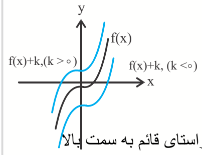
کارت ۱
فصل ۱

انتقال‌های عمودی و افقی

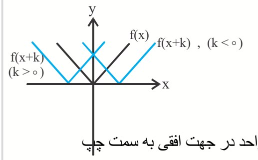
انتقال عمودی: $(f(x)+k)$



$k>\circ \Rightarrow$ انتقال نمودار تابع $f(x)$ k واحد در راستای قائم به سمت بالا

$k<\circ \Rightarrow$ نمودار تابع $f(x)$ k واحد در راستای قائم به سمت پایین

انتقال افقی: $(f(x+k))$



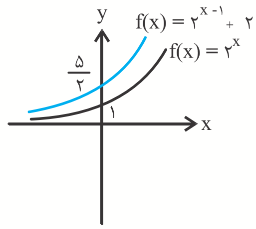
$k>\circ \Rightarrow$ انتقال نمودار تابع $f(x)$ ، k واحد در جهت افقی به سمت چپ

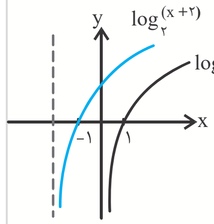
$k<\circ \Rightarrow$ انتقال نمودار تابع $f(x)$ ، k واحد در جهت افقی به سمت راست

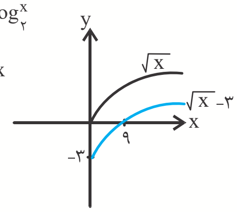
مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$f(x)=2^{x-1}+2, g(x)=\log_2(x+2), L(x)=\sqrt{x}-3$$

حل:

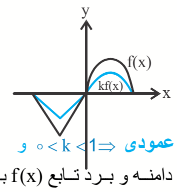




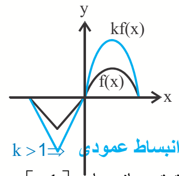


کارت ۲ فصل ۱
انبساط و انقباض عمودی

برای رسم نمودار $y=kf(x)$ ، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.



انقباض عمودی $\Rightarrow 0<k<1$ و



انبساط عمودی $\Rightarrow k>1$

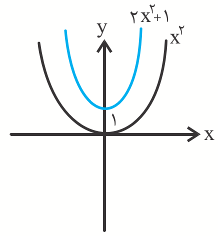
✍ اگر دامنه و برد تابع $f(x)$ به‌ترتیب بازه‌های $[a,b]$ و $[c,d]$ باشند آن‌گاه دامنه و برد $y=kf(x)$ برابر است با:

$D_y=[a,b], R_y=[kc,kd]$

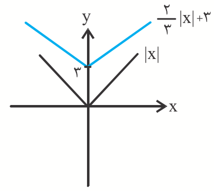
مثال: نمودار توابع $y=\frac{2}{3}|x|+3, y=2x^2+1$ را رسم نموده و دامنه و برد آن‌ها را مشخص کنید.

کارت ۲ فصل ۱ — انبساط و انقباض عمودی

حل:



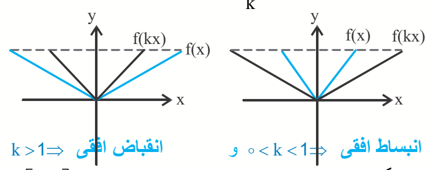
$D=(-\infty,+\infty)$
$R=[1,+\infty)$



$D=(-\infty,+\infty)$
$R=[3,+\infty)$

کارت ۳ فصل ۱
انبساط و انقباض افقی

برای رسم نمودار $y=f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم (بر k تقسیم کنیم).



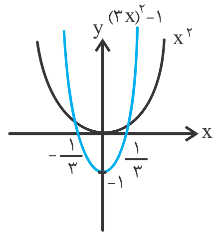
انبساط افقی $0<k<1 \Rightarrow$ و **انقباض افقی** $k>1 \Rightarrow$

اگر دامنه و برد تابع $f(x)$ به‌ترتیب بازه‌های $[a,b]$ و $[c,d]$ باشند آن‌گاه برای تابع $y=f(kx)$ داریم:

$$D_y=[\frac{a}{k},\frac{b}{k}],R_y=[c,d]$$

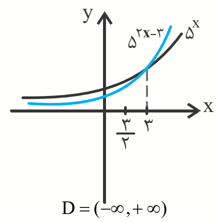
مثال: نمودار توابع $y=5^{2x-3},y=9x^2-1$ را رسم نموده و دامنه و برد آن‌ها را مشخص کنید.

