

## ریاضی ۱

## مجموعه، الگو و دنباله

□ فصل (مجموعه‌های متناهی و نامتناهی تا پایان دنباله حسابی □ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱- اگر  $[-1, b] \cup [a, 7] = [-2, 9]$  برقرار باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۵)

۲- اگر  $A_n = (\frac{1}{n}, 1)$  باشد، حاصل  $(A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) - (A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5)$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{1}{5}, 1)$  (۲)  $(\frac{1}{4}, 1)$  (۳)  $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2}]$  (۴)  $(\frac{1}{5}, \frac{1}{2})$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۷)

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- (۱) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰  
(۲)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq \sqrt{16}\}$   
(۳) اجتماع دو مجموعه متناهی  
(۴)  $[2, 4] - [3, +\infty)$

۴- اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه ناتهی از مجموعه مرجع  $U$  باشند و داشته باشیم:  $A' \cap B = A \cap B'$ ، کدام گزینه درست است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

- (۱)  $A \cap B = \emptyset$   
(۲)  $A \subseteq B'$   
(۳)  $A - B = \emptyset$   
(۴)  $A' \cap B' = \emptyset$

۵- اگر  $n(U) = 170$  و  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه مجزا باشند به طوری که  $n(A') - n(C) + n(B') = 200$  باشد، آن گاه  $n(B \cup A \cup C)$  کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۳۰ (۴) ۱۴۰




(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۶- شماره اولین جمله مثبت در دنباله  $a_n = \frac{n-120}{2n-1} + \frac{1}{10}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۷- در الگوی زیر، جمله پنجم چند نقطه رنگی دارد؟

- (۱) ۶  
(۲) ۹  
(۳) ۱۵  
(۴) ۳۰
- (۱)  (۲)  (۳)  ...

۸- سه جمله اول یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، می‌توانند اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه باشند. در صورتی که عدد مساحت این مثلث ۳ برابر عدد محیط آن باشد. جمله دهم این دنباله کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۷۲ (۴) ۷۴

۹- در دنباله حسابی با ۹ جمله  $(t_1$  تا  $t_9)$  و قدرنسبت  $-4$ ، اگر بزرگترین جمله دنباله، ۳ برابر کوچکترین جمله دنباله باشد، جمله پنجم این دنباله کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱)  $-32$  (۲)  $-20$  (۳) ۲۰ (۴) ۳۲

۱۰- سه عدد تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر مجموعشان ۳۹ و حاصل ضربشان ۲۰۸۰ باشد، عدد بزرگتر کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴

۱۱- اگر اشتراک دو بازه  $A = \mathbb{R} - (m, 3)$  و  $B = [n - 1, 3]$  برابر  $[-3, 2]$  باشد، حاصل  $m - n$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۲- اگر  $A$  یک مجموعه متناهی،  $B$  یک مجموعه نامتناهی و  $C$  یک مجموعه دلخواه باشد، آنگاه چه تعداد از مجموعه‌های زیر لزوماً متناهی هستند؟ ( $A, B$  و  $C$  در مجموعه مرجع  $U$  قرار دارند)  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۵ تا ۷)

- (الف)  $(A - B) \cap C$  (ب)  $(A \cup B) \cup (B - C)$  (ج)  $(A - C) \cup (A - B)$  (د)  $C \cap B$   
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۳- اگر  $A' \cap B = B' \cap A$ ، آنگاه حاصل  $[(A \cap B) \cup A'] - A$  کدام است؟ ( $A$  و  $B$  در مجموعه مرجع  $U$  قرار دارند).  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

- (۱)  $B - A$  (۲)  $B'$  (۳)  $B$  (۴)  $U$

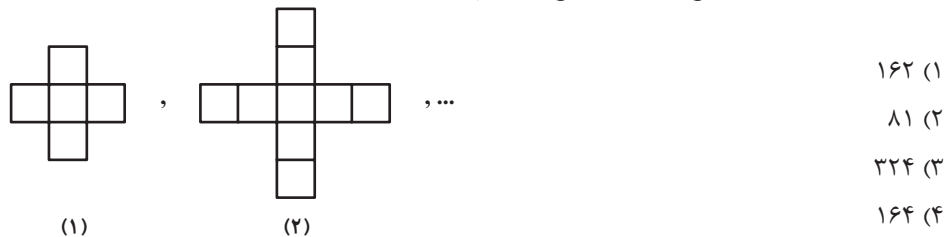
۱۴- از ۷۵ نفر کارمند یک مؤسسه، ۳۶ نفر در گروه موسیقی و ۲۴ نفر در گروه تئاتر ثبت‌نام کرده‌اند طوری که ۱۸ نفر در هر دو گروه مشترک‌اند. نسبت تعداد افرادی که در هیچ گروهی ثبت‌نام نکرده‌اند به تعداد افرادی که در گروه تئاتر شرکت نکرده‌اند، چقدر است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

- (۱)  $\frac{9}{25}$  (۲)  $\frac{16}{33}$  (۳)  $\frac{11}{17}$  (۴)  $\frac{8}{25}$

۱۵- اگر  $3n(B) - 5n(A) = 0$  و  $8n(A \cap B) = n(A \cup B)$  باشد، حاصل  $\frac{n(A \cap B')}{n(B - A')}$  کدام است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

