



اتحاد مربع دو جمله‌ای

کارت ۱ فصل ۱

اتحاد مربع دو جمله‌ای (مجموع و تفاضل دو جمله) به صورت‌های زیر است:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع دو جمله‌ای برابر است با جمله‌ی اول به توان ۲ (a^2) به علاوه یا منفی دو برابر حاصل ضرب جمله‌ها ($\pm 2ab$) به علاوه جمله‌ی دوم به توان ۲ (b^2).

مثال: حاصل عبارتها را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید.

$$1) (2x + 3y)^2$$

$$2) (\sqrt{2}x - 3)^2$$

$$3) \left(\sqrt{3}x + \frac{1}{\sqrt{3}}y\right)^2$$

پاسخ:

$$1) (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$2) (\sqrt{2}x)^2 - 2(\sqrt{2}x)(3) + (3)^2 = 2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9$$

$$3) (\sqrt{3}x)^2 + 2(\sqrt{3}x)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}y\right)^2$$



$$= 3x^2 + 2xy + \frac{1}{3}y^2$$



اتحاد مربع دو جمله‌ای

کارت ۱
فصل ۱

۱) به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$1) x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$2) 4x^2y^2 - 12xy + 9$$

$$3) x^2 - 10x + 25$$

$$4) x + 4\sqrt{x} + 4$$

۲) محاسبات عددی زیر را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید.

$$1) (99)^2$$

$$2) (1001)^2$$

پاسخ ا:

$$1) \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$2) (2xy - 3)^2$$

$$3) (x - 5)^2$$

$$4) (\sqrt{x} + 2)^2$$

پاسخ ب:

$$1) 99^2 = (100 - 1)^2 = (100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2 \\ = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$2) 1001^2 = (1000 + 1)^2 = (1000)^2 + 2(1000)(1) + (1)^2 \\ = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$$



اتحاد مزدوج

کارت ۲
فصل ۱

اتحاد مزدوج به صورت زیر است:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

حاصل ضرب دو پرانتز با دو جمله که جمله‌های اول برابر و جمله‌های دوم قرینه‌اند را اتحاد مزدوج می‌گویند و حاصل آن برابر است با جمله‌ی اول به توان ۲ منهای جمله‌ی دوم به توان ۲.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$1) (3x - 2)(3x + 2)$$

$$2) (4x^2y - 1)(4x^2y + 1)$$

$$3) (x + 1)(x - 1)$$

$$4) (\sqrt{2}x + \sqrt{3})(\sqrt{2}x - \sqrt{3})$$

پاسخ:

$$1) (3x)^2 - (2)^2 = 9x^2 - 4$$

$$2) (4x^2y)^2 - (1)^2 = 16x^4y^2 - 1$$

$$3) (x)^2 - (1)^2 = x^2 - 1$$

$$4) (\sqrt{2}x)^2 - (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 3$$



اتحاد مزدوج

کارت ۲
فصل ۱

۱) عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

1) $x^2 - 9$

2) $16x^2 - y^2$

3) $x^2y^2 - 25$

4) $4x^2 - 49y^2$

۲) محاسبات عددی زیر را به کمک اتحاد مزدوج به دست آورید.

1) 102×98

2) 196×204

پاسخ ۱:

1) $(x - 3)(x + 3)$

2) $(4x - y)(4x + y)$

3) $(xy - 5)(xy + 5)$

4) $(2x - 7y)(2x + 7y)$

پاسخ ۲:

1) $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2)$

$$= (100)^2 - (2)^2 = 10000 - 4 = 9996$$

2) $196 \times 204 = (200 - 4)(200 + 4)$

$$= (200)^2 - (4)^2 = 40000 - 16 = 39984$$



اتحاد یک جمله‌ی مشترک

کارت ۳
فصل ۱

اتحاد یک جمله مشترک به صورت زیر است:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

حاصلضرب دو پرانتز با دو جمله که جمله‌های اول برابر و جمله‌های دوم متمایز هستند را اتحاد یک جمله مشترک می‌گویند و حاصل آن برا بر است با جمله‌ی مشترک به توان دو، بعلاوه‌ی مجموع دو جمله‌ی متمایز ضرب در جمله‌ی مشترک، بعلاوه‌ی حاصلضرب جمله‌های متمایز.

