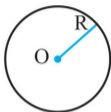




## نقاط متساوی الفاصله از یک نقطه یا یک خط

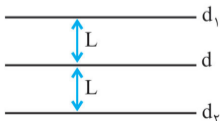
کارت ۱  
فصل ۱



مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی ثابت  $O$  به فاصله‌ی ثابت  $R$  باشند، روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $R$  قرار دارند.

**نکته:** برای پیدا کردن نقاطی از صفحه که به فاصله‌ی  $L_1$  از نقطه‌ی  $A$  و به فاصله‌ی  $L_2$  از نقطه‌ی  $B$  باشند، کافی است محل تلاقی دو دایره‌ی  $C_1$  به مرکز  $A$  و به شعاع  $L_1$  و  $C_2$  به مرکز  $B$  و به شعاع  $L_2$  را پیدا کنیم.

مجموعه نقاطی از صفحه که از خط  $d$  در صفحه به فاصله‌ی معلوم  $L$  باشند، دو خط موازی با خط  $d$  و به فاصله‌ی  $L$  هستند که در طرفین خط  $d$  قرار دارند.





## نقاط متساوی الفاصله از یک نقطه یا یک خط

کارت ۱  
فصل ۱

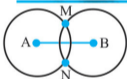
۱) دو نقطه‌ی A و B به فاصله‌ی ۷ واحد از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که به فاصله‌ی ۴ واحد از هر کدام از آن‌ها باشد؟

۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲) مربع ABCD به طول ضلع ۳ مفروض است. چند نقطه روی محیط

این مربع وجود دارد که فاصله‌اش از قطر AC برابر  $\frac{\pi}{۲}$  باشد؟

۱) هیچ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

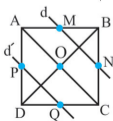


**پاسخ ۱:** گزینه‌ی «۳»؛ مطابق شکل دو دایره به مرکزهای A و B و به شعاع ۴، در دو نقطه‌ی M و N یکدیگر را قطع می‌کنند.

**پاسخ ۲:** گزینه‌ی «۳»؛ نقاطی از صفحه که از خط AC به فاصله‌ی  $\frac{\pi}{۲}$  باشند، دو خط موازی آن است. چون فاصله‌ی نقاط

D و B از خط AC بزرگ‌تر از  $\frac{\pi}{۲}$  است  $(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲} > \frac{\pi}{۲})$ ، پس این

دو خط، مربع را در ۴ نقطه قطع می‌کنند.



$$BD = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow$$

$$BO = \frac{۱}{۲} \times ۳\sqrt{۲} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

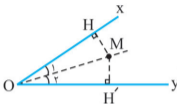
**تذکره:**



## ویژگی نیمساز یک زاویه

کارت ۲

فصل ۱



هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. در شکل فوق، اگر  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، آن گاه  $MH = MH'$  و در صورتی که  $MH = MH'$ ، آن گاه  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$  است.

**مثال:** چند نقطه درون یک مستطیل وجود دارد که از چهار ضلع آن به یک فاصله باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

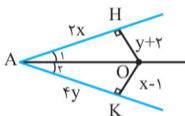
**پاسخ:** گزینه‌ی «۱»؛ نقطه‌ای درون مستطیل می‌تواند از چهار ضلع آن به یک فاصله باشد که روی نیمساز داخلی هر چهار زاویه‌ی مستطیل قرار داشته باشد. ولی نیمسازهای زوایای یک مستطیل هم‌رس نیستند، پس چنین نقطه‌ای وجود ندارد.



## ویژگی نیمساز یک زاویه

کارت ۲  
فصل ۱

۱) در شکل زیر اگر  $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$  باشد، اندازه‌ی  $OA$  کدام است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

**پاسخ ۱:** گزینه‌ی «۴»

دو مثلث  $OAH$  و  $OAK$  به حالت تساوی وتر و یک زاویه‌ی حاده ( $\widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ, \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, OA = OA$ ) هم‌نهشت هستند، پس  $AH = AK$  و  $OH = OK$  است.

$$AH = AK \Rightarrow 2x = 4y \Rightarrow x = 2y$$

$$OH = OK \Rightarrow y + 2 = x - 1 \Rightarrow x = y + 3$$

$$2y = y + 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 6$$

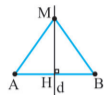
$$OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

## کارت ۳

## فصل ۱

## ویژگی عمودمنصف

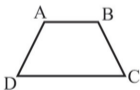
## یک پاره خط



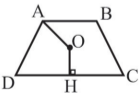
هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره خط قرار داشته باشد، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر

یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.

در شکل فوق اگر  $M$  روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  (خط  $d$ ) قرار داشته باشد، آن گاه  $MA = MB$  است و در صورتی که  $MA = MB$  باشد، آن گاه  $M$  روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  (خط  $d$ ) قرار دارد.



**مثال:** در شکل مقابل، چند نقطه وجود دارد که از دو ضلع  $AB$  و  $AD$  به یک فاصله و از دو رأس  $C$  و  $D$  نیز به یک فاصله باشد؟



**پاسخ:** نقطه  $O$ ، محل تلاقی نیمساز زاویه  $A$  و عمودمنصف پاره خط  $CD$ ، تنها نقطه‌ای است که دارای ویژگی‌های موردنظر سؤال می‌باشد.



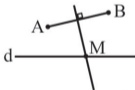
## ویژگی عمودمنصف یک پاره خط

کارت ۳  
فصل ۱

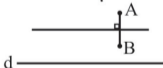
۱) خط  $d$  و نقاط  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای روی خط  $d$  بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد. با توجه به وضعیت خط  $d$  و نقاط  $A$  و  $B$ ، تعداد جواب‌های مسأله را تعیین کنید.

### پاسخ ا:

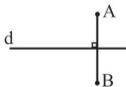
نقطه‌ای که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف پاره خط  $AB$  قرار دارد، پس جواب مسأله در واقع محل تلاقی خط  $d$  و عمودمنصف پاره خط  $AB$  است. حالت‌های ممکن عبارتند از:



(آ) اگر خط  $d$  بر پاره خط  $AB$  عمود نباشد، مسأله یک جواب دارد.



(ب) خط  $d$  بر پاره خط  $AB$  عمود باشد ولی بر عمودمنصف این پاره خط منطبق نباشد. در این صورت مسأله جواب ندارد.



(ج) خط  $d$  بر عمودمنصف پاره خط  $AB$  منطبق گردد. در این صورت تمامی نقاط خط  $d$  جواب مسأله است و مسأله بی‌شمار جواب دارد.