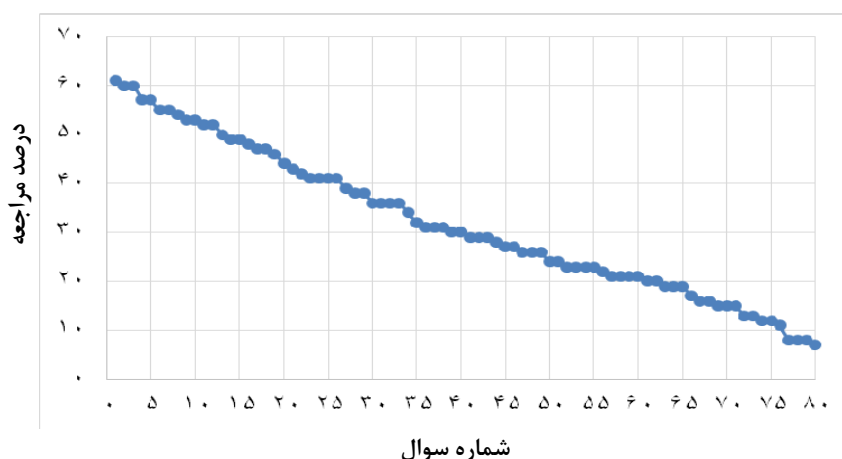


مبحث: ترسیم‌های هندسی و استدلال

سطح سوم: دشوارتر	سطح دوم: دشوار	سطح اول: نسبتاً دشوار	سطح سوال‌ها
۵۱-۸۰	۳۱-۵۰	۱-۳۰	شماره سوال
۲۴-۷	۳۶-۲۵	۶۱-۳۷	درصد مراجعه



معرفی نشانه‌ها:

در شناسنامه‌ی هر سوال نشانه‌هایی به شرح زیر استفاده شده‌است که بیان‌گر اطلاعات آماری هر سوال است:



به معنای تعداد مراجعین به سوال، از کل دانش‌آموزان شرکت‌کننده در آزمون می‌باشد.



به معنای درصدی از شرکت‌کنندگان می‌باشد که به این سوال پاسخ صحیح داده‌اند.



به معنای تاریخ برگزاری آزمون می‌باشد.



به معنای جمعیت شرکت‌کنندگان در آن آزمون می‌باشد.

برای هر مبحث کتاب، جدول و نمودار سطح‌بندی سوال‌ها مانند نمودار بالا تهیه شده است. در این جدول تعداد سؤالات هر سطح (نسبتاً دشوار، دشوار، دشوارتر)، شماره‌ی سؤالات و درصدهای مراجعه‌ی ابتدایی و انتهایی هر سطح مشخص شده است.

نمودار براساس درصد مراجعه به سوال و شماره‌ی سوال‌ها تنظیم شده‌است. بدیهی است که این نمودار باید شیب منطقی داشته باشد و هرچه رو به پایان می‌رویم، درصد مراجعه در سطح دشوارتر کم‌تر می‌شود.

سؤال‌های نسبتاً دشوار ؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۳ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۴ (یا ۵) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۶ سوال پاسخ دهند.

۱- مثلث OAB مفروض است. عمودمنصف پاره‌خط‌های OA و OB را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی T قطع کنند. نقطه‌ی T لزوماً ...

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۳۵٪ ۶۱٪

(۱) روی نیم‌ساز زاویه‌ی AOB قرار دارد.

(۲) روی پاره‌خط AB قرار دارد.

(۳) روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد.

(۴) درون مثلث است.

۲- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

۵۷۵۰ ۹۵/۹/۵ ۴۲٪ ۶۰٪

(۱) مجذور هر عدد بین صفر و یک کوچک‌تر از خود عدد است.

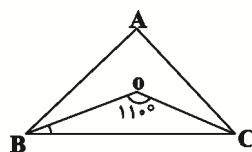
(۲) برای هر دو مجموعه‌ی A و B داریم $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$.

(۳) هر دو مثلث هم‌نهشت، هم مساحت هستند.

(۴) در هر مثلث که همه‌ی زوایای آن کوچک‌تر از ۹۰° باشد محل برخورد ارتفاع‌ها داخل مثلث است.

