



ریاضی

سراسری ۱۳۹۸

۱. گزینه ۲

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم)

جواب معادله در خود معادله صدق می کند، بنابراین:

$$\frac{x-2}{3a-5} = \frac{3-2}{3-1} = \frac{a+2}{3-1} - 1 \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2-2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a}{2} \Rightarrow 2 = 3a^2 - 5a - 2 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4 \times (-2) = 49$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۲. گزینه ۳

(ریاضی و آمار (۱)، تابع)

اگر رابطه‌ای به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تابع باشد باید مؤلفه‌های اول هر دو زوج مرتب متمایز، غیر یکسان باشند. بنابراین اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه اول یکسان باشند، رابطه زمانی تابع است که مؤلفه‌های دوم این دو زوج مرتب یکسان باشند.

$$\xrightarrow{\text{تابع } f} (3, a+2b) = (3, 7) \Rightarrow a+2b = 7$$

$$\xrightarrow{\text{تابع } f} (5, 4) = (5, 2a-b) \Rightarrow 2a-b = 4 \Rightarrow 4a-2b = 8$$

$$\begin{cases} a+2b = 7 \\ 4a-2b = 8 \end{cases} \Rightarrow \Delta a = 15 \Rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{a+2b=7} 3+2b=7 \Rightarrow 2b=4 \Rightarrow b=2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

۳. گزینه ۳

(ریاضی و آمار (۱)، تابع)

$$2x + y = 56 \Rightarrow y = 56 - 2x$$

$$\text{مساحت زمین } S = xy \Rightarrow S = x(56 - 2x) \Rightarrow S = -2x^2 + 56x$$

در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به شرط $a < 0$ بیشترین مقدار تابعبه ازای $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می آید. بنابراین:

$$x_{\max} = \frac{-56}{2 \times (-2)} = \frac{56}{4} = 14$$

$$\Rightarrow S_{\max} = -2 \times (14)^2 + 56 \times 14 = 392$$

۴. گزینه ۴

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری)

کمترین داده ۹ و بیشترین داده ۲۰ است، آن‌ها را حذف می‌کنیم. پس داده‌های باقی‌مانده عبارتند از:

$$\bar{x} = \frac{11+12+(2 \times 14)+(3 \times 15)+16}{8} = \frac{11+12+28+45+16}{8}$$

$$= \frac{112}{8} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(11-14)^2 + (12-14)^2 + 2 \times (14-14)^2 + 3 \times (15-14)^2 + (16-14)^2}{8}$$

$$= \frac{9+4+0+3+4}{8} = \frac{20}{8} = 2.5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2.5} = 1.6$$

توجه کنید که: $(1/5)^2 = 2/25$ و $(1/6)^2 = 2/56$ ، بنابراین $\sqrt{2/5}$ به $1/6$ نزدیک‌تر است.

۵. گزینه ۲

(ریاضی و آمار (۲)، تابع)

راه حل اول: گزینه‌های «۳» و «۴» یک تابع قدر مطلق هستند که منتقل شده‌اند. ولی نمودار داده شده، نمودار یک تابع قدر مطلق نیست، پس این دو گزینه حذف می‌شوند. به ازای $x=1$ داریم:

$$\text{گزینه «۱» } y = 1 - 1 = 0$$

$$\text{گزینه «۲» } y = 1 + 1 = 2$$

بنابراین گزینه «۲» جواب است.

راه حل دوم: مقدار هریک از تابع‌ها را به ازای $x = -1$ به دست می‌آوریم:

$$\text{گزینه «۱» } y = -1 - 1 = -2$$

$$\text{گزینه «۲» } y = -1 + 1 = 0$$

$$\text{گزینه «۳» } y = 2 - 1 = 1$$

$$\text{گزینه «۴» } y = 1 - 2 = -1$$

با توجه به شکل، مقدار تابع به ازای $x = -1$ برابر با صفر است، پس جواب گزینه «۲» است.

۶. گزینه ۴

(ریاضی و آمار (۲)، تابع)

$$f(x) = \left[x + \frac{3}{4} \right] - [-x]$$

$$f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) = \left(\left[\frac{9}{4} + \frac{3}{4}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right]\right) + \left(\left[-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right] - \left[-\left(-\frac{1}{4}\right)\right]\right)$$

$$= \left(\left[\frac{9+6}{4}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right]\right) + \left(\left[\frac{2}{4}\right] - \left[\frac{1}{4}\right]\right)$$

$$= \left[\frac{15}{4}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right] + [1] - \left[\frac{1}{4}\right] = 3 - (-3) + 1 - 0 = 7$$