- (۱)  $\frac{19}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

۱۶- در الگوی زیر، اگر طول ضلع هر یک از مربع‌های کوچک،  $\sqrt{2}$  واحد باشد، مساحت کل شکل در مرحله ۲۰م چند واحد مربع است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)



۱۷- جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت  $t_n = -4n + 15$  است. در این الگو، مجموع جملات مثبت کدام است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۱۸- با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله، نسبت تعداد مربع‌های رنگ نشده به تعداد مربع‌های رنگ شده، برابر ۱۰ است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)



۱۹- اگر  $35, a^3 - 3a, 125, b^3 + b, \dots$  تشکیل یک دنباله حسابی دهند، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱) ۵۷۵ (۲) ۴۸۵ (۳) ۵۸۵ (۴) ۴۷۵

۲۰- در دو دنباله حسابی با جملات  $(2, 8, 14, \dots)$  و  $(23, 26, 29, \dots)$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟  
 (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۵۰

هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال

□ ترسیم‌های هندسی تا ابتدای فعالیت □ صفحه‌های ۹ تا ۲۰

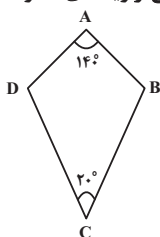
۲۱- نقطه A به فاصله ۶ سانتی‌متر از خط d واقع است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که هم از نقطه A و هم از خط d به فاصله ۱۰ سانتی‌متر باشد؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

۲۲- در مثلث ABC که در آن  $\hat{A} = 35^\circ$ ، نقطه O محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها است. زاویه BOC چند درجه است؟ (نقطه O درون مثلث قرار دارد).  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه ۱۹)

- (۱) ۵۰ (۲) ۷۰ (۳)  $107/5$  (۴) ۱۲۰

۲۳- در چهارضلعی محدب ABCD، اگر  $\hat{A} = 140^\circ$  و  $\hat{C} = 20^\circ$ ، آنگاه نیمسازهای داخلی زاویه‌های B و D با هم چه زاویه‌ای می‌سازند؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه ۱۸)



- (۱)  $15^\circ$   
(۲)  $20^\circ$   
(۳)  $60^\circ$   
(۴)  $40^\circ$

۲۴- چند مثلث غیرهم‌نهشت ABC می‌توان رسم کرد که در آن  $BC = 5$ ،  $AC = 4$  و طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر با ۳ باشد؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۲۵- خط d و دو نقطه A و B در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط d وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

- (۱) خط d از نقطه A عبور کند.  
(۲) خط d، امتداد پاره خط AB را قطع کند.  
(۳) خط d، پاره خط AB را در نقطه‌ای بین A و B قطع کند.  
(۴) خط d موازی پاره خط AB باشد.

۲۶- مثلث ABC را در نظر گرفته و از هر رأس آن خطی موازی ضلع مقابل آن رأس رسم می‌کنیم تا مثلث  $A'B'C'$  به دست آید. نقطه برخورد ارتفاع‌های مثلث ABC برای مثلث  $A'B'C'$  چه نقطه‌ای است؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

- (۱) نقطه هم‌رسی نیمسازها (۲) نقطه هم‌رسی میانه‌ها (۳) نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها (۴) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها

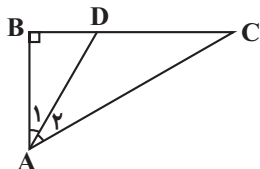
۲۷- یک مثلث مختلف‌الاضلاع، محیطی برابر ۱۵ واحد دارد. نیمسازهای داخلی دو زاویه کوچک‌تر این مثلث در نقطه P متقاطع‌اند. اگر فاصله P از ضلع بزرگ‌تر این مثلث  $4/5$  واحد باشد، مساحت این مثلث چند واحد مربع است؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

- (۱)  $4/5$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $1/5$

۲۸- اگر در مثلث ABC که تمامی زاویه‌های آن حاده است، O محل تلاقی سه ارتفاع باشد، آنگاه نقطه A برای مثلث OBC همواره چه نقطه‌ای است؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

- (۱) محل تلاقی ارتفاع‌ها (۲) محل تلاقی عمودمنصف‌ها  
(۳) محل تلاقی نیمسازهای داخلی (۴) محل تلاقی میانه‌ها

۲۹- در شکل مقابل  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ،  $CD = 13$  و اختلاف اندازه AC و AB برابر ۱۲ است، طول BC کدام است؟  
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)



- (۱) ۱۸  
(۲) ۱۶  
(۳) ۱۴  
(۴) ۱۵

۳۰- دو نقطه A و B به فاصله ۷ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه را می توان یافت که از نقطه A، ۳ سانتی متر و از نقطه B، ۵ سانتی متر فاصله داشته باشند؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۱)