۳- نیم‌ساز زاویه‌های B و C از مثلث ABC در نقطه‌ی O متقاطع‌اند. اگر $\hat{BOC} = 110^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی A کدام است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۴۲٪ ۶۰٪



(۲) 50°

(۱) 40°

(۴) 70°

(۳) 60°

۴- قطر AB در دایره‌ای مفروض است. عمودمنصف AB دایره را در نقطه‌ی C قطع می‌کند. مثلث ABC همواره چگونه مثلثی است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۲۸٪ ۵۷٪

(۱) متساوی‌الساقین غیر قائم‌الزاویه

(۲) متساوی‌الاضلاع

(۳) قائم‌الزاویه‌ی غیر متساوی‌الساقین

(۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

۵- کدام چهارضلعی را نمی‌توان رسم کرد؟

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۲۱٪ ۵۷٪

(۱) مستطیلی که طول یک ضلع آن ۴ و طول قطر آن ۱۰ باشد.

(۲) متوازی‌الاضلاعی که طول ضلع‌هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.

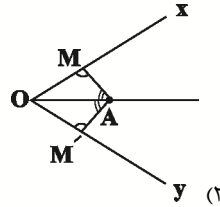
(۳) مستطیلی که طول قطر آن ۱۰ و زاویه‌ی بین دو قطر 60° باشد.

(۴) لوزی که طول ضلع آن ۵ و طول یک قطر آن ۱۲ باشد

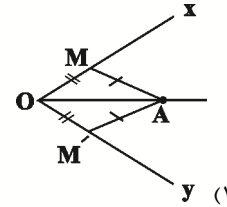


۶- باتوجه به فرض‌های هر گزینه، در کدام مورد نمی‌توان گفت نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy به یک فاصله است؟

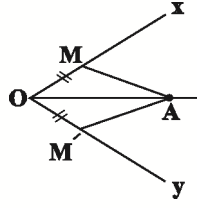
۵۵٪ ۳۲٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



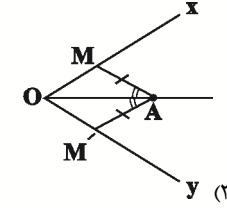
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۷- در کدام یک از اشکال زیر، همواره نقطه‌ی تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها، برهم منطبق است؟

۵۵٪ ۲۲٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸

(۲) لوزی

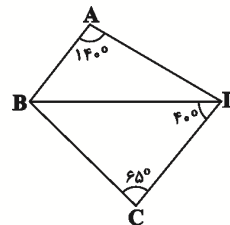
(۱) مستطیل

(۴) شش‌ضلعی منتظم

(۳) مثلث

۸- باتوجه به شکل زیر، کدام پاره‌خط بیش‌ترین طول را دارد؟

۵۴٪ ۱۵٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰



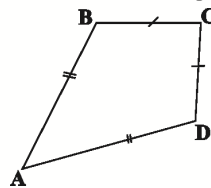
(۱) AD

(۲) BD

(۳) BC

(۴) CD

۹- در چهارضلعی ABCD مطابق شکل، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟



(الف) قطر AC نیم‌ساز زاویه‌ی C است.

(ب) قطر BD نیم‌ساز زاویه‌ی B است.

(پ) قطر AC بخشی از عمودمنصف قطر BD است.

(ت) قطر BD بخشی از عمودمنصف قطر AC است.

۵۳٪ ۲۹٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۴

(۳) ۲

۱۰- نقطه‌ی M درون مثلث ABC به‌گونه‌ای قرار دارد که از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. نقطه‌ی M لزوماً روی ... قرار

دارد.

۵۳٪ ۲۹٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸

(۲) نیم‌ساز رأس A

(۱) محل تقاطع عمودمنصف‌های AB و AC

(۴) نیم‌ساز رأس B

(۳) محل تقاطع نیم‌ساز رأس‌های B و C

۱۱- نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» کدام است؟

۵۲٪ ۳۹٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

(۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

(۲) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

(۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

(۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

۱۲- نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر به‌درستی بیان نشده است؟

۵۲٪ ۲۱٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) گزاره: «هر مربع، یک لوزی است.» - نقیض گزاره: «مربعی وجود دارد که لوزی نیست.»

(۲) گزاره: «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.» - نقیض گزاره: «هر مستطیل، یک مربع است.»

(۳) گزاره: «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که دو زاویه‌ی قائمه داشته باشد.»

(۴) گزاره: «مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.» - نقیض گزاره: «مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن، 180° نیست.»

۱۳- کدام مورد مثال نقض دارد؟

۵۰٪ ۸٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

(۱) عمودمنصف‌های هر مثلث هم‌رس‌اند.

(۲) چهارضلعی که قطرهاش منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(۳) در حالت کلی تعداد نقاط برخورد دو خط موازی با دایره، پنج حالت مختلف می‌تواند داشته باشد.