مثال:

1) $(x-7)(x+5)$

2) $(x+3)(x+2)$

3) $(x-4)(x-2)$

4) $(x+9)(x-2)$

پاسخ:

1) $= (x)^2 + (-7+5)x + (-7)(5) = x^2 - 2x - 35$

2) $= (x)^2 + (3+2)x + (3)(2) = x^2 + 5x + 6$

3) $= (x)^2 + (-4-2)x + (-4)(-2) = x^2 - 6x + 8$

4) $= (x)^2 + (9-2)x + (9)(-2) = x^2 + 7x - 18$



اتحاد یک جملہی مشترک

کارت ۳ فصل ۱

۱) به کمک اتحاد یک جملہ مشترک تجزیہ کنید.

$$1) x^2 - 7x + 10$$

$$2) x^2 + 12x + 27$$

$$3) x^2 - 5x - 6$$

$$4) x^2 + 2x - 15$$

$$5) 4x^2 - 2x - 6$$

$$6) 9x^2 + 18x + 8$$

پاسخ ا:

$$1) = (x - 2)(x - 5)$$

$$2) = (x + 9)(x + 3)$$

$$3) = (x - 6)(x + 1)$$

$$4) = (x + 5)(x - 3)$$

$$5) = (2x - 3)(2x + 2)$$

$$6) = (3x + 2)(3x + 4)$$



مثلث خیام

کارت ۴
فصل ۱

مثلث خیام به صورت زیر نوشته می‌شود و از آن ضرایب $(a+b)^n$ به دست می‌آید.

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & & & 1 \\
 & & & & & & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & 2 & 1 & \\
 & & 1 & 3 & 3 & 1 & & \\
 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & \\
 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & \\
 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & \\
 & & & & & & & (a+b)^6
 \end{array}$$

ابتدا و انتهای هر سطر عدد یک است. برای نوشتن سطر بعدی هر دو عدد متوالی سطر قبل را جمع می‌کنیم و بین دو عدد در سطر بعدی می‌نویسیم. به‌طور مثال سطر پنجم به صورت زیر به دست آمده در ابتدا عدد یک، $1+3=4$ ، $3+3=6$ ، $3+1=4$ و در انتها عدد یک نوشته شده است.



مثلث خیام

کارت ۴
فصل ۱

- ۱) سطر هشتم مثلث خیام را بنویسید.
۲) حاصل عبارتهای زیر را به کمک مثلث خیام بنویسید.

1) $(a+b)^4$

2) $(a+b)^5$

پاسخ ۱:

$$1, 1+6, 6+15, 15+20, 20+15, 15+6, 6+1, 1$$

در نتیجه:

$$1 \quad 7 \quad 21 \quad 35 \quad 35 \quad 21 \quad 7 \quad 1$$

پاسخ ۲:

$$1) (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$2) (a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

توجه داشته باشید، در جمله‌ی اول $(a+b)^n$ یعنی a به توان n می‌باشد. در جمله‌ی بعدی یکی از a توان کم می‌کنیم و توان جمله‌ی دوم یعنی b یکی زیاد می‌شود تا جمله‌ی آخر که توان a صفر می‌شود و توان b برابر n می‌باشد.



اتحاد مکعب دو جمله‌ای

کارت ۵
فصل ۱

اتحاد مکعب دو جمله‌ای (مجموع و تفاضل دو جمله) به صورت‌های زیر است:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مکعب مجموع دو جمله‌ای برابر است با جمله‌ی اول به توان ۳ (a^3) بعلاوه‌ی سه برابر مربع اولی در دومی ($3a^2b$) بعلاوه‌ی سه برابر اولی در مربع دومی ($3ab^2$) بعلاوه‌ی جمله‌ی دوم به توان ۳ (b^3).

