

حسابان ۱

جبر و معادله

□ فصل (۱، درس‌های اول، دوم و سوم) (مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معادلات درجه دوم، معادلات گویا و کسک) □ صفحه‌های (۲ تا ۲۲)

۱- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n^2 + 3n$ به دست می‌آید. مجموع جملات چهارم و هفتم این دنباله کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۲۴)

- (۱) ۲۳ (۲) ۴۶ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۳

۲- بین دو عدد ۳- و ۱۷ حداقل چند واسطه حسابی درج کنیم، تا مجموع واسطه‌ها حداقل ۱۱۴ باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۲۴)

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۷

۳- در یک دنباله هندسی، مجموع n جمله اول از رابطه $S_n = \frac{12^n}{3^{2n+1} \times 15} - \frac{1}{3^0}$ به دست می‌آید. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۶)

- (۱) $\frac{3^{n-2}}{5}$ (۲) $\frac{3^{n-1}}{15}$ (۳) $\frac{2^n}{3^0}$ (۴) $\frac{3^n}{3^0}$

۴- سه جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ را در نظر بگیرید، اگر عدد ۱۲ را بین جملات دوم و سوم این دنباله قرار دهیم، چهار جمله اول یک دنباله حسابی شکل می‌گیرد. مجموع بیست جمله اول این دنباله حسابی کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۶)

- (۱) ۸۴۰ (۲) ۸۲۰ (۳) ۸۲۵ (۴) ۸۴۵

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x - 6 = 0$ باشند، آن‌گاه به ازای چه مقداری از k ریشه‌های معادله $3x^2 + kx + m = 0$ به صورت $\{\alpha^3\beta, \beta^3\alpha\}$ است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۸ و ۹)

- (۱) $-\frac{147}{4}$ (۲) $\frac{441}{4}$ (۳) $\frac{147}{4}$ (۴) $-\frac{441}{4}$

۶- اگر عدد ۳، بین ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$ باشد، حدود m کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۹)

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(2, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 3)$ (۴) $(2, 3)$

۷- اگر α ریشه معادله درجه دوم $x^2 - 4x - 6 = 0$ باشد، حاصل $(\alpha - 2)(\alpha + 3)(\alpha - 4)$ کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۶ (۴) ۴

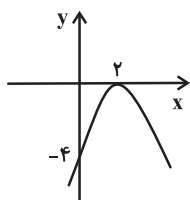
۸- به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

- (۱) فقط $-\frac{9}{5}$ (۲) فقط ۱ (۳) $-\frac{9}{5}$ و ۱ (۴) $-\frac{9}{5}$ و -۱

۹- اگر شکل زیر نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، حاصل $a - b + c$ کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۶)



(۱) صفر

(۲) -۱۲

(۳) -۹

(۴) -۶

۱۰- قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله $(2x^2 + x)^2 + 8x^2 + 4x - 5 = 0$ کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ و ۱۳)

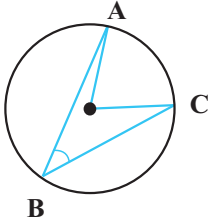
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$

هندسه ۲

دایره

فصل ۱، درس اول (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره) □ صفحه‌های ۹ تا ۱۷

۲۱- مطابق شکل زیر، دایره $C(O, 2)$ مفروض است. اگر طول کمان AC برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{ABC}$ کدام است؟ (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)



(۱) $22/5^\circ$

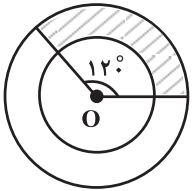
(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 75°

۲۲- مطابق شکل زیر دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O, 2r)$ مفروض اند. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر 25π باشد، آن گاه مساحت دایره

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه ۱۲)



بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) 75π

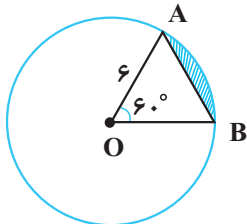
(۲) 125π

(۳) 100π

(۴) 150π

(کتاب درسی - مرتبط با کار در کلاس صفحه ۱۲)

۲۳- در شکل زیر مساحت ناحیه رنگی کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



(۱) $6\pi - 9\sqrt{3}$

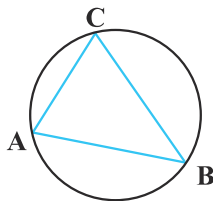
(۲) $6\pi - 18\sqrt{3}$

(۳) $12\pi - 9\sqrt{3}$

(۴) $12\pi - 18\sqrt{3}$

۲۴- در شکل زیر، $\widehat{A} = 70^\circ$ و $\widehat{B} = 50^\circ$ است. از نقطه O مرکز دایره، بر اضلاع AB، AC و BC به ترتیب عمودهای OP، OQ و OR رسم می‌شود. کدام مورد درست است؟

(کتاب درسی - مرتبط با تمرین ۸ صفحه ۱۷)