(۴) مربع چهارضلعی است که قطرهاش هم‌اندازه و عمود برهم باشند

۱۴- دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. دایره‌ای به شعاع دلخواه و مرکز محل برخورد این دو خط رسم شده است. چند نقطه روی

این دایره وجود دارد که از این دو خط به یک فاصله هستند؟

۴۹٪ ۳۰٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) دقیقاً ۲ نقطه

(۲) حداکثر ۲ نقطه

(۳) دقیقاً ۴ نقطه

(۴) حداکثر ۴ نقطه

۱۵- در مثلثی یک زاویه با مجموع دو زاویه‌ی دیگر برابر است. کدام گزینه در مورد محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث صحیح است؟

۴۹٪ ۲۰٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) داخل مثلث

(۲) روی محیط

(۳) خارج مثلث

(۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.



۱۶- نقیض چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست نوشته شده است؟

الف) گزاره: « a بزرگ‌تر از b است.» - نقیض گزاره: « b بزرگ‌تر از a است.»

ب) گزاره: «مربع هر عدد صحیح، بزرگ‌تر از صفر است.» - نقیض گزاره: «مربع هر عدد صحیح، کوچک‌تر یا مساوی صفر است.»

پ) گزاره: «محل هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، داخل یا خارج مثلث است.» - نقیض گزاره:

«محل هم‌رسی عمودمنصف‌های هر مثلث، روی محیط آن مثلث است.»

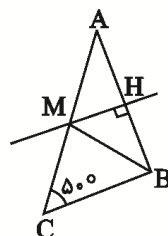
۴۸٪ ۷٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۷- در مثلث مفروض ABC ، MH عمودمنصف ضلع AB می‌باشد. اگر $\hat{C} = 50^\circ$ و $MC = MB$ باشد، آن‌گاه زاویه $\hat{MBA}$ چند

درجه است؟

۴۷٪ ۳۱٪ ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰



۱) 55°

۲) 50°

۳) 45°

۴) 40°

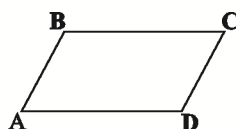
۱۸- چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن، $5\sqrt{3}$ و طول قطر آن، ۸ باشد؟

۴۷٪ ۲۱٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) هیچ

۱۹- از تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع زیر، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟

۴۶٪ ۲۱٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



۲) مربع

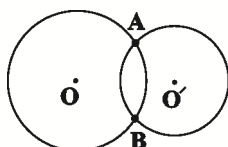
۱) مستطیل

۴) متوازی‌الاضلاع

۳) لوزی

۲۰- مطابق شکل، دو دایره به مراکز O و O' در نقاط A و B متقاطع می‌باشند. در این صورت لزوماً:

۴۴٪ ۳۷٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸



۱) OO' از وسط AB می‌گذرد.

۲) OO' بر AB عمود است.

۳) $\hat{OAO'} = \hat{OBO'}$

۴) هر سه گزینه صحیح است.

۲۱- عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، درست نیست؟

۸۹۵۰ ۹۵/۹/۱۹ ۱۳٪ ۴۳٪

(۱) اگر متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، لوزی باشد، آن گاه قطرهای آن برهم عمود هستند.

(۲) اگر مستطیل $ABCD$ ، مربع باشد، آن گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

(۳) اگر لوزی $ABCD$ ، مربع باشد، آن گاه اضلاع مجاور آن برهم عمود هستند.

(۴) اگر دوزنقه‌ی $ABCD$ ، متساوی‌الساقین باشد، آن گاه طول قطرهای آن مساوی یکدیگرند.

۲۲- در کدام مورد زیر، با اطلاعات داده شده، فقط یک شکل قابل رسم است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۲۹٪ ۴۲٪

(۱) متوازی‌الاضلاعی با طول قطر ۲ و ۷ (۲) مربعی با طول قطر ۶

(۳) لوزی با طول ضلع ۵ (۴) دایره‌ای با یک وتر به طول ۲ که آن وتر قطر دایره نیست.

۲۳- پاره‌خط AB به طول ۲۶ سانتی‌متر مفروض است. نقطه‌ی M از دو سر پاره‌خط AB به فاصله‌ی ۱۵ سانتی‌متر قرار گرفته است. فاصله‌ی نقطه‌ی M تا پاره‌خط AB چند سانتی‌متر است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۳۲٪ ۴۱٪

(۱) $2\sqrt{14}$ (۲) ۵

(۳) $3\sqrt{7}$ (۴) ۶

۲۴- عکس کدام قضیه‌ی شرطی زیر درست نیست؟

۸۹۵۰ ۹۵/۹/۱۹ ۲۴٪ ۴۱٪

(۱) در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آن‌ها باهم برابرند.