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۳۱- برای رسم عمودمنصف یک پاره خط، به حداقل ترسیم چند کمان نیاز داریم؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۳ و ۱۴)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- خط d و نقطه A به فاصله ۴cm از این خط در صفحه ای وجود دارند. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از خط d به فاصله ۲cm و از نقطه A به فاصله ۳cm باشند؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۱)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۳- اگر در مثلث ABC، فاصله نقطه همرسی نیمسازها از ضلع AB برابر  $۲x + ۶$  و فاصله آن از ضلع BC برابر  $x + ۸$  باشد، آن گاه فاصله آن از ضلع AC برابر کدام گزینه می باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۹ و ۲۰)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۴- فرض کنید می دانیم طول دو قطر لوزی برابر a و b می باشد. با توجه به این فرض، چند لوزی متفاوت با این ویژگی می توانیم رسم کنیم؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه ۱۶)

- (۱) بی شمار (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۵- اگر اندازه ارتفاع های مثلث مفروض ABC برابر  $\frac{۴}{۸}$ ، ۸ و x باشد و بدانیم عمودمنصف های این مثلث، روی محیط آن یکدیگر را قطع می کنند، آن گاه مساحت این مثلث کدام گزینه می تواند باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۸ و ۱۹)

- (۱) ۶ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۳۶- مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $\hat{B} = \hat{C} = ۴۷ / ۵^\circ$ ) مفروض است. عمودمنصف اضلاع AB و AC ضلع BC را به ترتیب در نقاط M و N قطع می کنند. اندازه زاویه MAN کدام گزینه می باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۳ و ۱۴)

- (۱)  $۲۰^\circ$  (۲)  $۱۰^\circ$  (۳)  $۱۵^\circ$  (۴)  $۲۵^\circ$

۳۷- در مثلث ABC اندازه ضلع AC دو برابر ضلع AB می باشد. اگر در این مثلث D پای میانه وارد بر ضلع AC باشد و نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C یکدیگر را در نقطه E قطع کنند، اندازه زاویه ADE همواره کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۱، ۱۲ و ۱۹)

- (۱)  $\frac{\hat{B}}{۲}$  (۲)  $\frac{\hat{C}}{۲}$  (۳)  $\frac{\hat{A} + \hat{B}}{۲}$  (۴)  $\frac{\hat{A}}{۲}$

۳۸- نقاطی که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله اند روی ... آن و نقاطی که از یک خط به فاصله ثابت هستند روی ... قرار گرفته اند.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۴)

- (۱) نیمساز - خطی موازی با آن خط  
(۲) عمودمنصف - خطی موازی با آن خط  
(۳) نیمساز - دو خط موازی با آن خط  
(۴) عمودمنصف - دو خط موازی با آن خط

۳۹- در مثلث حاده الزویه ABC، از نقطه دلخواه M واقع بر نیمساز خارجی زاویه B، به رئوس A و C از مثلث ABC وصل می کنیم. اگر

نقطه B' را روی امتداد ضلع BC به گونه ای انتخاب کنیم که  $AB = BB'$  باشد، نسبت  $\frac{MA + MC}{AB + BC}$  کدام است؟

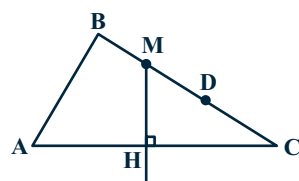
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

- (۱) ۱ (۲) کوچکتر از  $\frac{۲}{۳}$

- (۳) بزرگتر از  $\frac{۲}{۳}$  و کوچکتر از ۱ (۴) بزرگتر از ۱

۴۰- در مثلث ABC، عمودمنصف ضلع AC، ضلع BC را در نقطه M قطع می کند. اگر نقطه D روی ضلع BC به گونه ای انتخاب شود که  $AB = BD$  باشد، اندازه زاویه BAM چند برابر زاویه DAC است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه های ۱۳ و ۱۴)



(۱) ۱

(۲)  $\frac{۳}{۲}$

(۳) ۲

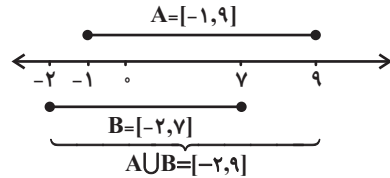
(۴)  $\frac{۵}{۲}$

آزمون اول

ریاضی (۱) (مجموعه، الگو و دنباله / مثلثات)

۱. گزینه «۲»

با توجه به رابطه داده شده باید،  $b = 9$  و  $a = -2$  باشد. (براساس خواص اجتماع دو بازه)



$a + b = -9 + 2 = 7$

۲. گزینه «۳»

بازه‌های  $A_4$  تا  $A_5$  را تشکیل می‌دهیم:

$A_2 = (\frac{1}{2}, 1), A_3 = (\frac{1}{3}, 1), A_4 = (\frac{1}{4}, 1), A_5 = (\frac{1}{5}, 1)$

اجتماع این بازه‌ها برابر  $(\frac{1}{5}, 1)$  و اشتراکشان  $(\frac{1}{2}, 1)$  است، که حاصل تفاضل

$(\frac{1}{5}, \frac{1}{2})$

موردنظر برابر می‌شود با:

دقت:  $x = \frac{1}{2}$  از بازه  $(\frac{1}{5}, 1)$  حذف نمی‌شود بنابراین بازه حاصل از

سمت  $x = \frac{1}{2}$  بسته باقی می‌ماند.