(۱) $OP > OR > OQ$

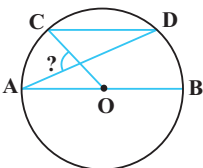
(۲) $OQ > OR > OP$

(۳) $OP > OQ > OR$

(۴) $OQ > OP > OR$

۲۵- در دایره رسم شده شکل زیر $AB \parallel CD$ و $\widehat{CD} = 80^\circ$ است. اندازه زاویه مشخص شده چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)

(کتاب درسی - مرتبط با تمرین ۴ صفحه ۱۷)



(۱) 60

(۲) 75

(۳) 90

(۴) 120

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات

□ فصل (۱ درس) (از ابتدا تا انتهای درس) □ صفحه‌های (۱ تا ۵)

۳۱- اگر دامنه متغیر گزاره‌های زیر را مجموعه اعداد طبیعی فرض کنیم، آن گاه مجموعه جواب کدام گزاره‌ها برابر با دامنه گزاره‌ها است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ و ۴)

$$(1) \quad 2^n + 1 \text{ عددی اول است.} \quad (2) \quad 2^n \leq n!$$

$$(3) \quad \frac{n^2 + n}{2} \text{ عددی طبیعی است.} \quad (4) \quad n + \frac{1}{n} > 2$$

(کتاب درسی - مرتبط با مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۴)

۳۲- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

(۱) عدد ۱۴۴ بر ۱۲ و ۳۲ بخش پذیر است.

$$(3) \quad (3 < 4) \wedge (-3 < -4)$$

$$(2) \quad (2^8 = 128) \vee (5^4 = 125)$$

(۴) ۱۵ عددی فرد یا عددی اول است.

۳۳- اگر گزاره $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee r)$ درست باشد، آن گاه ارزش گزاره‌های p ، q و r به ترتیب از راست به چپ کدام نمی‌تواند باشد؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۷)

(۲) نادرست - نادرست - درست

(۱) نادرست - درست - درست

(۴) درست - درست - نادرست

(۳) درست - نادرست - نادرست

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۹)

۳۴- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

$$(2) \quad \sim p \Rightarrow (p \vee q)$$

$$(1) \quad p \vee (p \wedge \sim q)$$

$$(4) \quad (p \wedge q) \Rightarrow p$$

$$(3) \quad \sim (\sim p \Rightarrow q) \wedge p$$

۳۵- عکس نقیض گزاره «اگر $a > b$ باشد، آن گاه $a^3 > b^3$ است» به کدام صورت نوشته می‌شود؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(کتاب درسی - مرتبط با مثال صفحه ۹)

(۲) اگر $a^3 < b^3$ باشد، آن گاه $a < b$ است.(۱) اگر $a^3 > b^3$ باشد، آن گاه $a > b$ است.(۴) اگر $a^3 \leq b^3$ باشد، آن گاه $a \leq b$ است.(۳) اگر $a^3 \geq b^3$ باشد، آن گاه $a \geq b$ است.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۳۶- گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ همارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$(4) \quad r \Rightarrow (p \vee q)$$

$$(3) \quad r \Rightarrow (p \wedge q)$$

$$(2) \quad (p \vee q) \Rightarrow r$$

$$(1) \quad (p \wedge q) \Rightarrow r$$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۷- گزاره $q \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)]$ همارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

$$(4) \quad \sim p \Leftrightarrow q$$

$$(3) \quad p \Leftrightarrow q$$

$$(2) \quad T$$

$$(1) \quad F$$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۳۸- کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

$$(2) \quad \forall x \in \mathbb{N}; \frac{4-x^2}{2-x} = 2+x$$

$$(1) \quad \forall x \in \mathbb{N}; x^2 + x > 3$$

$$(4) \quad \forall x \in \mathbb{N}; \frac{x+1}{x} \leq 2$$

$$(3) \quad \forall x \in \mathbb{N}; x(x+1)(x+3) = 3k, k \in \mathbb{N}$$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷، ۸، ۱۳ و ۱۴)

۳۹- نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; x < 0 \Rightarrow x^2 > 0$ » کدام است؟

$$(2) \quad \forall x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x^2 \leq 0)$$

$$(1) \quad \forall x \in \mathbb{R}; x < 0 \Rightarrow x^2 \leq 0$$

$$(4) \quad \exists x \in \mathbb{R}; (x < 0) \wedge (x^2 \leq 0)$$

$$(3) \quad \exists x \in \mathbb{R}; x < 0 \Rightarrow x^2 \leq 0$$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴۰- کدام گزاره سوری زیر درست است؟

$$(2) \quad \forall x \in \mathbb{R}; \frac{1}{x} \in \mathbb{R}$$

$$(1) \quad \forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x+y=2$$

$$(4) \quad \forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0$$

$$(3) \quad \forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x < y$$

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن

□ فصل (۱) ابتدای فصل تا پایان میدان الکتریکی حاصل اثر یک ذره پاردار □ صفحه‌های (۱۷ تا ۱۸)

۴۱- با نزدیک کردن جسم رسانای A به یک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند. در این صورت درباره بار جسم A، کدام گزینه درست است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲ و ۳)

(۱) الزاماً بدون بار است.