(۲) اگر دو زاویه مساوی باشند، مکمل‌های آن‌ها نیز با یکدیگر مساوی‌اند.

(۳) اگر یک چهارضلعی مستطیل باشد، قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند.

(۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو دویه‌دو مساوی باشند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۲۵- نقاط A و B دو سر قطری از یک دایره هستند و نقطه‌ی M در صفحه‌ی این دایره به فاصله‌ی مساوی از A و B قرار دارد. اگر $AB = 10$ و $MA = 6$ ، آن گاه نقطه‌ی M کجا قرار دارد؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۸٪ ۴۱٪

(۱) روی دایره

(۲) خارج دایره

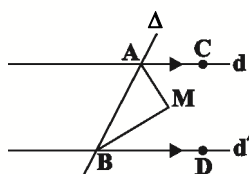
(۳) داخل دایره

(۴) قابل تعیین نیست.



۲۶- خطوط موازی d و d' و خط مورب Δ مطابق شکل مفروضند. نیم‌سازهای دو زاویه‌ی BAC و ABD در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. نسبت فاصله‌ی نقطه‌ی M از خط d به فاصله‌ی آن تا خط d' برابر با کدام است؟

۴۱٪ ۱۵٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰



$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{MA}{MB} \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

(۴) بستگی به زوایای A و B دارد.

۲۷- کدام گزینه تنها یک مثال نقض دارد؟

۳۹٪ ۱۲٪ ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰

(۱) محل هم‌رسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل آن است و یا خارج آن.

(۲) چندضلعی که همه‌ی زوایای آن باهم برابر باشند، منتظم است.

(۳) هر دو مستطیل هم‌مساحت، هم‌نهشت می‌باشند.

(۴) حاصل ضرب هر عدد صحیح در $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

۲۸- در کدام یک از چهارضلعی‌های زیر، همواره نقطه‌ای وجود دارد که فاصله‌ی یکسانی از هر چهار ضلع داشته باشد؟

۳۸٪ ۲۲٪ ۹۵/۷/۲۳ ۵۲۰۸

(۲) مستطیل

(۱) متوازی‌الاضلاع

(۴) لوزی

(۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

۲۹- کدام گزینه در مورد مثال نقض صحیح نمی‌باشد؟

۳۸٪ ۱۴٪ ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰

(۱) اگر در مورد یک حکم کلی نتوانیم مثال نقض بیاوریم، نمی‌توانیم در مورد درستی آن نتیجه‌ای بگیریم.

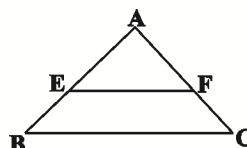
(۲) به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود.

(۳) نتایج حاصل از این نوع استدلال به عنوان یک قضیه مطرح می‌شود.

(۴) احکامی وجود دارند که برای رد آن‌ها بیش از یک مثال نقض وجود دارد.

۳۰- در مثلث ABC ، EF موازی BC است. اگر نقطه‌ی I روی EF از سه ضلع مثلث به یک فاصله باشد، $BE + CF$ کدام است؟

۳۷٪ ۲۹٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰



AB (۱)

AC (۲)

BC (۳)

EF (۴)

سؤال‌های دشوار ??

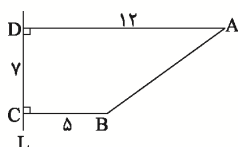
انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۳ (یا ۴) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۵ سوال پاسخ دهند.

۳۱- در شکل زیر با کمک خط‌کش و پرگار، نقطه‌ی O را چنان پیدا کرده‌ایم که از A و B به یک فاصله بوده و فاصله‌ی O از خط L برابر ۸ است. طول OA کدام می‌تواند باشد؟

۳۶٪ ۲۳٪ ۹۶/۱/۱۸ ۷۱۰۰



(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۳) ۵

(۴) $4\sqrt{2}$

۳۲- کدام یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت؟

۳۶٪ ۱۷٪ ۹۵/۹/۵ ۵۷۵۰

(۱) اگر در مثلث ABC ، $AB > AC$ باشد، آن‌گاه $\hat{C} > \hat{B}$ است.

(۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن‌گاه قطرهاش عمودمنصف یکدیگرند.

(۳) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.

(۴) اگر دو دایره محیط‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت برابر دارند.