دقت کنید که:

$$3 < \frac{15}{4} < 4 \Rightarrow \left[\frac{15}{4}\right] = 3$$

$$-3 < -\frac{9}{4} < -2 \Rightarrow \left[-\frac{9}{4}\right] = -3$$

$$0 < \frac{1}{4} < 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{4}\right] = 0$$

۷. گزینه ۱

(ریاضی و آمار (۲)، تابع)

برای به دست آوردن برد تابع $g-f$ ابتدا دامنه آن را به دست می‌آوریم که برابر با اشتراک دامنه‌های g و f است، سپس مقدار $g-f$ را به ازای دامنه به دست آمده با توجه به $(g-f)(x) = g(x) - f(x)$ محاسبه می‌کنیم.

(ریاضی و آمار (۱)، کار با داده‌های آماری)

۱۴. گزینه ۱

با توجه به صفحه ۸۳ کتاب دهم: حتی یک روش آماری مناسب نمی‌تواند دقیق‌تر یا صحیح‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد. بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

با توجه به صفحه ۷۸ کتاب دهم: دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتی را در اختیار آمارگیر قرار نمی‌دهند. بنابراین گزینه «۳» نادرست است.

با توجه به صفحه ۷۹ کتاب دهم: عدد آماره می‌تواند کوچکتر یا بزرگتر یا حتی مساوی با عدد پارامتر باشد. بنابراین گزینه «۴» نادرست است.

با توجه به صفحه ۸۳ تعریف آمار: به مطالعه نحوه گردآوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها برای استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری، آمار گفته می‌شود. بنابراین گزینه «۱» درست است.

البته با توجه به پاراگراف دوم صفحه ۸۲ کتاب دهم، علم آمار، راهی برای بیان ریاضی برخی پدیده‌ها است. در واقع گزینه «۱» تعریف آمار است، نه علم آمار.

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استدلال ریاضی)

۱۵. گزینه ۳

اگر r درست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است، زیرا:

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (d \Rightarrow n) \equiv n$$

اگر r نادرست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره درست است، زیرا:

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (n \Rightarrow n) \equiv d$$

بنابراین گزاره با $r \sim$ هم‌ارزش است.

(ریاضی و آمار (۲)، تابع)

۱۶. گزینه ۴

چون تابع ثابت است، مؤلفه‌های دوم همه زوج‌های مرتب با هم برابرند. پس:

$$\begin{aligned} n^2 - 2n &= 8 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \\ \Rightarrow (n - 4)(n + 2) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \Rightarrow 2n - 5 = 3 \\ n = -2 \Rightarrow 2n - 5 = -9 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 4 \Rightarrow f &= \{(3, 8), (m, 8), (3, t), (4, 3m + 2)\} \\ n = -2 \Rightarrow f &= \{(3, 8), (m, 8), (-9, t), (4, 3m + 2)\} \end{aligned}$$

چون تابع f سه عضوی است، پس فقط $n = 4$ قابل قبول است.

$$\xrightarrow{\text{تابع ثابت } f} t = 8$$

$$\xrightarrow{\text{تابع ثابت } f} 3m + 2 = 8 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار)

۱۷. گزینه ۲

به افراد ۱۶ ساله و بیشتر که شاغل، بیکار یا جویای کار باشند، جمعیت فعال می‌گویند. پس:

$$\text{جمعیت فعال} = 1500 + 143 = 1643$$

فرض کنیم x شغل جدید ایجاد شود، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} = \frac{6}{100} = \frac{143 - x}{1643} \Rightarrow \frac{3}{50} = \frac{143 - x}{1643}$$

$$\Rightarrow 7150 - 50x = 4929 \Rightarrow 50x = 2221$$

$$\Rightarrow x = \frac{2221}{50} = 44 \frac{41}{50}$$

پس حداقل ۴۵ شغل باید ایجاد شود.

$$\begin{aligned} D_{g-f} &= D_g \cap D_f = \{1, 2, 5, 4\} \cap \{2, 3, 4, 1\} = \{2, 4, 1\} \\ \Rightarrow g - f &= \{(2, 6 - 5), (4, 9 - 6), (1, 3 - 7)\} \\ &= \{(2, 1), (4, 3), (1, -4)\} \\ \Rightarrow g - f &= \{-4, 1, 3\} \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال)

۸. گزینه ۳

برای آنکه عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد، برای رقم یکان دو حالت وجود دارد:

$$\frac{5}{\{0\}} \times \frac{4}{\{0\}} \times \frac{3}{\{0\}} \times \frac{1}{\{0\}} = 60$$