مثال: عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$1) 27x^3 + \frac{27x^2}{2} + \frac{9}{4}x + \frac{1}{8}$$

$$2) 64x^3 - 48x^2y + 12xy^2 - y^3$$

$$3) 8x^3 + 4x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{27}$$

پاسخ:

$$1) (3x)^3 + 3(3x)^2\left(\frac{1}{2}\right) + 3(3x)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(3x + \frac{1}{2}\right)^3$$

$$2) (4x)^3 - 3(4x)^2(y) + 3(4x)(y)^2 - y^3 = (4x - y)^3$$



$$3) (2x + \frac{1}{3})^3 = 3(2x)^2(\frac{1}{3}) + 3(2x)(\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^3 = (2x + \frac{1}{3})^3$$



اتحاد مکعب دو جمله‌ای

کارت ۵

فصل ۱

۱) حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

1) $(x+2)^3$

2) $(x-3)^3$

3) $(2x+3y)^3$

4) $(xy - \frac{1}{3}z)^3$

پاسخ‌ها:

1) $x^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + (2)^3$

$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

2) $(x)^3 - 3(x)^2(3) + 3(x)(3)^2 - (3)^3$

$= x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

3) $(2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3$

$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

4) $(xy)^3 - 3(xy)^2(\frac{1}{3}z) + 3(xy)(\frac{1}{3}z)^2 - (\frac{1}{3}z)^3$

$= x^3y^3 - x^2y^2z + \frac{1}{3}xyz^2 - \frac{1}{27}z^3$



اتحاد مجموع و تفاضل مکعب‌های دو جمله

کارت ۶ فصل ۱

اتحاد مجموع و تفاضل مکعب‌های دو جمله به صورت‌های زیر است:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

حاصل ضرب دو پرانتز که پرانتز اول دو جمله و پرانتز دوم سه جمله‌ای است و پرانتز دوم شامل توان دوم جملات پرانتز اول و حاصل ضرب جملات پرانتز اول با علامت قرینه است را اتحاد مجموع یا تفاضل مکعب دو جمله‌ای می‌گویند و حاصل آن برآبر است با مجموع یا تفاضل مکعب‌های دو جمله.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$1) (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$$

$$2) (5x^2y - 3z)(25x^4y^2 + 15x^2yz + 9z^2)$$

$$3) \left(\frac{x}{2} + 3y\right)\left(\frac{x^2}{4} - \frac{3}{2}xy + 9y^2\right)$$

پاسخ:

$$1) (3x)^3 - (2)^3 = 27x^3 - 8$$



$$2) (5x^2y)^3 = 125x^6y^3 - 27z^3$$

$$3) \left(\frac{x}{2}\right)^3 + (3y)^3 = \frac{x^3}{8} + 27y^3$$



اتحاد مجموع و تفاضل مکعب‌های دو جمله

کارت ۶
فصل ۱

۱) عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$1) 8x^6 - 27$$

$$2) x^3 - \frac{1}{64}y^3$$

$$3) x^3 + 2\sqrt{2}$$

$$4) x^6y^3 + 1$$

پاسخ:

$$1) (2x^2)^3 - 3^3 = (2x^2 - 3)(4x^4 + 6x^2 + 9)$$

$$2) (x)^3 - \left(\frac{1}{4}y\right)^3 = \left(x - \frac{1}{4}y\right)\left(x^2 + \frac{xy}{4} + \frac{y^2}{16}\right)$$

$$3) (x)^3 + (\sqrt{2})^3 = (x + \sqrt{2})(x^2 - \sqrt{2}x + 2)$$

$$4) (x^2y)^3 + (1)^3 = (x^2y + 1)(x^4y^2 - x^2y + 1)$$



تجزیه به کمک فاکتورگیری و اتحادها

کارت ۷
فصل ۱

در تجزیه‌ی عبارتهای جبری ابتدا در صورت امکان بین جملات، عاملهای مشترک با کمترین توان را فاکتور می‌گیریم.