۳۳- تعداد نقاطی در صفحه که از خط d و نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۸ باشند، چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۳۶٪ ۷٪ ۹۵/۸/۷ ۶۴۵۰

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۳۴- در اثبات حکم «عمودمنصف هر پاره‌خط یکتاست.» به روش برهان خلف، تناقض پدید آمده کدام است؟

۳۴٪ ۱۵٪ ۹۵/۹/۱۹ ۸۹۵۰

(۱) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط به موازات آن خط رسم شده است.

(۲) از یک نقطه خارج یک خط، دو خط بر آن خط عمود رسم شده است.

(۳) مجموع زوایای یک مثلث بیش‌تر از 180° رسم شده است.

(۴) دو خط متقاطع، موازی یکدیگر شده‌اند.



۳۵- اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} + \hat{C} = 2\hat{B}$ و $\hat{A} - \hat{B} = 2\hat{C}$ ، آن‌گاه نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث کجا قرار دارد؟

۸۹۵۰ ۹۵/۹/۱۹ ۱۱٪ ۳۲٪

(۱) داخل مثلث

(۲) خارج مثلث

(۳) روی ضلع بزرگ‌تر

(۴) روی یکی از رأس‌ها

۳۶- در چهارضلعی $ABCD$ ، هرگاه AB کوچک‌ترین و DC بزرگ‌ترین ضلع باشد، آن‌گاه کدام رابطه الزاماً صحیح است؟

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۲۳٪ ۳۱٪

(۱) $\hat{B} > \hat{A}$

(۲) $\hat{D} > \hat{C}$

(۳) $\hat{B} > \hat{D}$

(۴) $BC > AD$

۳۷- نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور، با یکدیگر زاویه‌ی 70° درجه ساخته‌اند. اگر نسبت اندازه‌ی دو زاویه $\frac{3}{4}$ باشد، زاویه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۱۲٪ ۳۱٪

(۲) 40°

(۱) 30°

(۴) 80°

(۳) 60°

۳۸- در مثلث ABC ، $\hat{BAC} = 50^\circ$ و $AB > AC$ ، بزرگ‌ترین مقدار صحیح $\hat{B}$ برحسب درجه کدام است؟

۵۲۵۰ ۹۵/۹/۵ ۱۱٪ ۳۱٪

(۲) ۶۳

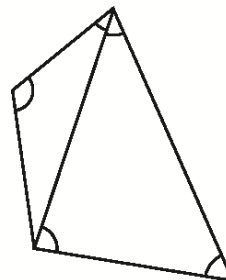
(۱) ۶۲

(۴) ۶۵

(۳) ۶۴

۳۹- باتوجه به شکل زیر، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۱۴٪ ۳۰٪



(۱) $a_3 > a_1 > a_5$

(۲) $a_2 > a_1 > a_5$

(۳) $a_2 > a_3 > a_5$

(۴) $a_1 > a_4 > a_5$

۴۰- در کدام یک از گزینه‌های زیر، پاسخ ترسیم منحصر به فرد نیست؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۱۴٪ ۳۰٪

(۱) رسم لوزی با داشتن طول دو قطر آن

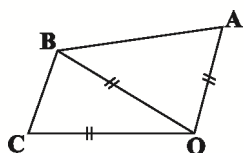
(۲) رسم مربعی با داشتن قطر آن

(۳) متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر آن

(۴) مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع

۴۱- در شکل زیر، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۱٪ ۲۹٪



(۱) O روی نیم‌ساز $\widehat{ABC}$ واقع است.

(۲) B روی نیم‌ساز $\widehat{AOC}$ واقع است.

(۳) O روی عمودمنصف AC واقع است.

(۴) B روی عمودمنصف AC واقع است.

۴۲- در یک هشت‌ضلعی منتظم، از به هم وصل کردن رئوس، چند نوع مثلث متساوی‌الساقین مختلف به دست می‌آید؟

۸۹۵۰ ۹۵/۹/۱۹ ۷٪ ۲۹٪

(۱) ۱

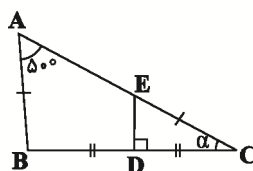
(۲) ۲

(۴) ۴

(۳) ۳

۴۳- در شکل زیر، α چند درجه است؟ ($\widehat{D} = 90^\circ$)

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۶٪ ۲۹٪



(۱) 25°

(۲) 30°

(۳) 35°

(۴) 40°

۴۴- کدام یک از احکام زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت؟

۵۷۵۰ ۹۵/۹/۵ ۸٪ ۲۸٪

(۱) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب، 360° است.

(۲) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

(۳) قضیه‌ی فیثاغورس

(۴) ارتفاع‌های نظیر اضلاع مساوی در هر مثلث، باهم برابرند.