۳. گزینه «۳»

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی باشند، مجموعه‌های  $A \cup B$  و  $A \cap B$  و  $A - B$  و  $B - A$  متناهی می‌باشند.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»:

نامتناهی  $\Rightarrow \{100, 200, 300, \dots\}$  = مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰

گزینه «۲»:

گزینه «۴»:

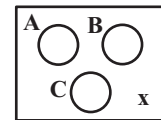
۴. گزینه «۳»

$A' \cap B = A \cap B' \Rightarrow B - A = A - B$

$A - B$  و  $B - A$  در صورتی با هم برابر می‌شوند که هر دو تهی باشند یعنی  $A = B$  باشد.

بنابراین  $A - B = A - A = \emptyset$ .

۵. گزینه «۴»



$n(U) = 170$   
 $n(A') = n(B) + n(C) + x$   
 $n(B') = n(A) + n(C) + x$

$n(A') - n(C) + n(B') = 200$

$n(B) + n(C) + x - n(C) + n(A) + n(C) + x = 200$

$n(B) + n(C) + n(A) + x + x = 200$

$n(U) + x = 200 \Rightarrow 170 + x = 200 \Rightarrow x = 30$

$n(B \cup A \cup C) = n(U) - x = 170 - 30 = 140$

۶. گزینه «۲»

$a_n > 0 \Rightarrow \frac{n-120}{2n-1} + \frac{1}{10} > 0 \Rightarrow \frac{n-120}{2n-1} > \frac{-1}{10} \Rightarrow \frac{2n-120}{2n-1} > \frac{-2}{10}$

$10n - 1200 > -2n + 1 \Rightarrow 12n > 1201 \Rightarrow n > \frac{1201}{12}$

$\Rightarrow n \in \{101, 102, \dots\}$

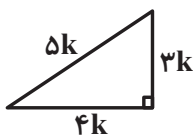
۷. گزینه «۳»

تعداد نقاط رنگی:  $1, 1+2, 1+2+3, \dots, \frac{n(n+1)}{2}$

تعداد نقاط رنگی در شکل پنجم  $= \frac{5 \times 6}{2} = 15$

۸. گزینه «۳»

تنها مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاعش می‌توانند دنباله حسابی تشکیل دهند مثلثی به فرم زیر است:



که در این مثلث داریم:

مساحت  $= 6k^2$  و محیط  $= 12k \Rightarrow \frac{6k^2}{12k} = \frac{k}{2} = 3 \Rightarrow k = 6$

$\Rightarrow a_1 = 18, d = 6 \Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = 18 + 54 = 72$

۹. گزینه «۴»

با توجه به اینکه قدرنسبت دنباله حسابی عدد ۴- است، بنابراین دنباله کاهشی بوده و بزرگترین جمله آن  $t_1$  و کوچکترین جمله آن  $t_9$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$t_1 = 3t_9 \Rightarrow t_1 = 3(t_1 + 8d) \Rightarrow t_1 = 3t_1 + 24d$

$-2t_1 = 24d \Rightarrow t_1 = -12d = (-12)(-4) = 48$

$t_n = t_1 + (n-1)d = 48 + (-4)(n-1) = -4n + 52$

$t_5 = (-4) \times 5 + 52 = 32$

۱۰. گزینه «۳»

$a, b, c$  دنباله حسابی  $\Rightarrow 2b = a + c$

$a + b + c = 39 \Rightarrow 2b + b = 39 \Rightarrow b = 13 \Rightarrow a + c = 26$

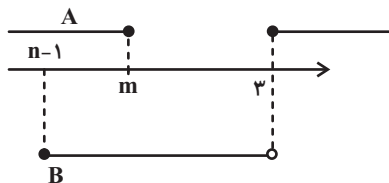
$abc = 2080 \Rightarrow a(13)c = 2080 \Rightarrow ac = 160$

$\Rightarrow a = 10, c = 16$

$a, b, c = 10, 13, 16$

۱۱. گزینه «۴»

هر یک از دو بازه را روی محور نمایش می‌دهیم:



با توجه به اینکه اشتراک دو بازه به صورت  $[-3, 2]$  است، داریم:

$[n-1, m] = [-3, 2] \Rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow m - n = 4$

## ۱۸. گزینه «۳»

مرحله	۱	۲	۳	...	n
کل مربعها	۱	۲ <sup>۲</sup>	۳ <sup>۲</sup>	...	n <sup>۲</sup>
مربعهای رنگ شده	۱	۲	۳	...	n
مربعهای رنگ نشده	۱-۱=۰	۲ <sup>۲</sup> -۲	۳ <sup>۲</sup> -۳	...	n <sup>۲</sup> -n

$$\frac{\text{تعداد مربعهای رنگ نشده}}{\text{تعداد مربعهای رنگ شده}} = \frac{n^2 - n}{n} = n - 1 = 10 \Rightarrow n = 11$$

## ۱۹. گزینه «۲»

$$t_3 = t_1 + 2d = 125 \xrightarrow{t_1=35} d = \frac{125 - 35}{2} = 45$$

بنابراین:

$$t_{11} = t_1 + 10d = 35 + 450 = 485$$

## ۲۰. گزینه «۴»

قدر نسبت دنباله اول، ۶ و قدرنسبت دنباله دوم ۳ است. بنابراین قدرنسبت دنباله حسابی حاصل از جملات مشترک دو دنباله برابر ک.م.م دو قدرنسبت یعنی ۶ است. اولین جمله مشترک دو دنباله نیز ۲۶ می باشد. بنابراین دنباله جملات مشترک به صورت زیر است:

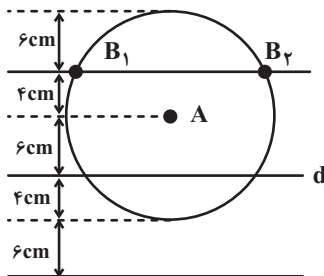
$$t_n = 26 + (n-1)6 = 6n + 20 \Rightarrow 100 \leq 6n + 20 \leq 999$$

$$\Rightarrow 80 \leq 6n \leq 979 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 14 \leq n \leq 163$$

بنابراین دو دنباله ۱۵۰ جمله سه رقمی مشترک دارند.

## هندسه (۱) (ترسیمهای هندسی و استدلال)

## ۲۱. گزینه «۲»



نقاطی که از خط d به فاصله ۱۰ سانتی متر هستند، روی دو خط موازی با d و به فاصله ۱۰ سانتی متر از آن قرار دارند. نقاطی که از A به فاصله ۱۰ سانتی متر هستند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۱۰ سانتی متر واقع‌اند. مطابق شکل این دایره با آن دو خط، در دو نقطه B<sub>۱</sub> و B<sub>۲</sub> مشترک‌اند.

## ۱۲. گزینه «۳»

(الف)  $A - B$  مجموعه‌ای متناهی است بنابراین  $(A - B) \cap C$  متناهی است.  $A \cup B$  مجموعه‌ای نامتناهی است. بنابراین  $(A \cup B) \cup (B - C)$  نامتناهی است.

(ج)  $A - B$  و  $A - C$  هر دو مجموعه‌های متناهی هستند، بنابراین اجتماع این دو مجموعه نیز متناهی است.

(د) در مورد متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه  $B \cap C$  نمی‌توان اظهار نظر کرد.

## ۱۳. گزینه «۲»

$$\begin{cases} A' \cap B = B \cap A' = B - A \\ B' \cap A = A \cap B' = A - B \end{cases} \Rightarrow B - A = A - B$$

دو مجموعه جدا از هم  $A - B$  و  $B - A$  زمانی با هم برابر می‌شوند که هر دوی آن‌ها تهی باشند، که نتیجه می‌شود  $A = B$ . بنابراین:

$$[(A \cap B) \cup A'] - A = (A \cup A') - A = U - A = A' = B'$$

## ۱۴. گزینه «۳»

A = گروه موسیقی

B = گروه تئاتر

$$n(U) = 75, n(A) = 36, n(B) = 24, n(A \cap B) = 18$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 36 + 24 - 18 = 42$$

$$\begin{cases} n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 75 - 42 = 33 \\ n(B') = n(U) - n(B) = 75 - 24 = 51 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{n((A \cup B)')}{n(B')} = \frac{33}{51} = \frac{11}{17}$$

## ۱۵. گزینه «۱»

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \lambda n(A \cap B) = n(A) + \frac{\lambda}{3} n(A) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9n(A \cap B) = \frac{\lambda}{3} n(A) \Rightarrow n(A) = \frac{27}{\lambda} n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{n(A \cap B)'}{n(B - A')} = \frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{(\frac{27}{\lambda} - 1)n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{19}{8}$$

## ۱۶. گزینه «۱»

تعداد مربعها در هر شکل از رابطه ۱ + (شماره شکل) پیروی می‌کند.

بنابراین در شکل ۱۲۰، ۸۱ مربع کوچک داریم:

$$120^2 = 14400 = 81(\sqrt{2})^2 = 162$$

## ۱۷. گزینه «۴»

$$t_n = -4n + 15 > 0 \Rightarrow 4n < 15 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 3$$

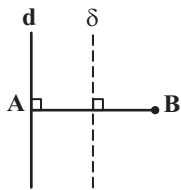
$$t_1 + t_2 + t_3 = 11 + 7 + 3 = 21$$

گزینه ۲۵ «۴»

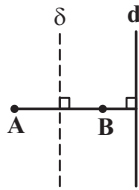
در صورتی که خط  $d$  در هر نقطه‌ای غیر از وسط پاره خط  $AB$  بر این پاره خط یا امتداد آن عمود باشد، موازی عمودمنصف  $AB$  خواهد بود و در نتیجه نقطه‌ای روی آن به فاصله برابر از  $A$  و  $B$  وجود ندارد ولی اگر خط  $d$  موازی پاره خط  $AB$  باشد، آن‌گاه عمودمنصف پاره خط  $AB$  را قطعاً در یک نقطه قطع می‌کند، پس همواره نقطه‌ای روی آن وجود دارد که از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد.