(۲) باری موافق بار الکتروسکوپ دارد.

(۳) الزاماً باری مخالف بار الکتروسکوپ دارد.

(۴) یا بدون بار است و یا باری مخالف بار الکتروسکوپ دارد.

۴۲- جسم رسانایی در ابتدا دارای بار الکتریکی مثبت است. اگر تعداد 5×10^3 الکترون به جسم بدهیم، بار آن منفی شده و اندازه بار جدید جسم

۲۵ درصد اندازه بار اولیه جسم می‌شود. بار اولیه جسم چند نانوکولن بوده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) (کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۵)

(۱) $6 / 4 \times 10^{-16}$

(۲) $10 / 6 \times 10^{-16}$

(۳) $6 / 4 \times 10^{-7}$

(۴) $10 / 6 \times 10^{-7}$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ و ۴)

۴۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر جسمی خنثی الکترون از دست بدهد، بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌شود.

(۲) طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است.

(۳) طبق اصل کوانتیده بودن بار، بار الکتریکی مشاهده شده در جسم همواره مضرب درستی از بار بنیادی است.

(۴) طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، امکان تولید بار خالص در یک دستگاه منزوی وجود دارد.

۴۴- یک میله از جنس کهریا را با یک پارچه کتان مالش می‌دهیم و سپس کهریا را به الکتروسکوپ زیر نزدیک می‌کنیم. چه تغییری در زاویه بین

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲ تا ۴)

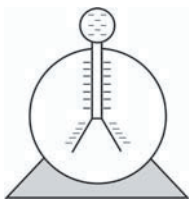
ورقه‌های الکتروسکوپ رخ می‌دهد؟

(۱) تغییر نمی‌کند.

(۲) کم می‌شود و در همان حال باقی می‌ماند.

(۳) زیاد می‌شود.

(۴) کم می‌شود و سپس زیاد می‌شود.



سری الکتریسیته مالشی

پشم

آلومینیم

کتان

کهریا

تفلون

۴۵- دو کره مشابه رسانا که دارای بارهای الکتریکی $q_1 = 4 \mu\text{C}$ و $q_2 = 2 \mu\text{C}$ هستند، به فاصله d از هم قرار داشته و نیروی الکتریکی‌ای به بزرگی

F را به هم وارد می‌کنند. اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم و پس از تعادل، مجدداً در همان فاصله قبلی قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین دو کره

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴ تا ۶)

در حالت جدید نسبت به حالت قبل ...

(۱) ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

(۲) ۲۵٪ کاهش می‌یابد.

(۳) ۱۲/۵٪ افزایش می‌یابد.

(۴) ۱۲/۵٪ کاهش می‌یابد.

شیمی ۲

✓ قدر هدایای زمینی را بدانیم

□ فصل (۱) ابتدای فصل تا انتهای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ □ صفحه‌های (۱ تا ۲۲)

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲، ۴ و ۶)

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام رسانا ساخته می‌شوند.
- به تقریب جرم کل مواد در کره زمین ثابت است.
- برای تولید شیشه از شن و ماسه استفاده می‌شود.
- بر اساس کشف مواد جدید، به رمز و راز هستی می‌توان پی برد.
- عنصرهایی که تعداد لایه الکترونی آن‌ها یکسان است، در یک گروه جای گرفته‌اند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۷)

۶۲- همه عبارتهای زیر درست‌اند، به‌جز ...

- (۱) در فرایند تولید ورقه‌های فولادی و تایر دوچرخه، مقداری از مواد دور ریخته می‌شوند.
- (۲) میزان تولید یا مصرف نسبی سوخت‌های فسیلی از مواد معدنی کمتر و از فلزها بیشتر است.
- (۳) جدول دوره‌ای شامل ۷ دوره و ۱۸ گروه است و شامل ۴۰ عنصر از دسته d می‌باشد.
- (۴) مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت اتم نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی برابر ۱۶ می‌باشد.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه ۶)

۶۳- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

- (آ) یافتن اطلاعات بیشتر و دقیق‌تر درباره ویژگی‌ها و خواص مواد، مهم‌ترین و مؤثرترین گام در پیشرفت علم به شمار می‌آید.
- (ب) عنصرها در جدول دوره‌ای بر اساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی جرم اتمی چیده شده‌اند.
- (پ) عنصرهایی که آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم آن‌ها یکسان است، در یک گروه جای گرفته‌اند.
- (ت) در جدول دوره‌ای، عناصر بر اساس مقایسه رفتار به ۱۸ گروه تقسیم‌بندی می‌شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۶۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در گروه فلزهای قلیایی برخلاف گروه هالوژن‌ها، با افزایش عدد اتمی واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.
- (۲) به‌طور کلی، روند خصلت فلزی در یک دوره از جدول دوره‌ای مشابه روند شعاع اتمی در یک دوره است.
- (۳) از واکنش اکسید هالوژن‌ها با آب، اسید به‌دست می‌آید.
- (۴) هر کدام از فلزات قلیایی، با از دست دادن تک الکترون ظرفیتی خود به آرایش $ns^2 np^6$ دست می‌یابند.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۶۵- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- در یک دوره جدول تناوبی از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی افزایش می‌یابد.
- گاز هیدروژن در دمای اتاق توانایی واکنش با فقط یکی از هالوژن‌ها را دارد.
- یون‌های هالید با نماد X^- با رسیدن به آرایش گاز نجیب هم دوره خود، دارای آرایش الکترونی هشت‌تایی می‌شوند.
- در هر دوره، افزایش خصلت نافلزی با افزایش بار یون رابطه مستقیم دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۶۶- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه درست است؟