مثال: به کمک فاکتورگیری تجزیه کنید.

$$1) 36x^3y^2 - 24xy^3 + 20x^2y^2$$

$$2) 4x^3(x^2 + 1) + 6x^2y(x^2 + 1)^2$$

$$3) 3x^2(x + y)^3 - 15xy(x + y)^2$$

$$4) 30a^2b^3 + 35a^3 - 20ab$$

پاسخ:

$$1) 4xy^2(9x^2 - 6y + 5x)$$

$$2) 2x^2(x^2 + 1)(2x + 3y(x^2 + 1))$$

$$= 2x^2(x^2 + 1)(2x + 3x^2y + 3y)$$

$$3) 3x(x + y)^2(x(x + y) - 5y) = 3x(x + y)^2(x^2 + xy - 5y)$$

$$4) 5a(6ab^3 + 7a^2 - 4b)$$



تجزیه به کمک فاکتورگیری و اتحادها

کارت ۷ فصل ۱

۱) در تجزیه‌ی عبارت $a(a-3)(a-4) - 12a + 36$ کدام عامل وجود ندارد؟ (سراسری انسانی ۹۰)

$$(1) \quad a+2 \quad (2) \quad a-6 \quad (3) \quad a-3 \quad (4) \quad a-2$$

۲) در تجزیه‌ی عبارت $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ کدام عامل ضرب وجود دارد؟ (سراسری انسانی ۹۳)

$$(1) \quad x-4 \quad (2) \quad x-2 \quad (3) \quad x+2 \quad (4) \quad x+3$$

پاسخ ۱: گزینه‌ی ۳

$$a(a-3)(a-4) - 12(a-3)$$

$$= (a-3)[a(a-4) - 12] = (a-3)[a^2 - 4a - 12]$$

$$= (a-3)(a-6)(a+2)$$

پاسخ ۲: گزینه‌ی ۳

$$x^3(x-3) + 8(x-3)$$

$$= (x-3)(x^3 + 8) = (x-3)(x+2)(x^2 - 2x + 4)$$



عبارت‌های گویا

کارت ۸

فصل ۱

کسرهایی را که صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای باشند، عبارت‌های گویا می‌نامند. اگر صورت یا مخرج کسری، پس از ساده شدن، چند جمله‌ای نباشد، در این صورت آن عبارت گویا نیست.

مثال: عبارت‌های گویا و عبارت‌های غیر گویا را مشخص کنید.

1) $\frac{\sqrt{x^2}}{7x}$

2) $\frac{3x-5}{x^2+x+1}$

3) $\frac{\sqrt{5}x}{x-1}$

4) x^3-1

5) $\frac{|x|}{x-1}$

6) $\frac{x^{-2}+1}{x-1}$

پاسخ: عبارت‌های ۲، ۳ و ۴ گویا هستند و عبارت‌های ۱، ۵ و ۶ گویا نیستند.



عبارت‌های گویا

کارت ۸
فصل ۱

۱) مقدار عبارت گویای زیر را به ازای $x=2$ به دست آورید.

$$\frac{3x^2 - x + 1}{4x^2 + 1}$$

۲) مقدار عبارت گویای زیر را به ازای $x=1$ ، $y=2$ و $z=3$ به دست آورید.

$$\frac{3x^2y^2 - 2z^3 + 4}{2(x+y) - z}$$

پاسخ ۱:

$$\frac{3 \times (2)^2 - (2) + 1}{4 \times (2)^2 + 1} = \frac{12 - 2 + 1}{16 + 1} = \frac{11}{17}$$

پاسخ ۲:

$$\frac{3 \times (1)^2 (2)^2 - 2 \times (3)^3 + 4}{2 \times (1+2) - 3} = \frac{12 - 54 + 4}{6 - 3} = \frac{-38}{3}$$



دامنه‌ی عبارت‌های گویا (یک متغیره)

کارت ۹
فصل ۱

عبارت‌های گویا وقتی با معنا هستند که مخرجشان برابر صفر نباشد. یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر شود، آنگاه عبارت گویا تعریف نشده است. برای مثال $\frac{3x-1}{x-2}$ به ازای $x=2$ تعریف نشده است. زیرا:

$$x=2 \Rightarrow \frac{3 \times 2 - 1}{2 - 2} = \frac{5}{0} \quad \text{تعریف نشده}$$

مثال: هر عبارت گویا به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟

۱) $\frac{3x-2}{x+3}$

۲) $\frac{x+\sqrt{2}}{x^2-4}$

۳) $\frac{4x}{x^2+1}$

۴) $\frac{5x-1}{x}$

پاسخ:

۱) $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

۲) $x^2-4=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$

عبارت همواره تعریف شده است. \Rightarrow

۳) $x^2+1=0$ جواب ندارد.