برای رد گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» شکل‌های زیر را ببینید (  $\delta$ : عمودمنصف  $AB$  )

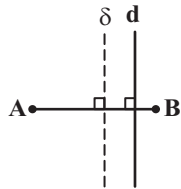
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:

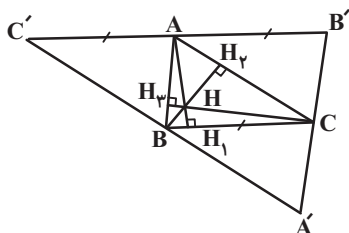


گزینه «۳»:

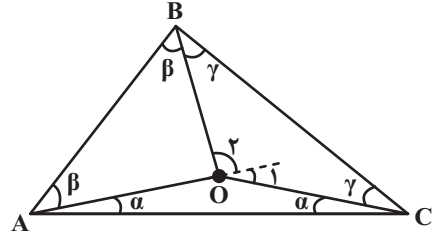


گزینه ۲۶ «۴»

مطابق شکل چهارضلعی‌های  $AC'BC$  و  $AB'CB$  متوازی‌الاضلاع هستند، پس  $AC' = AB'$ . همچنین چون  $B'C' \parallel BC$  و  $AH_1$  بر  $BC$  عمود است، پس  $AH_1$  بر  $B'C'$  نیز عمود است. در نتیجه  $AH_1$  عمودمنصف  $B'C'$  است. به‌طور مشابه ثابت می‌شود که  $BH_2$  عمودمنصف  $A'C'$  و همچنین  $CH_3$  عمودمنصف  $A'B'$  است. بنابراین  $H$  محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث  $A'B'C'$  است.



گزینه ۲۲ «۲»



اگر نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره خط واقع باشد، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. پس با توجه به این که نقطه  $O$  محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  است، می‌توان نوشت:

$$OA = OB = OC$$

حال اگر  $OA$  را از طرف  $O$  امتداد دهیم، داریم:

$$\widehat{O}_1 = \widehat{OAC} + \widehat{OCA} = 2\alpha$$

$$\widehat{O}_2 = \widehat{OBA} + \widehat{OAB} = 2\beta$$

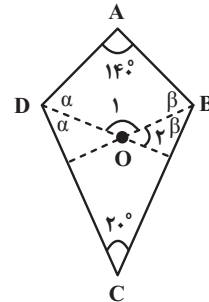
$$\widehat{BOC} = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$$

$$\widehat{BAC} = \alpha + \beta$$

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

گزینه ۲۳ «۳»

نیمساز زوایای  $\widehat{B}$  و  $\widehat{D}$  را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



با توجه به فعالیت صفحه ۱۸ کتاب درسی مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب  $360^\circ$  می‌باشد. می‌توان نوشت:

$$2\alpha + 2\beta + 140^\circ + 20^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 100^\circ$$

$$\widehat{O}_1 + \alpha + \beta + 140^\circ = 360^\circ \xrightarrow{\alpha + \beta = 100^\circ} \widehat{O}_1 = 120^\circ$$

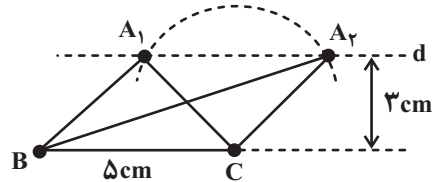
$$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{O}_2 = 60^\circ$$

به راحتی ثابت می‌شود در هر چهارضلعی محدب زاویه بین نیمساز داخلی دو زاویه متقابل برابر است با نصف قدر مطلق تفاضل دو زاویه دیگر.

$$\widehat{O}_2 = \frac{|\widehat{A} - \widehat{C}|}{2}$$

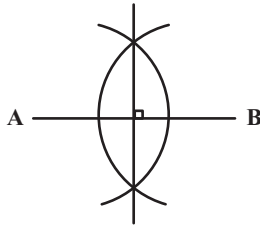
گزینه ۲۴ «۲»

ابتدا پاره  $BC$  به طول ۵ سانتی‌متر را رسم کرده و خط  $d$  را به موازات آن و به فاصله ۳ سانتی‌متر از آن رسم می‌کنیم. رأس  $A$  روی خط  $d$  قرار می‌گیرد. حال به مرکز نقطه  $C$  و به شعاع ۴ سانتی‌متر کمان می‌زنیم. محل برخورد کمان با خط  $d$  رأس  $A$  را مشخص می‌کند که مطابق شکل دو نقطه می‌باشد و مسئله ۲ جواب متمایز دارد.



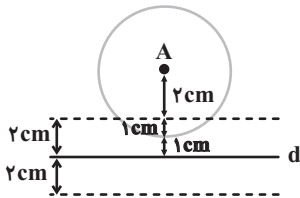
گزینه ۳۱

برای رسم عمودمنصف یک پاره خط بایستی مطابق شکل زیر، حداقل ۲ کمان رسم کنیم.



گزینه ۳۲

می‌دانیم نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲cm باشند، دایره‌ای است به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر. همچنین مجموعه نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲cm باشند، دو خط موازی در دو سمت خط d و به فاصله ۲cm از آن می‌باشند. با توجه به موارد گفته شده مطابق شکل زیر، جواب سوال برابر ۲ نقطه می‌باشد.