حالت اول: رقم یکان صفر باشد:

$$\frac{4}{\text{صفر نمی‌تواند باشد}} \times \frac{3}{\{0\}} \times \frac{1}{\{0\}} = 48$$

حالت دوم: رقم یکان ۵ باشد:

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 60 + 48 = 108$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال)

۹. گزینه ۲

سکه ۲ حالت و تاس ۶ حالت دارد. بنابراین طبق اصل ضرب داریم:

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$

$$A = \{(1, 3), (3, 6)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای خطی)

۱۰. گزینه ۴

$$\begin{aligned} 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46 \\ +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6 \quad +7 \quad +8 \quad +9 \end{aligned}$$

با توجه به الگوی فوق، رابطه بازگشتی دنباله به صورت $a_1 = 1$ و

$$a_{n+1} = a_n + n \text{ است، بنابراین جمله دهم برابر ۴۶ است.}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای خطی)

۱۱. گزینه ۴

اعداد طبیعی فرد متوالی با کوچکترین عدد ۵۱، یک دنباله حسابی با جمله اول ۵۱ و اختلاف مشترک ۲ تشکیل می‌دهند:

$$51, 53, \dots \quad d = 53 - 51 = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2} (2 \times 51 + 29 \times 2) = 15 \times (102 + 58) = 2400$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی)

۱۲. گزینه ۱

$$4, -, -, -, 972$$

اگر بین دو عدد a و b عدد k عدد را طوری قرار دهیم که جملات با شروع از a و ختم به b یک دنباله هندسی تشکیل دهند، آنگاه:

$$r^{k+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow r^{4+1} = \frac{972}{4} \Rightarrow r^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow r = 3$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_6 = \frac{4(3^6 - 1)}{3 - 1} = 2 \times (729 - 1) = 1456$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی)

۱۳. گزینه ۳

$$\begin{aligned} 2^{0/76} \times 4^{0/12} \times 8^{-\frac{1}{3}} &= 2^{0/76} \times (2^2)^{0/12} \times (2^3)^{-\frac{1}{3}} \\ &= 2^{0/76} \times 2^{0/24} \times 2^{-1} = 2^{0/76+0/24-1} = 2^{-1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۸. گزینه ۱

(ریاضی و آمار (۲)، آمار)

در الگوی سری زمانی، خطا برای درون‌یابی قابل تعریف است، زیرا باید مقدار واقعی هر نقطه را داشته باشیم تا بتوانیم خطا را محاسبه کنیم.

خطا برای هر نقطه، قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه از درون‌یابی آن است.

۱۹. گزینه ۲

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال)

$$n(S) = \binom{3+4}{2} = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

اگر A پیشامد آن باشد که ۲ مهره خارج شده هم‌رنگ باشند، یعنی دو مهره سفید یا دو مهره سیاه باشد، خواهیم داشت:

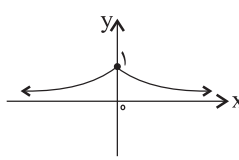
$$n(A) = \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = \frac{4 \times 3}{2} + \frac{3 \times 2}{2} = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

۲۰. گزینه ۲

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی)

ضابطه تابع را به صورت زیر بازنویسی کرده و نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$y^{-x} = \left(\frac{1}{y}\right)^x, \quad \left(\frac{1}{y}\right)^{-x} = y^x$$

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \geq 0 \\ 3^x, & x < 0 \end{cases}$$


با توجه به نمودار، برد تابع f به صورت $\{y \in \mathbb{R} | 0 < y \leq 1\}$ می‌باشد.

زبان و ادبیات فارسی

سراسری ۱۳۹۸

۲۱. گزینه ۳

(علوم و فنون ادبی (۳)، تاریخ ادبیات، صفحه ۱۰۰)

روح حماسه و عرفان در شعر این دوره (دوره انقلاب اسلامی) آشکار است. در حماسه بُعد زمینی غلبه دارد و در عرفان بُعد آسمانی.

۲۲. گزینه ۱

(علوم و فنون ادبی (۳)، تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

فرّخی یزدی تحت تأثیر شاعران گذشته، به ویژه مسعود سعد و سعدی بود. آشنایی با سعدی طبع فرّخی را شکوفا ساخت.

۲۳. گزینه ۳

(علوم و فنون ادبی (۳)، تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

دهخدا در رواج نثر ساده و عامیانه که بعدها در داستان‌های محمدعلی جمال‌زاده و صادق هدایت به کار رفت، نقش مؤثری داشت.