۴۵- نقاط A و B به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از هم هستند. دو نقطه‌ی متمایز U و V فاصله‌شان از A برابر ۳ سانتی‌متر و از B برابر

x سانتی‌متر است. x در کدام محدوده است؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۱۷٪ ۲۷٪

(۲) $x < 1$

(۱) $1 < x$

(۴) $1 < x < 11$

(۳) $1 < x < 7$



۴۶- دو خط d و d' برهم عمودند. اگر خط L ، این دو خط را در نقاط متمایز A و B قطع کند، آن‌گاه حداکثر چند نقطه روی خط L می‌توان یافت که از d و d' به یک فاصله باشند؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۴٪ ۲۷٪

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۴۷- چند مثلث متمایز ABC با اطلاعات $BC = ۸$ ، میانه‌ی $AM = ۶$ و مساحت $S = ۳۲$ قابل رسم است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۴٪ ۲۶٪

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۴

۴۸- خط d و نقاط A و B در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، هیچ نقطه‌ای روی خط d نمی‌توان یافت که از A و B به یک فاصله باشد؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۳٪ ۲۶٪

(۱) خط d ، پاره‌خط AB را قطع کند و بر آن عمود نباشد.

(۲) خط d ، موازی پاره‌خط AB باشد.

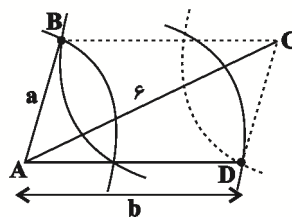
(۳) خط d ، امتداد پاره‌خط AB را قطع کند و بر آن عمود باشد.

(۴) خط d ، عمودمنصف پاره‌خط AB باشد.

۴۹- برای رسم یک متوازی‌الاضلاع دلخواه که $AC = ۶$ یکی از قطرهای آن می‌باشد، مطابق شکل از دو سر A و C کمان‌هایی به

شعاع‌های a و b رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط B و D قطع کنند. در این صورت کدام مقدار برای a و b قابل قبول است؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۹٪ ۲۶٪



(۱) $a = ۲$ و $b = ۳$

(۲) $a = ۴$ و $b = ۳$

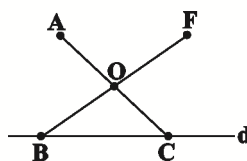
(۳) $a = ۳$ و $b = ۳$

(۴) $b = ۷$ و $a = ۱$

۵۰- مطابق شکل، خط d و نقطه‌ی A خارج آن مفروض‌اند. نقاط دلخواه B و C را روی d در نظر گرفته، B را به نقطه‌ی O وسط

AC وصل کرده و BO را به اندازه‌ی خودش تا نقطه‌ی F امتداد می‌دهیم. کدام نتیجه‌گیری راجع به این شکل لزوماً درست نیست؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۲٪ ۲۵٪



(۱) $AF \parallel BC$

(۲) AC عمودمنصف BF

(۳) $\hat{A}BC = \hat{A}FC$

(۴) $\triangle OAB \cong \triangle OFC$

سؤال‌های دشوارتر؟؟؟

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۰۰۰ تا ۵۵۰۰ از هر ۱۰ سوال به ۱ سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۵۵۰۰ تا ۶۲۵۰ از هر ۱۰ سوال به ۲ (یا ۳) سوال پاسخ دهند.

انتظار داریم دانش‌آموزان ترازهای ۶۲۵۰ به بالا از هر ۱۰ سوال به بیش از ۴ سوال پاسخ دهند.

۵۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، در کدام یک از حالت‌های زیر، طول نیم‌ساز AD از یکی از اضلاع قائمه بزرگ‌تر است؟

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۱۰٪ ۲۴٪

$$\hat{B} = 15^\circ \quad (1)$$

$$\hat{B} = 22/5^\circ \quad (2)$$

$$\hat{B} = 30^\circ \quad (3)$$

$$\hat{B} = 45^\circ \quad (4)$$

۵۲- اگر طول ضلع یک لوزی برابر با ۱۰ باشد، آن‌گاه حداقل طول قطر بزرگ آن، چه قدر باشد تا لوزی قابل رسم گردد؟

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۱۳٪ ۲۳٪

$$10\sqrt{2} \quad (1)$$

$$20 \quad (2)$$

$$10\sqrt{3} \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

۵۳- خط d امتداد پاره‌خط AB را در نقطه‌ی M با زاویه‌ی غیرقائم قطع کرده است. آن‌گاه ...