حل:



$D = (-\infty, +\infty)$

$R = [-1, +\infty)$



$D = (-\infty, +\infty)$

$R = (0, +\infty)$

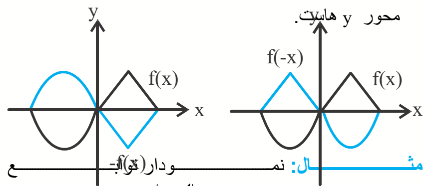
نکات تکمیلی
تبدیل‌های نمودار

۱) اگر عرض نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=-f(x)$ به‌دست می‌آیند.

* نمودار تابع $-f(x)$ ، قرینهٔ نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور x هاست.

۲) اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند.

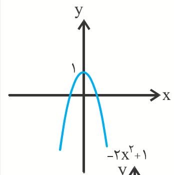
* نمودار تابع $f(-x)$ ، قرینهٔ نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور y هاست.



مثال: نمودار توابع $y=\frac{-|x+1|}{3}+1, y=-\cos(\pi-x), y=-2x^2+1$ را با مشخص نمودن دامنه و برد آن‌ها رسم نمایید.

نکات تکمیلی
تبدیل‌های نمودار

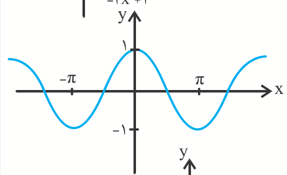
حل:



$y = -2x^2 + 1$

$D = (-\infty, +\infty)$

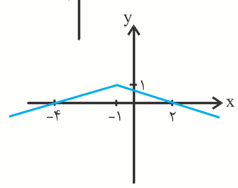
$R = (-\infty, 1]$



$y = -\cos(\pi - x)$

$D = (-\infty, +\infty)$

$R = [-1, 1]$



$y = \frac{-|x+1|}{3} + 1$

$D = (-\infty, +\infty)$

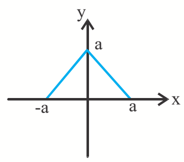
$R = (-\infty, 1]$

کارت ۵ فصل ۱

ترکیب تبدیل‌های نمودار توابع

* از آن‌جایی که در اکثر مسائل، با ترکیبی از تبدیل‌های نمودار توابع روبه‌رو هستیم، لذا باید دقت داشته باشید که هر تبدیل به چه صورت انجام می‌گیرد و به‌ترتیب تبدیل‌ها را انجام داده و به نمودار مطلوب دست یابید.

مثال۱: نمودار تابع $y=f(x)$ مفروض است. نمودار توابع $y=\frac{1}{2}f(-\frac{x}{2}), y=2f(2x)$ را رسم کنید.

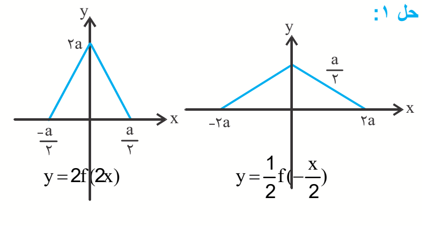


مثال2 : نمودار تابع $y=3h(\frac{x}{5})-2$ از روی نمودار $y=h(x)$ رسم شده است. نقطهٔ $(3,-4)$ روی نمودار تابع h به چه نقطه‌ای روی نمودار تابع جدید تبدیل می‌شود؟

کارت ۵
فصل ۱

ترکیب تبدیل‌های نمودار توابع

حل ۱:



حل ۲: در رسم نمودار $h(\frac{x}{5})$ ، طول نقاط نمودار تابع h ، ۵ برابر می‌شوند $(k=\frac{1}{5})$ بنابراین نقطهٔ $(3,-4)$ روی نمودار h به نقطه‌ای با طول ۱۵ تبدیل می‌شود. پس:

$$y=3h(\frac{15}{5})-2=3h(3)-2=3(-4)-2=-14$$
$$(3,-4)\to(15,-14)$$

کارت ۶
فصل ۱

تابع چندجمله‌ای از درجهٔ n

* فرض کنید n یک عدد صحیح نامنفی و $a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0$ اعداد حقیقی باشند که $a_n \neq 0$. تابع $f(x)$ که به صورت زیر تعریف می‌شود، تابع چندجمله‌ای از درجهٔ n نامیده می‌شود.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

بزرگ‌ترین توان x که در این عبارت ظاهر می‌شود را درجه و ضریب a_0 را مقدار ثابت چندجمله‌ای می‌نامند.

مثال ۱ : درجهٔ هر یک از توابع چندجمله‌ای زیر را مشخص کنید.

$$p(x) = x^2(1+x)^3 \ , \ h(x) = 4x - x^2$$

مثال2 : نشان دهید در تابع چندجمله‌ای زیر، ضرایب جملات با توان‌های فرد x ، صفرند.

$$p(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + ... - x^9)(1 + x + x^2 + ... + x^9)$$