۲۴. گزینه ۴

(علوم و فنون ادبی (۲)، تاریخ ادبیات، صفحه ۳۸)

۱- نثر فنی در قرن هفتم ضعیف می‌شود، ۲- نثر فنی در قرن هشتم با سیطره تیموریان بر ایران، ۳- از میان می‌رود، ۴- تا آن‌جا که نثر ساده در اکثر کتاب‌های این دوره ۵- جای نثر فنی را می‌گیرد، ۶- نویسندگان، کتاب‌های مشکل را ۷- به زبان ساده بازنویسی می‌کنند.

۲۵. گزینه ۴

(علوم و فنون ادبی (۱)، سبک‌شناسی، صفحه‌های ۶۳، ۶۴ و ۸۵)

علوم و فنون ادبی (۲)، سبک‌شناسی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

در بیت گزینه «۴»، غم‌گرایی و توجه به احوالات درونی از ویژگی‌های فکری سبک عراقی‌اند. ابیات سایر گزینه‌ها به سبک خراسانی سروده شده‌اند. تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: استفاده از نشانه «مر» در مصراع دوم، مربوط به سبک خراسانی است. گزینه «۲»: ستایش خرد و پند و اندرز ساده در این بیت، از ویژگی‌های سبک خراسانی‌اند. گزینه «۳»: توصیف‌های حسی که شاعر از معشوق زمینی خود به دست می‌دهد، این بیت را هم مربوط به سبک خراسانی می‌کند.

۲۶. گزینه ۳

(علوم و فنون ادبی (۲)، سبک‌شناسی، صفحه ۳۸)

ملاحسین واعظ کاشفی (متوفی در ۹۱۰ هـ. ق) کلیله و دمنه را به انشای دوره خود بازگرداند و آن را «انوار سهیلی» نامید.

توجه: در کتاب درسی جدید، از تاریخ وفات کاشفی سخنی به میان نیامده است.

۲۷. گزینه ۲

(علوم و فنون ادبی (۱)، سبک‌شناسی، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

به‌کارگیری ردیف‌های فعلی و اسمی دشوار در شعر، از ویژگی‌های ادبی سبک عراقی است.

۲۸. گزینه ۴

(علوم و فنون ادبی (۳)، بدیع، صفحه ۸۹ تا ۹۱)

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «خسرو» ایهام دارد: ۱- پادشاه (خوشبخت) ۲- خسرو پرویز، پادشاه ایرانی
گزینه «۲»: «شیرین» ایهام تناسب دارد: ۱- دلنشین، ۲- نام معشوقه خسرو که در این معنا با «خسرو» و «شکر» تناسب دارد.
گزینه «۳»: «شکر» ایهام تناسب دارد: ۱- نوعی ماده خوراکی ۲- معشوقه خسرو که در این معنا با «خسرو» و «شیرین» تناسب دارد.

۲۹. گزینه ۳

(علوم و فنون ادبی (۱) و (۲) و (۳)، بیان و بدیع، ترکیبی)

کنایه: «واگرفتن» و «تشنه چیزی بودن» کنایه هستند.
تشبیه: «روی» معشوق به «آب» تشبیه شده است.
ایهام: «بوی» اول ایهام دارد: ۱- رایحه، ۲- امید و آرزو
جناس ناهمسان: «بوی» و «روی»

۳۰. گزینه ۴

(علوم و فنون ادبی (۲)، بیان، ترکیبی)

بیت فاقد تشبیه است. بیان «ناله عاشق توسط چنگ» استعاره و تشخیص است.
تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تشبیه: بر سیمین (همچون سیم) تو/ استعاره: «قمر» استعاره از معشوق است.
گزینه «۲»: تشبیه: مشک زلف (بیت تشبیه مرجع هم دارد)/ استعاره: «بو کردن مشک و عنبر» استعاره و تشخیص است.
گزینه «۳»: تشبیه: کام و دهان من تنگ شکر شود (تشبیه فشرده غیراضافی)/ استعاره: «بت شیرین دهان» استعاره از معشوق است. همچنین «خیال کردن دل» استعاره و تشخیص است.

۳۱. گزینه ۲

(علوم و فنون ادبی (۳)، بدیع، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

به نظر می‌رسد طراح محترم در این گزینه کلمات «تاب» و «روی» را دارای ایهام نمی‌داند. تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «هزار» ایهام دارد: ۱- عدد هزار، ۲- بلبل (هزار داستان)
گزینه «۳»: «بو» ایهام دارد: ۱- امید و آرزو، ۲- رایحه / اما ظاهراً معنای امید و آرزو از این کلمه در بیت قابل دریافت است.
گزینه «۴»: در این بیت کلمات «پرده»، «راه»، «بنواز»، «نوبت»، «می‌زنی» و «عشاق» ایهام دارند.