گروه \ دوره	۲	۱۵	۱۶	۱۷
۳	A	X	E	C
۴	D			Z

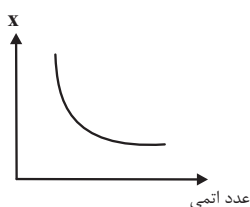
- (۱) خصلت فلزی A با D برابر است.
- (۲) Z در دمای بالاتر از 20°K ، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- (۳) A در واکنش با نافلزها به کاتیون A^{2+} تبدیل می‌شود.
- (۴) مقایسه خصلت نافلزی به‌صورت « $X > E > C$ » درست است.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۶۷- در نمودار تقریبی داده شده، ویژگی X چند مورد از موارد پیشنهاد شده می‌تواند باشد؟

- تمایل به گرفتن الکترون در گروه هالوژن‌ها
- واکنش‌پذیری عناصر در گروه اول جدول دوره‌ای
- واکنش‌پذیری عنصرهای فلزی در دوره سوم
- حداقل دمای لازم (برحسب کلوین) برای انجام واکنش بین عنصرهای گروه ۱۷ با گاز هیدروژن
- شعاع اتمی عنصرهای دوره سوم

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



$$= -3\left(\frac{25}{4} + 6\right) = -3\left(\frac{25+24}{4}\right) = -\frac{147}{4}$$

$$\Rightarrow -\frac{k}{3} = -\frac{147}{4} \Rightarrow k = \frac{441}{4}$$

۶. گزینه «۴»

$$x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} (x-m)(x-(m+1)) = 0 \Rightarrow x = m, x = m+1$$

با توجه به صورت سؤال:

$$m < 3 < m+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ 3 < m+1 \Rightarrow 2 < m \end{cases} \xrightarrow{\cap} m \in (2, 3)$$

۷. گزینه «۱»

$$A = (\alpha-2)(\alpha+3)(\alpha-4) = (\alpha^2 + \alpha - 6)(\alpha-4)$$

$$\xrightarrow{\alpha^2 - 6 = 4\alpha} A = (4\alpha + \alpha)(\alpha-4)$$

$$= 5\alpha(\alpha-4) = 5(\alpha^2 - 4\alpha) \xrightarrow{\alpha^2 - 4\alpha = 6} A = 5(6) = 30$$

۸. گزینه «۱»

$$mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$$

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{m+3}{m} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{m} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 6 \Rightarrow S^2 - 2P = 6 \Rightarrow \left(\frac{m+3}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{5}{m}\right) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 6m + 9}{m^2} - \frac{10}{m} = 6$$

طرفین رابطه را در $m^2 \neq 0$ ضرب می‌کنیم:

$$m^2 + 6m + 9 - 10m = 6m^2 \Rightarrow 5m^2 + 4m - 9 = 0$$

$$\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{c}{a} = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

مجموع ضرایب این معادله صفر است، پس:

به ازای این دو مقدار m وجود جواب حقیقی را بررسی می‌کنیم:

$$m = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = -4 < 0$$

معادله ریشه حقیقی ندارد.

$$m = -\frac{9}{5} \Rightarrow \frac{-9}{5}x^2 - \frac{6}{5}x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

معادله دو ریشه حقیقی دارد. پس فقط $m = -\frac{9}{5}$ قابل قبول است.

۹. گزینه «۳»

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

سهمی در $X=2$ بر محور X ها مماس است، پس رأس سهمی نقطه $(2, 0)$ است. داریم:

$$S(2, 0) \in f \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (*)$$

آزمون اول

حسابان ۱ (جبر و معادله)

۱. گزینه «۲»

اگر مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به صورت $S_n = an^2 + bn$ باشد، آن گاه قدر نسبت این دنباله برابر $2a$ است. لذا داریم:

$$S_n = 2n^2 + 3n \Rightarrow \text{قدرنسبت } d = 2 \times 2 = 4$$

همچنین می‌دانیم: $S_1 = t_1$ ، بنابراین $S_1 = 5$

$$t_4 + t_7 = (t_1 + 3d) + (t_1 + 6d) = (5 + 3 \times 4) + (5 + 6 \times 4) \\ = (5 + 12) + (5 + 24) = 17 + 29 = 46$$

۲. گزینه «۴»

