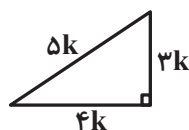
۷. گزینه «۳»

$$\frac{n(n+1)}{2} : \text{تعداد نقاط رنگی}$$

$$\frac{5 \times 6}{2} = 15 : \text{تعداد نقاط رنگی در شکل پنجم}$$

۸. گزینه «۳»

تنها مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاعش می‌توانند دنباله حسابی تشکیل دهند مثلثی به فرم زیر است:



که در این مثلث داریم:

$$\frac{6k^2}{12k} = \frac{k}{2} = 3 \Rightarrow k = 6$$

$$\Rightarrow a_1 = 18, d = 6 \Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = 18 + 54 = 72$$

۹. گزینه «۴»

با توجه به اینکه قدرنسبت دنباله حسابی عدد ۴- است، بنابراین دنباله کاهشی بوده و بزرگترین جمله آن t_1 و کوچکترین جمله آن t_9 می‌باشد. بنابراین داریم:

$$t_1 = 3t_9 \Rightarrow t_1 = 3(t_1 + 8d) \Rightarrow t_1 = 3t_1 + 24d$$

$$-2t_1 = 24d \Rightarrow t_1 = -12d = (-12)(-4) = 48$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 48 + (-4)(n-1) = -4n + 52$$

$$t_5 = (-4) \times 5 + 52 = 32$$

۱۰. گزینه «۳»

$$a, b, c \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} 2b = a + c$$

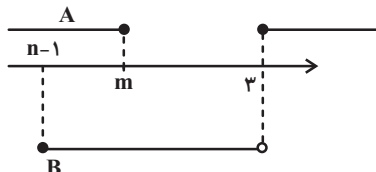
$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 39 \Rightarrow 2b + b = 39 \Rightarrow b = 13 \Rightarrow a + c = 26 \\ abc = 2080 \Rightarrow a(13)c = 2080 \Rightarrow ac = 160 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow a = 10, c = 16$$

$$a, b, c = 10, 13, 16$$

۱۱. گزینه «۴»

هر یک از دو بازه را روی محور نمایش می‌دهیم:



با توجه به اینکه اشتراک دو بازه به صورت $[-3, 2]$ است، داریم:

$$[n-1, m] = [-3, 2] \Rightarrow \begin{cases} n-1 = -3 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow m - n = 4$$