۶۴۵۰ ۹۵/۸/۷ ۹٪ ۲۳٪

(۱) هر نقطه روی نیم‌ساز زاویه‌ی حاده‌ی M از دو سر پاره‌خط

AB به یک فاصله است.

(۲) محل برخورد خط d و عمودمنصف AB از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است.

(۳) دو نقطه روی خط d قرار دارد که از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله‌اند.

(۴) هر نقطه روی عمودمنصف AB از دو ضلع زاویه‌ی حاده‌ی M به یک فاصله است.

۵۴- اگر یک رأس به یک چندضلعی محدب اضافه کنیم، تعداد قطرهای آن ۸ عدد بیش‌تر می‌شود. مجموع زوایای داخلی این چندضلعی

کدام است؟

۵۷۵۰ ۹۵/۹/۵ ۷٪ ۲۳٪

$$1260^\circ \quad (1)$$

$$1080^\circ \quad (2)$$

$$900^\circ \quad (3)$$

$$1440^\circ \quad (4)$$



۵۵- با دو نقطه‌ی A و B و خط d داده شده‌اند. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنیم که رأسش روی d و قاعده‌ی آن پاره‌خط AB باشد، باتوجه به اوضاع A ، B و d ، تعداد جواب‌های ممکن برای رسم مثلث کدام نمی‌تواند باشد؟

۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۴٪ ۲۳٪

(۱) یک جواب (۲) دو جواب (۳) هیچ جواب (۴) بی‌شمار جواب

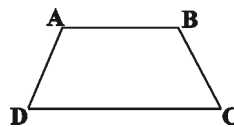
۵۶- در یک ذوزنقه، نقطه‌ای از دو سر قاعده‌ی CD به یک فاصله و همچنین از قاعده‌ی CD و ساق AD به یک فاصله است. این نقطه حاصل برخورد کدام است؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۹٪ ۲۲٪

(۱) نیم‌سازهای $\hat{D}$ و $\hat{C}$

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

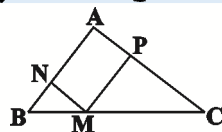
(۳) عمودمنصف CD و نیم‌ساز زاویه‌ی D



(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

۵۷- در شکل زیر، $AC = 2AB = 8$ و چهارضلعی $APMN$ متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MN + MP$ برابر کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

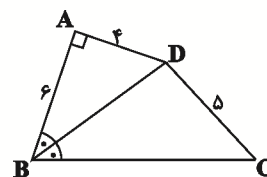
۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۱۱٪ ۲۱٪



(۱) ۴ (۲) ۶
(۳) ۸ (۴) ۱۰

۵۸- در شکل زیر، BD نیم‌ساز زاویه‌ی ABC است. طول BC کدام است؟

۵۲۰۸ ۹۵/۷/۲۳ ۹٪ ۲۱٪



(۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰

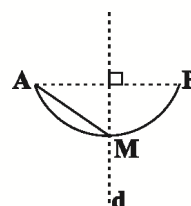
۵۹- از به هم وصل کردن هر سه رأس دلخواه از میان رئوس یک هفت‌ضلعی منتظم، چند مثلث متساوی‌الساقین پدید می‌آید؟

۵۲۵۰ ۹۵/۹/۵ ۵٪ ۲۱٪

(۱) ۷ (۲) ۱۴
(۳) ۲۱ (۴) ۳۵

۶۰- مطابق شکل، کمان AB قسمتی از یک دایره به شعاع ۳ و خط d عمودمنصف پاره‌خط AB است. اگر $AM = 2$ باشد، فاصله‌ی مرکز دایره تا وسط AM کدام است؟

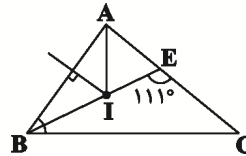
۷۱۱۰ ۹۵/۸/۲۱ ۱۰٪ ۲۱٪



(۱) ۱
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{5}$

۶۱- در شکل زیر عمود منصف ضلع AB و نیم‌ساز رأس A در نقطه‌ی I متقاطع هستند و امتداد BI ، ضلع AC را در نقطه‌ی E قطع می‌کند. اگر $\hat{BEC} = 111^\circ$ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی A چند درجه است؟

۲۰٪ ۶٪ ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸



(۱) ۷۴

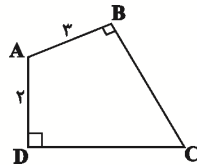
(۲) ۴۵

(۳) ۳۷

(۴) ۹۰

۶۲- در چهارضلعی $ABCD$ زوایای B و D قائمه‌اند. امتداد دو ضلع BC و AD یکدیگر را در نقطه‌ی M و امتداد دو ضلع AB و CD یکدیگر را در نقطه‌ی N قطع می‌کنند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

۲۰٪ ۵٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) AC از وسط MN می‌گذرد.(۲) AC بر MN عمود است.(۳) AC پاره‌خط MN را به نسبت ۲ به ۳ قطع می‌کند.(۴) اگر E محل برخورد AC و MN باشد، BDE متساوی‌الاضلاع است.