گزینه ۳۳

می‌دانیم در یک مثلث نقطه هم‌رسی نیمسازها از تمام اضلاع فاصله یکسانی دارد. بنابراین:

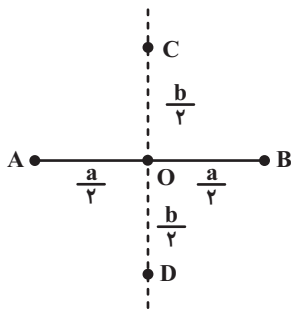
$$2x + 6 = x + 8 \Rightarrow x = 2$$

$$10 = \text{فاصله از ضلع BC} = \text{فاصله از ضلع AC}$$

گزینه ۳۴

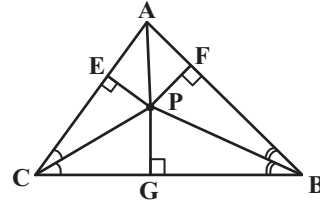
می‌دانیم در لوزی دو قطر عمودمنصف یکدیگر می‌باشند. حال برای رسم لوزی کافی است ابتدا پاره خطی به اندازه یکی از قطرها (برای مثال a) رسم کنیم. سپس بایستی عمودمنصف این پاره خط را با استفاده از روشی که در کتاب توضیح داده شده است رسم کنیم.

حال بایستی مطابق شکل زیر، به مرکز O و شعاع نصف قطر دیگر (در این مثال  $\frac{b}{2}$ ) دایره‌ای رسم کنیم تا عمود منصف مفروض را در دو نقطه قطع کند. حال با وصل کردن چهار نقطه به دست آمده به یکدیگر لوزی ما به دست می‌آید. همان‌طور که مشاهده کردید با دانستن طول دو قطر لوزی، تنها می‌توان یک لوزی منحصر به فرد ترسیم کرد.



گزینه ۲۷

نیم‌سازهای داخلی هر مثلث هم‌رس‌اند و فاصله نقطه هم‌رسی از سه ضلع به یک اندازه است، بنابراین در شکل زیر  $PE = PF = PG = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ .



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta APC} + S_{\Delta APB} + S_{\Delta BPC}$$

$$= \frac{1}{2} PE \times AC + \frac{1}{2} PF \times AB + \frac{1}{2} PG \times BC$$

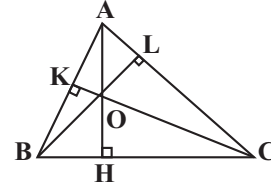
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times AC + \frac{1}{2} \times 6 \times AB + \frac{1}{2} \times 6 \times BC$$

$$= \frac{6}{2} (AC + AB + BC) = \frac{6}{2} \times 15 = 45$$

گزینه ۲۸

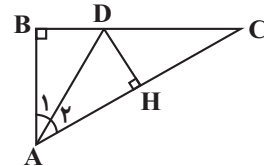
OH بر ضلع BC و BK بر امتداد OC و CL بر امتداد ضلع OB از مثلث OBC عمود است و امتدادهای آنها یکدیگر را در نقطه A قطع می‌کنند.

بنابراین A محل تلاقی ارتفاع‌های OBC است.



گزینه ۲۹

چون  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  است، پس AD نیمساز زاویه A است و طبق خواص نیمساز، نقطه D از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. یعنی  $BD = DH = x$ .



و چون دو مثلث ABD و ADH هم‌نهشت هستند، پس  $AB = AH = y$  است.

$$AC = CH + AH \xrightarrow{AB=AH} CH = AC - AB = 12$$

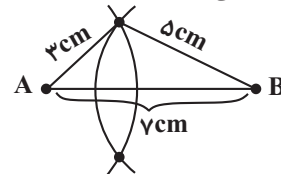
$$CDH : DH^2 + CH^2 = DC^2 \Rightarrow x^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\Rightarrow x = 5 \Rightarrow DH = BD = x = 5 \Rightarrow BC = BD + DC = 5 + 13 = 18$$

گزینه ۳۰

ابتدا پاره خط AB به طول ۷ سانتی‌متر را رسم می‌کنیم. دهانه پراگار را به اندازه ۳ سانتی‌متر باز کرده و به مرکز A کمانی رسم می‌کنیم. به همین ترتیب کمانی به شعاع ۵ سانتی‌متر به مرکز B ترسیم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

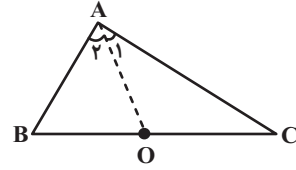
این دو نقطه دارای یک ویژگی مشترک هستند. هر دو به اندازه ۳ سانتی‌متر از نقطه A و به اندازه ۵ سانتی‌متر از نقطه B فاصله دارند.





۳۵. گزینه «۴»

می‌دانیم در یک مثلث، محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها فاصله یکسانی از رئوس مثلث دارد. حال فرض کنید در مثلث  $ABC$  مطابق شکل زیر، محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها ( $O$ ) روی محیط مثلث باشد. بنابراین خواهیم داشت:



$$\left. \begin{aligned} AO = BO &\Rightarrow \hat{A}_\gamma = \hat{B} \\ AO = CO &\Rightarrow \hat{A}_\gamma = \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma = \hat{B} + \hat{C}$$

$$\Rightarrow 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma) = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma = \hat{A} = 90^\circ$$

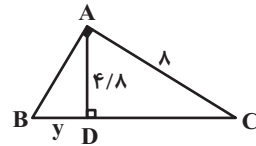
بنابراین مثلث ما یک مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد.