۴) $x=0$



دامنه‌ی عبارتهای گویا (یک متغیره)

کارت ۹
فصل ۱

۱) عبارت $\frac{3x-1}{x^3-x}$ به ازای چند مقدار x تعریف نشده است؟

۲) عبارت $\frac{2x}{x(x-1)(x^2-9)}$ به ازای چند مقدار x تعریف نشده است؟

پاسخ ۱: $x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

عبارت به ازای سه مقدار $x = 0$ ، $x = 1$ و $x = -1$ تعریف نشده است.

پاسخ ۲:

$$x(x-1)(x^2-9) = 0 \Rightarrow x(x-1)(x-3)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

عبارت گویا به ازای چهار مقدار تعریف نشده است.



دامنه‌ی عبارت‌های گویا (چند متغیره)

کارت ۱۰

فصل ۱

عبارت‌های گویایی که در مخرج چند متغیر دارد به ازای مقادیری که مخرج را صفر می‌کنند، تعریف نشده‌اند.

مثال: عبارت‌های زیر به ازای چه مقداری تعریف نشده است.

$$1) \frac{3x^2 + y}{ax^3 - a}$$

$$2) \frac{4x - 2ab}{a^2xb - ax^2b}$$

پاسخ:

$$1) ax^3 - a = 0$$

$$\Rightarrow a(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

عبارت به ازای $x = 1$ یا $a = 0$ تعریف نشده است.

$$2) a^2xb - ax^2b = 0$$

$$\Rightarrow a^2xb(a - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ x = 0 \\ b = 0 \\ a - x = 0 \Rightarrow a = x \end{cases}$$

عبارت به ازای $x = 0$ ، $a = 0$ یا $b = 0$ و یا مقادیر برابر x و a ($x = a$) تعریف نشده است.



دامنه‌ی عبارت‌های گویا (چند متغیره)

کارت ۱۰
فصل ۱

۱) عبارت $\frac{3x^2+a}{x^2-a^2}$ به ازای مقادیر

کدام گزینه تعریف نشده است؟

$a=0, x=1$ (2) $a=1, x=2$ (1)

$a=1, x=0$ (4) $x=2, a=-2$ (3)

۲) عبارت $\frac{3x^2-mx}{xm^2-25x}$ به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟

پاسخ ۱: گزینه‌ی ۳ $x^2-a^2=0 \Rightarrow (x-a)(x+a)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-a=0 \Rightarrow x=a \\ x+a=0 \Rightarrow x=-a \end{cases}$$

بنابراین به ازای $a=-2$ و $x=2$ تعریف نشده است.

$xm^2-25x=0$ **پاسخ ۲:**

$$\Rightarrow x(m^2-25)=0 \Rightarrow x(m-5)(m+5)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ m-5=0 \Rightarrow m=5 \\ m+5=0 \Rightarrow m=-5 \end{cases}$$



ساده کردن عبارتهای گویا

کارت ۱۱
فصل ۱

اگر a ، b و k عددهایی حقیقی باشند به طوری که $b, k \neq 0$ ، در این

$$\text{صورت: } \frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$$

برای ساده کردن یک عبارت گویا ابتدا صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک از صورت و مخرج را به شرط مخالف صفر بودن ساده می‌کنیم.

مثال: عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$$

$$2) \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 3x}$$

پاسخ:

$$1) \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$2) \frac{(2x-3)(2x+3)}{x(2x+3)} = \frac{2x-3}{x}$$



ساده کردن عبارت‌های گویا

کارت ۱۱
فصل ۱

۱) عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{8x^4(x^2+1)^2 - 6x^2(x^2+1)^3}{x^6 - 9x^2}$$

$$2) \frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 - 4x}$$

$$3) \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 2x + 2}$$

پاسخ:۱

$$1) \frac{2x^2(x^2+1)^2(4x^2-3(x^2+1))}{x^2(x^4-9)}$$

$$= \frac{2x^2(x^2+1)^2(4x^2-3x^2-3)}{x^2(x^2-3)(x^2+3)} = \frac{2(x^2+1)^2(x^2-3)}{(x^2-3)(x^2+3)}$$

$$= \frac{2(x^2+1)^2}{x^2+3}$$

$$2) \frac{(x+3)(x+2)}{x(x^2-4)} = \frac{(x+3)(x+2)}{x(x-2)(x+2)} = \frac{x+3}{x(x-2)}$$

$$3) \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{2(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{2}$$



کوچکترین مضرب مشترک

کارت ۱۲
فصل ۱

برای به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو یا چند عبارت جبری، ابتدا عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم، سپس حاصلضرب عامل‌های مشترک با بزرگترین توان در عبارت‌های غیر مشترک را می‌نویسیم.