فرض کنیم m واسطه حسابی بین -3 و 17 درج کنیم، پس $b_1, b_2, \dots, b_m, 17$ یک دنباله حسابی $(m+2)$ جمله‌ای می‌باشد. می‌خواهیم مجموع این $m+2$ جمله از $17 + 17 - 3 = 128$ کم‌تر نباشد. پس داریم:

$$S_{m+2} \geq 128 \Rightarrow \frac{m+2}{2}(-3+17) \geq 128$$

$$\Rightarrow m \geq \frac{114}{5} \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m \geq 17$$

۳. گزینه «۱»

$$S_n = \frac{12^n}{4^n \times 2 \times 15} - \frac{1}{3^0} = \frac{3^n}{3^0} - \frac{1}{3^0}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{3^n}{3^0} - \frac{1}{3^0} - \left(\frac{3^{n-1}}{3^0} - \frac{1}{3^0}\right) = \frac{3^n - 3^{n-1}}{3^0} = \frac{3^{n-1}(3-1)}{3^0} = \frac{3^{n-1}}{15}$$

$$= \frac{3^{n-1}(2)}{15} = \frac{3^{n-1}}{15} = \frac{3^{n-2}}{5}$$

۴. گزینه «۱»

جملات دنباله هندسی را $a, 2a, 4a$ فرض می‌کنیم داریم:

$$\underbrace{a, 2a, 12, 4a}_{\text{جملات متوالی دنباله حسابی}} \Rightarrow 12 = \frac{2a + 4a}{2} = 3a \Rightarrow a = 4$$

جملات متوالی دنباله حسابی

$$\Rightarrow 4, 8, 12, 16 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_7 = 10[2 \times 4 + 19 \times 4] = 10[2 \times 4 + 19 \times 4] = 840$$

۵. گزینه «۲»

با توجه به معادله $2x^2 - 5x - 6 = 0$ می‌توان گفت که:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{5}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3$$

مجموع ریشه‌های معادله $3x^2 + kx + m = 0$ برابر $-\frac{b}{a} = -\frac{k}{3}$ است.

از طرفی اگر ریشه‌های این معادله را $\alpha^3\beta$ و $\beta^3\alpha$ فرض کنیم، داریم:

$$\alpha^3\beta + \beta^3\alpha = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) \\ = \alpha\beta((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = -3\left(\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2(-3)\right)$$

هندسه ۲ (دایره)

۲۱. گزینه «۱»

طول کمان AC مشخص است و از رابطه $L = \frac{\pi R}{180} \alpha$ طول

کمان AC مشخص می‌شود. داریم:

$$L = \frac{\pi \times 2}{180} \alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = \widehat{AC} = 45^\circ$$

چون زاویه ABC زاویه محاطی است، پس اندازه آن نصف کمان AC

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 22.5^\circ$$

است، پس:

۲۲. گزینه «۳»

می‌دانیم مساحت قطاعی از دایره به شعاع r و با زاویه مرکزی α از

$$\text{رابطه } S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} \text{ به دست می‌آید. اگر مساحت قطاع } 12^\circ \text{ در دایره‌های}$$

بزرگ و کوچک را به ترتیب با S_1 و S_2 نمایش دهیم، داریم:

$$S_{\text{هاشورزده}} = S_1 - S_2$$

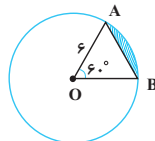
$$\Rightarrow S_{\text{هاشورزده}} = \frac{\pi (2r)^2 (12^\circ)}{360^\circ} - \frac{\pi r^2 (12^\circ)}{360^\circ} = \pi r^2$$

$$\Rightarrow \pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r = 5$$

$$S_{\text{دایره بزرگ}} = \pi (2r)^2 = 4r^2 \pi = 100\pi$$

۲۳. گزینه «۱»

مساحت ناحیه رنگی برابر با تفاضل مساحت قطاع AOB و مثلث متساوی‌الاضلاع AOB است، داریم:

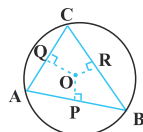


$$S_{\text{ناحیه رنگی}} = \frac{\pi R^2}{360} \alpha - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 = \frac{\pi \times 6^2}{360} \times 60 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$$

$$= 6\pi - 9\sqrt{3}$$

۲۴. گزینه «۴»

در هندسه دهم آموختیم که در یک مثلث، ضلع روبه‌رو به بزرگ‌ترین زاویه، بزرگ‌ترین ضلع است و ضلع روبه‌رو به کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌ترین ضلع است. داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 70^\circ \\ \hat{B} = 50^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{C} = 60^\circ \rightarrow \hat{B} < \hat{C} < \hat{A} \rightarrow AC < AB < BC$$

می‌دانیم هر چه وتر بزرگ‌تر باشد، به مرکز دایره نزدیک‌تر است. پس:

$$AC < AB < BC \rightarrow OQ > OP > OR$$

۱۷. گزینه «۲»

$$\frac{3-x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{ax-b}{(x-3)(x+3)} \quad x \neq \pm 3$$

$$-(x-3)^2 + (x+1)(x+3) = ax-b$$

$$\Rightarrow -(x^2 - 6x + 9) + x^2 + 4x + 3 = ax - b$$

$$\Rightarrow -x^2 + 6x - 9 + x^2 + 4x + 3 = ax - b \Rightarrow 10x - 6 = ax - b$$