حال دو حالت پدید می‌آید.

حالت اول: ارتفاع‌های ۸ و ۴/۸ همان اضلاع قائم مثلث باشند. در این حالت خواهیم داشت.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4/8 = 19/2$$

حالت دوم: یکی از این ارتفاع‌ها، ارتفاع وارد بر وتر مثلث باشد. برای مثال در مثلث زیر فرض کنید  $AD$  و  $AC$  دو ارتفاع باشند که اندازه آن‌ها برای ما معلوم است. از آنجایی که در مثلث  $ADC$ ، وتر است پس:



$$AD = 4/8, AC = 8$$

$$\Rightarrow DC^2 = AC^2 - AD^2 = 64 - 23/04 \Rightarrow DC = 6/4$$

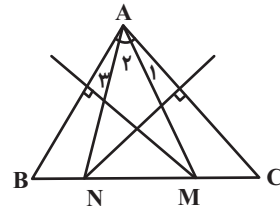
$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= (4/8)^2 + y^2 \\ AB^2 + AC^2 &= BC^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y^2 + (4/8)^2 + 64 = (y + 6/4)^2$$

$$\Rightarrow y = 3/6 \Rightarrow AB = 6$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

۳۶. گزینه «۲»

می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله می‌باشد. بنابراین:



$$AC \text{ روی عمودمنصف } N \Rightarrow AN = NC \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma = \hat{C}$$

$$AB \text{ روی عمودمنصف } M \Rightarrow AM = MB \Rightarrow \hat{A}_\gamma + \hat{A}_\gamma = \hat{B}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma &= \hat{C} \\ \hat{A}_\gamma + \hat{A}_\gamma &= \hat{B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma = \hat{A}_\gamma + \hat{A}_\gamma = 47/5^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 47/5^\circ$$

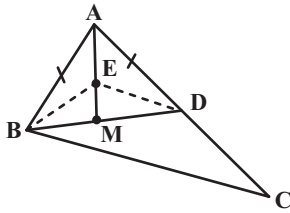
$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma + 2\hat{A}_\gamma = 95^\circ (*)$$

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma + \hat{A}_\gamma = 85^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} \hat{A}_\gamma = 10^\circ$$

۳۷. گزینه «۱»

می‌دانیم که در یک مثلث، همواره نیمسازهای داخلی در نقطه‌ای هم‌رس می‌باشند. به همین دلیل نیمساز زاویه  $A$  نیز از نقطه  $E$  عبور می‌کند و  $AE$  نیمساز زاویه  $A$  می‌باشد.



هم‌چنین از آنجایی که  $AC = 2AB$  و  $BD$  میانه  $AC$  می‌باشد، پس:

$$AB = AD = DC \Rightarrow \text{مثلث } ABD \text{ متساوی‌الساقین است.}$$

در مثلث متساوی‌الساقین می‌دانیم که نیمساز زاویه روبرو به قاعده، عمودمنصف قاعده می‌باشد بنابراین در شکل بالا  $AM$  عمودمنصف  $BD$  می‌باشد. از آنجا

که  $E$  روی عمودمنصف  $BD$  است، پس  $BE = ED$ .

$$\left. \begin{aligned} BE = ED \\ AE = AE \\ AB = AD \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ضضض}} \Delta ABE \cong \Delta ADE$$

$$\Rightarrow \hat{ADE} = \hat{ABE} \xrightarrow{\text{BE نیمساز است}} \hat{ADE} = \frac{\hat{B}}{2}$$

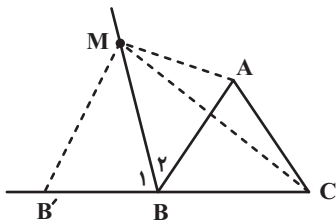
۳۸. گزینه «۴»

عمودمنصف هر پاره‌خط مجموعه نقاطی از صفحه است که از دو سر پاره‌خط به یک اندازه اند و مجموعه نقاطی از صفحه که از یک خط به فاصله ثابت  $k$  باشند، دو خط موازی در طرفین آن خط و به فاصله  $k$  از آن است.

۳۹. گزینه «۴»

مطابق شکل، نیمساز خارجی زاویه  $\hat{B}$  را رسم کرده و از نقطه دلخواه  $M$  واقع بر آن به رئوس  $A$  و  $C$  وصل می‌کنیم. نقطه  $B'$  را روی امتداد  $BC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AB = BB'$  باشد. می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} BM = MB \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_\gamma \\ AB = BB' \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ضضض}} \Delta MB' \cong \Delta MB \Rightarrow MA = MB' (I)$$



حال در مثلث  $MB'C$  نامساوی مثلث را می‌توان نوشت:

$$\Delta MB'C \text{ نامساوی مثلث در } \Rightarrow MB' + MC > B'C$$

$$\xrightarrow{B'C = BC + BB'} MB' + MC > BC + BB' (II)$$

$$\xrightarrow{(II), (I), AB = BB'} MA + MC > AB + BC \Rightarrow \frac{MA + MC}{AB + BC} > 1$$