مثال: کوچکترین مضرب مشترک را در هر مورد به دست آورید.

$$1) p(x) = 4x^2 + 4x + 1$$

$$Q(x) = 4x^2 - 1$$

$$2) p(x) = (x^2 + 6x + 9)(x - 1)$$

$$Q(x) = x^2 + 4x + 3$$

پاسخ:

$$1) p(x) = (2x + 1)^2$$

$$Q(x) = (2x + 1)(2x - 1)$$

$$\Rightarrow \text{م. م. ک} = (2x + 1)^2(2x - 1)$$

$$2) p(x) = (x + 3)^2(x - 1)$$

$$Q(x) = (x + 3)(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{م. م. ک} = (x + 3)^2(x - 1)(x + 1)$$



کوچکترین مضرب مشترک

کارت ۱۲

فصل ۱

۱) کوچکترین مضرب مشترک را در هر مورد به دست آورید.

$$1) p(x) = x^2 + x$$

$$Q(x) = (x^2 - 1)(x + 2)^2$$

$$2) p(x) = 3x^2(y + 1)^2 - 6x^3(y + 1)$$

$$Q(x) = 8x(y + 1)^2(y^2 - 1)$$

پاسخ ا:

$$1) p(x) = x(x + 1)$$

$$Q(x) = (x - 1)(x + 1)(x + 2)^2$$

$$\text{م. م. ک} = x(x - 1)(x + 1)(x + 2)^2$$

$$2) p(x) = 3x^2(y + 1)(y + 1 - 2x)$$

$$Q(x) = 8x(y + 1)^2(y + 1)(y - 1) = 8x(y + 1)^3(y - 1)$$

$$\Rightarrow \text{م. م. ک} = 3 \times 8x^2(y + 1)^3(y - 1)(y + 1 - 2x)$$



جمع عبارتهای گویا

کارت ۱۳

فصل ۱

برای جمع دو عبارت گویا، ابتدا مخرج کسرها را برابر می‌کنیم. برای این کار از کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها استفاده می‌کنیم. سپس صورت کسرها با مخرج مشترک یکسان را جمع می‌کنیم.

مثال: حاصل جمع کسرها را به دست آورید.

$$1) \frac{5}{x^2-x} + \frac{2x}{x^2-1}$$

$$2) \frac{2}{x^2+3x+2} + \frac{3}{x^2-4}$$

پاسخ:

$$1) \frac{5}{x(x-1)} + \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{5(x+1) + 2x(x)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{5x+5+2x^2}{x(x-1)(x+1)}$$

$$2) \frac{2}{(x+1)(x+2)} + \frac{3}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{2(x-2) + 3(x+1)}{(x+1)(x+2)(x-2)} = \frac{2x-4+3x+3}{(x+1)(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{5x-1}{(x+1)(x+2)(x-2)}$$



جمع عبارتهای گویا

کارت ۱۳

فصل ۱

۱) حاصل $\frac{4}{x^2-9} + \frac{x+1}{x^2+3x}$ کدام است؟

$$\frac{x+1}{x^2-3x} \quad (۲)$$

$$\frac{x-1}{x^2-3x} \quad (۱)$$

$$\frac{x+2}{x^2+3x} \quad (۴)$$

$$\frac{x-2}{x^2+3x} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{4}{(x-3)(x+3)} + \frac{x+1}{x(x+3)}$$

$$= \frac{4x + (x+1)(x-3)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{4x + x^2 - 2x - 3}{x(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + 2x - 3}{x(x-3)(x+3)} = \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x-1}{x^2-3x}$$



تفریق دو عبارت گویا

کارت ۱۴

فصل ۱

برای تفریق دو عبارت گویا ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم، سپس کسرهایی که مخرج مشترک دارند را در یک کسر از هم کم می‌کنیم.