چون معادله فوق دارای بی‌شمار جواب است پس ضرایب نظیر به نظیر با هم برابر هستند.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 10^2 + 6^2 = 100 + 36 = 136$$

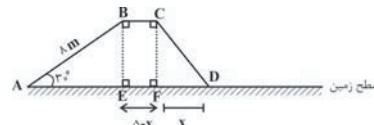
۱۸. گزینه «۲»

$$\frac{x-2}{x+1} = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow x^2 - 4 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{2}$$

با توجه به این که جواب به‌دست آمده ریشه هیچ‌کدام از مخرج‌ها نیست، قابل قبول است.

۱۹. گزینه «۳»



$$\Delta ABE: \sin 30^\circ = \frac{BE}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BE}{8} \Rightarrow BE = CF = 4m$$

$$\Delta CDF: CD^2 = x^2 + 4^2 \Rightarrow CD = \sqrt{16 + x^2}$$

کاربری مصرف شده در مسیر ABCD برابر است با:

$$8(15) + 12(5-x) + 6\sqrt{16+x^2} = 174$$

$$\Rightarrow 120 + 60 - 12x + 6\sqrt{16+x^2} = 174$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{16+x^2} = 12x - 6 \Rightarrow \sqrt{16+x^2} = 2x - 1$$

$$= 2x - 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$16 + x^2 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm 14}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

غق ۳

$$CD = \sqrt{16 + x^2} = \sqrt{25} = 5 \quad \text{پس طول مسیر CD برابر است با:}$$

۲۰. گزینه «۱»

$$\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$(x+\sqrt{x}) + (x-\sqrt{x}) + 2\sqrt{x^2-x} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-x} = 1-x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 - x = 1 - 2x + x^2$$

$$\Rightarrow x = 1$$

۲) اگر بار جسم با بار الکتروسکوپ یکسان باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ به سمت ورقه‌ها رانده می‌شود و ورقه‌ها از هم دور می‌شوند.

۳) اگر جسم رسانا بدون بار باشد، به دلیل خاصیت القای الکتریکی، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار از ورقه‌ها به سمت کلاهک جذب شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

۴.۲. گزینه «۴» برای محاسبه بار اولیه جسم رسانا و با استفاده از توضیحات سؤال داریم:

$$q - ne = -\frac{1}{4}q \Rightarrow \frac{5}{4}q = ne \Rightarrow q = \frac{4ne}{5}$$

$$\Rightarrow q = \frac{4 \times 5 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{5} = 6.4 \times 10^{-16} \text{ C}$$

$$\Rightarrow q = 6.4 \times 10^{-7} \times 10^{-9} \text{ C} = 6.4 \times 10^{-16} \text{ nC}$$

۴.۳. گزینه «۴» طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد.

۴.۴. گزینه «۳» با مالش کهربا توسط پارچه کتان، طبق جدول سری الکتریسیته مالشی (تریبولکتریک) میله کهربایی بار منفی می‌گیرد و از آنجا که الکتروسکوپ نیز بار منفی دارد و بارهای هم‌نام یکدیگر را دفع می‌کنند، پس با نزدیک کردن میله به کلاهک تعداد بارهای منفی موجود در ورقه‌ها افزایش یافته و بیش‌تر یکدیگر را دفع می‌کنند، پس زاویه بین ورقه‌ها زیاد می‌شود.

۴.۵. گزینه «۳» از آنجایی که کره‌ها مشابه و فلزی هستند، پس از اتصال و برقراری تعادل، بارها بین آن‌ها به‌طور مساوی تقسیم می‌شوند. پس:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3 \mu\text{C}$$

با توجه به رابطه مقایسه‌ای قانون کولن، داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r_{12}}{r'_{12}}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3 \times 3}{4 \times 2} \times 1 = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{F' - F}{F} = \frac{9 - 8}{8} = \frac{1}{8}$$

افزایش می‌یابد. $\frac{1}{8} \times 100 = 12.5\%$ درصد تغییرات نیروی الکتریکی بین دو کره

۴.۶. گزینه «۱»

$$F_{BA} = \frac{kq_B q_A}{r_{BA}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (10 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 400 \text{ N}$$

$$F_{CA} = \frac{kq_C q_A}{r_{CA}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (20 \times 10^{-6}) \times (10 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 500 \text{ N}$$

$$= \frac{18 \times 10^3}{36} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ N}$$

چون دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، پس برآیند آن‌ها برابر با تفاضل آن‌ها در جهت بردار بزرگ‌تر $\vec{F}_{CA}$ ، یعنی به طرف چپ می‌باشد.

$$F_{TA} = F_{CA} - F_{BA} = 500 - 400 = 100 \text{ N}$$

۳.۳. گزینه «۳» اگر p درست و q نادرست باشد، آن‌گاه ارزش گزاره $p \vee q$ و در نتیجه ترکیب عطفی آن با هر گزاره دیگر نادرست است، بنابراین ارزش گزاره‌ها در گزینه «۳» امکان‌پذیر نیست. در سایر گزینه‌ها، ارزش هر دو گزاره $p \vee q$ و $p \vee r$ و در نتیجه ترکیب عطفی آن‌ها درست است.

۳.۴. گزینه «۳» طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim (\sim p \Rightarrow q) \wedge p \equiv \sim (p \vee q) \wedge p$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \wedge p \equiv (\sim p \wedge p) \wedge \sim q \equiv F \wedge \sim q \equiv F$$

برای سایر گزینه‌ها، فرض کنید گزاره p درست باشد. در این صورت ترکیب فصلی آن با هر گزاره دلخواه، همواره درست است (گزینه «۱»). همچنین گزاره $\sim p \Rightarrow (p \vee q)$ به انتفای مقدم و گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow p$ به دلیل درست بودن تالی، درست هستند. (گزینه‌های «۲» و «۴»).

۳.۵. گزینه «۴» عکس نقیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ به صورت $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ است. اگر گزاره‌های p و q به ترتیب به صورت $(a > b)$ و $(a^3 > b^3)$ تعریف شوند، آن‌گاه عکس نقیض گزاره صورت سؤال به صورت «اگر $a^3 \leq b^3$ باشد، آن‌گاه $a \leq b$ است» خواهد بود.

۳.۶. گزینه «۱»

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (r \vee \sim q) \equiv (r \vee \sim q) \vee \sim p$$

$$\equiv r \vee (\sim q \vee \sim p) \equiv r \vee \sim (p \wedge q) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

۳.۷. گزینه «۲»

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv [(q \vee \sim p) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q$$

$$\equiv [q \vee (\underbrace{\sim p \wedge p}_F)] \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow q \equiv T$$

۳.۸. گزینه «۴»

گزینه «۱» به ازای $x = 1$ و گزینه «۲» به ازای $x = 2$ ، نادرست هستند. برای گزینه «۳»، مثال‌های نقض متعددی مانند $x = 1$ می‌توان در نظر گرفت. **۳.۹. گزینه «۴»** نقیض گزاره « $\forall x ; p(x)$ » به صورت « $\exists x ; \sim p(x)$ » و نقیض گزاره « $p(x) \Rightarrow q(x)$ » به صورت « $p(x) \wedge \sim q(x)$ » است، پس نقیض گزاره صورت سؤال به شکل « $\exists x \in \mathbb{R} ; (x < 0) \wedge (x^2 \leq 0)$ » می‌باشد.

۴.۰. گزینه «۳» گزاره «۱» نادرست است، به عنوان مثال نقض، اگر $x = 3$ باشد، آن‌گاه تنها به ازای -1 ، رابطه $x + y = 2$ برقرار است ولی $-1 \notin \mathbb{N}$.

گزینه «۲» نادرست است، زیرا اگر $x = 0$ باشد، $\frac{1}{x}$ تعریف شده نیست. گزینه «۳» درست است، زیرا به ازای هر عدد طبیعی x ، عدد $x + 1$ بزرگ‌تر از آن است و در نتیجه عددی مانند $y \in \mathbb{N}$ وجود دارد که $x < y$. گزینه «۴» نادرست است، زیرا اگر $x = 0$ باشد، آن‌گاه $x^2 = 0$ است.

فیزیک ۲ (الکتریسیته ساکن)

۴.۱. گزینه «۴» سه حالت برای بار جسم رسانا وجود دارد:

۱) اگر بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ باشد، با نزدیک کردن جسم به کلاهک الکتروسکوپ، بار الکتروسکوپ از ورقه‌ها به سمت کلاهک جابه‌جا شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.

پ) عنصرهایی که آرایش الکترونی لایه ظرفیت اتم آن‌ها مشابه است، در یک گروه جای گرفته‌اند.

ت) در جدول دوره‌ای، عناصر بر اساس مقایسه رفتار به ۳ دسته فلز نافلز و شبه فلز تقسیم‌بندی می‌شوند.

۶۴. گزینه «۴»

فلز قلیایی لیتیم (Li) با از دست دادن تک الکترون ظرفیتی خود به آرایش $1s^2$ دست می‌یابد.

۶۵. گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: از چپ به راست در هر یک از دوره‌های جدول (به جز دوره اول) با افزایش عدد اتمی از خصلت فلزی کاسته و بر خصلت نافلزی افزوده می‌شود.

مورد دوم: گاز هیدروژن در دمای اتاق با فلوئور (F_2) و کلر (Cl_2) وارد واکنش می‌شود.

مورد چهارم: در هر دوره از چپ به راست با افزایش خصلت نافلزی تعداد واحد بار منفی آنیون کاهش می‌یابد.

۶۶. گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: خصلت فلزی در جدول دوره‌ای از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

گزینه «۲»: Z همان برم است که در دمای $20^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. گزینه «۴»: در یک دوره از راست به چپ خصلت نافلزی کاهش می‌یابد.