مثال: حاصل تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$1) \frac{2}{9xy} - \frac{5x}{6y^2}$$

$$2) \frac{x}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x+2}{x^2 - 9} - \frac{5}{3-x}$$

پاسخ:

$$1) \frac{2 \times (2y) - 5x(3x)}{18xy^2} = \frac{4y - 15x^2}{18xy^2}$$

$$2) \frac{x}{(x-3)^2} - \frac{x+2}{(x-3)(x+3)} - \frac{-5}{(x-3)}$$

$$= \frac{x(x+3) - (x+2)(x-3) + 5(x-3)(x+3)}{(x-3)^2(x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + 3x - x^2 + x + 6 + 5x^2 - 45}{(x-3)^2(x+3)}$$

$$= \frac{5x^2 + 4x - 39}{(x-3)^2(x+3)}$$



تفریق دو عبارت گویا

کارت ۱۴

فصل ۱

۱) حاصل عبارت $\frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1}$ کدام است؟

$$\frac{1}{x-1} \quad (۲) \qquad \frac{-1}{x-1} \quad (۱)$$

$$\frac{-1}{x+1} \quad (۴) \qquad \frac{1}{x+1} \quad (۳)$$

۲) حاصل $\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+1}{x+2}$ را به دست آورید.

پاسخ ۱: گزینه ی ۱

$$\frac{3}{x+1} - \frac{2(2x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3(x-1) - 2(2x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{3x - 3 - 4x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x-1}$$

پاسخ ۲:

$$= \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-3)}{(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 3}{(x-3)(x+2)} = \frac{2x-1}{(x-3)(x+2)}$$



مسائل ترکیبی از جمع و تفریق عبارت‌های گویا

کارت ۱۵
فصل ۱

مثال ۱: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$1) \frac{y-3}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} + \frac{3}{y-2}$$

$$2) \frac{\frac{1}{m}+2}{m+1} - \frac{2}{m}$$

مثال ۲: اگر $A = \frac{2x}{1-x^2}$ و $B = \frac{2x}{1+x^2}$ باشند،

حاصل $1 + \frac{1}{A^2}$ برابر کدام است؟ (سراسری انسانی - ۸۱)

$$\frac{1}{B^2} \quad (۲)$$

$$B^2 \quad (۱)$$

$$\frac{B}{A} \quad (۴)$$

$$\frac{A}{B} \quad (۳)$$



مسائل ترکیبی از جمع و تفریق عبارت‌های گویا

کارت ۱۵
فصل ۱

پاسخ ۱:

$$1) \frac{y-3}{(y-2)(y+2)} - \frac{y+2}{(y-2)^2} + \frac{3}{y-2}$$

$$= \frac{(y-3)(y-2) - (y+2)(y+2) + 3(y-2)(y+2)}{(y-2)^2(y+2)}$$

$$= \frac{y^2 - 5y + 6 - y^2 - 4y - 4 + 3y^2 - 12}{(y-2)^2(y+2)} = \frac{3y^2 - 9y - 10}{(y-2)^2(y+2)}$$

$$2) \frac{\frac{1}{m} + \frac{2}{1}}{m+1} - \frac{2}{m} = \frac{\frac{1+2m}{m}}{m+1} - \frac{2}{m}$$

$$= \frac{1+2m}{m(m+1)} - \frac{2}{m} = \frac{1+2m-2(m+1)}{m(m+1)}$$

$$= \frac{1+2m-2m-2}{m(m+1)} = \frac{-1}{m(m+1)}$$

پاسخ ۲: گزینه ی ۲

$$1 + \frac{1}{A^2} = 1 + \left(\frac{1}{A}\right)^2 = 1 + \left(\frac{1-x^2}{2x}\right)^2 = 1 + \frac{1-2x^2+x^4}{4x^2}$$

$$= \frac{4x^2+1-2x^2+x^4}{4x^2} = \frac{x^4+2x^2+1}{4x^2} = \frac{(x^2+1)^2}{4x^2}$$

$$= \left(\frac{x^2+1}{2x}\right)^2 = \frac{1}{B^2}$$