۶۷. گزینه «۳»

در گروه هالوژن‌ها، با افزایش عدد اتمی تمایل به گرفتن الکترون کاهش می‌یابد، از طرفی در عنصرهای فلزی دوره سوم (یعنی از Na تا Al) با افزایش عدد اتمی واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد؛ هم‌چنین در عنصرهای دوره سوم با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی آن‌ها کاهش می‌یابد. پس منحنی تغییرات این سه ویژگی، نزولی است.

۶۸. گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

- نادرست: رسانایی الکتریکی یک فلز بیانگر رفتار فیزیکی آن است. خصلت فلزی مربوط به رفتار شیمیایی است؛ هر چه فلز راحت‌تر الکترون از دست بدهد، خصلت فلزی آن بیشتر می‌شود.

- نادرست: با در نظر گرفتن تمام گروه‌های جدول دوره‌ای عناصر، در بین چند عنصر متوالی گروه‌های اصلی که با هم، هم‌دوره می‌باشند، با افزایش عدد اتمی اندازه شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

- درست: نسبت شعاع $\frac{12}{11} Mg$ کمتر از نسبت شعاع $\frac{15}{14} P$ است. هر دو کسر کوچکتر از یک می‌باشند هر چه صورت و مخرج به هم نزدیکتر باشند؛ کسر به یک نزدیکتر و بزرگتر است.

- درست: فلز سدیم نرم بوده و به راحتی با چاقو بریده می‌شود.

۶۹. گزینه «۲»

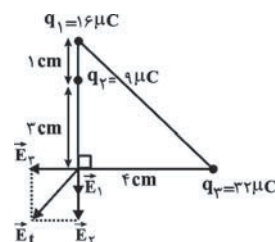
موارد دوم و سوم درست هستند.

عناصر گروه ۱۸ (به جز هلیم) در بیرونی‌ترین زیرلایه خود به np^6 ختم می‌شوند و نافلز به حساب می‌آیند.

هرچه توانایی عنصری برای از دست دادن الکترون بیشتر یا توانایی عنصری برای کسب الکترون بیشتر باشد، به ترتیب قدرت فلزی و نافلزی بیشتری دارد. مورد اول: دوره اول عنصر فلزی ندارد، در دوره دوم و سوم شمار نافلزها بیشتر است و تنها از دوره چهارم و به بعد، شمار فلزها از نافلزها بیشتر است.

۷۰. گزینه «۲»

عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

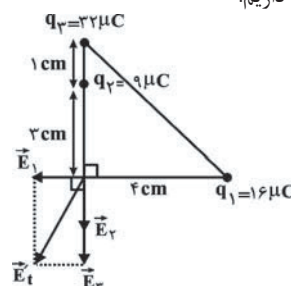


$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = k \times \frac{32}{(4)^2} = 2k$$

$$E_t = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 + E_3^2}$$

$$\Rightarrow E_t = \sqrt{(k+k)^2 + (2k)^2} \Rightarrow E_t = 2\sqrt{2}k$$

در حالت دوم، چون فاصله بارهای q_1 و q_3 از نقطه O تغییری نکرده است، بنابراین اندازه میدان الکتریکی ناشی از آن‌ها نیز در نقطه O ثابت است و بنابراین مطابق شکل، داریم:



$$E'_t = \sqrt{E_1^2 + (E_2 + E_3)^2} = \sqrt{(k)^2 + (k+2k)^2}$$

$$\Rightarrow E'_t = \sqrt{10}k$$

$$\frac{E'_t}{E_t} = \frac{\sqrt{10}k}{2\sqrt{2}k} \Rightarrow \frac{E'_t}{E_t} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

بنابراین داریم:

شیمی ۲ (قدرتهایی زمینی را بدانیم)

۶۱. گزینه «۲»

شکل درست عبارت نادرست به صورت زیر می‌باشد:

عبارت اول: پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند.

عبارت چهارم: بر اساس شناخت روندها و الگوهای بین خواص مواد به رمز و راز هستی می‌توان پی برد.

عبارت پنجم: عنصرهایی که آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن‌ها مشابه است، در یک گروه جای گرفته‌اند.

۶۲. گزینه «۴»

نخستین عنصر شبه‌فلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی سیلیسیم (Si) می‌باشد.

$${}_{14}Si: [{}_{10}Ne] 3s^2 3p^2 \begin{cases} 3s^2 \Rightarrow (3+0) \times 2 = 6 \\ 3p^2 \Rightarrow (3+1) \times 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 6+8=14$$

۶۳. گزینه «۴»

همه عبارت‌های داده شده نادرست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

آ) برقراری ارتباط میان داده‌ها و اطلاعات، هم‌چنین یافتن الگوها و روندها گامی مهم‌تر و مؤثرتر در پیشرفت علم به شمار می‌آید.

ب) عنصرها در جدول دوره‌ای بر اساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد اتمی چیده شده‌اند.