۶۳- نقیض کدام گزاره‌ی زیر یک قضیه‌ی شرطی درست است؟

۱۹٪ ۱۳٪ ۹۵/۹/۱۹ ۵۷۵۰

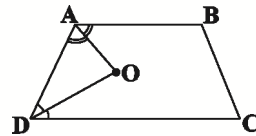
(۱) یک چهارضلعی محدب وجود دارد که مجموع زوایای داخلی‌اش برابر 360° نیست.(۲) مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

(۳) در هر مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع‌های نظیر دو ساق برابرند.

(۴) از نقطه‌ی A واقع بر خط d نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.

۶۴- در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، O محل تقاطع دو نیم‌ساز زاویه‌های A و D است. مجموع فاصله‌های نقطه‌ی O از دو قاعده و ساق AD برابر با کدام است؟

۱۹٪ ۱۰٪ ۹۵/۸/۲۱ ۷۱۱۰

(۱) $1/5$ برابر ساق AD

(۲) مجموع قاعده‌ها

(۳) مجموع ساق‌ها

(۴) $1/5$ برابر ارتفاع دوزنقه۶۵- عمود منصف پاره‌خطی که از نقاط تقاطع عمود منصف وتر AB با دایره به وجود می‌آید برابر است با ...

۱۹٪ ۷٪ ۹۵/۷/۲۲ ۵۲۰۸

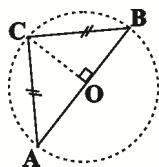
(۲) وتر موازی و هم‌اندازه با AB (۴) قطری موازی با وتر AB (۱) قطری عمود بر AB (۳) خود وتر AB

پاسخ تشریحی



$$\Delta BOC: \begin{cases} OB = OC = R \\ \hat{O} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{BCO} = \hat{B} = 45^\circ$$

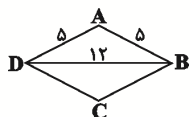
به همین ترتیب، $\hat{A} = 45^\circ$ بنابراین $\hat{C} = 90^\circ$ است. پس ΔABC قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.



۵- گزینه‌ی «۴»

مستطیل گزینه‌ی «۱» بنابر تمرین ۲ صفحه‌ی ۱۶ قابل رسم است. متوازی‌الاضلاع گزینه‌ی «۲» را می‌توان طبق آنچه در تمرین ۴ صفحه‌ی ۱۶ آموخته‌اید رسم کرد. برای رسم مستطیل گزینه‌ی «۳»، دو خط با زاویه‌ی 60° رسم می‌کنیم. دایره‌های به شعاع $\frac{10}{2} = 5$ رسم می‌کنیم. محل تلاقی دایره با دو خط رؤس مستطیل مورد نظر را مشخص می‌کند. لوزی با معلومات گزینه‌ی «۴» را نمی‌توان رسم کرد، زیرا:

$$\Delta ABD: 5 + 5 < 12$$



یادآوری: در هر مثلث، مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است.

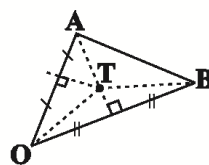
۶- . گزینه‌ی «۴»

اگر نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy به یک فاصله باشد، روی نیم‌ساز آن زاویه قرار دارد، یعنی باید $x\hat{O}A = y\hat{O}A$. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳»، دو مثلث MOA و M'OA هم‌نهشت هستند، پس $M\hat{O}A = M'\hat{O}A$ ولی در گزینه‌ی «۴»، دو مثلث MOA و M'OA لزوماً هم‌نهشت نیستند، پس نمی‌توان نتیجه گرفت که دو زاویه‌ی موردنظر برابرند.

پاسخ فصل اول

۱- گزینه‌ی «۳»

اگر نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره‌خط قرار داشته باشد، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.



نقطه‌ی T روی عمودمنصف OA قرار دارد، پس $OT = TA$

نقطه‌ی T روی عمودمنصف OB قرار دارد، پس $OT = TB$

در نتیجه $TA = TB$ است.

اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد. در نتیجه نقطه‌ی T روی عمودمنصف پاره‌خط AB نیز قرار دارد.

۲- گزینه‌ی «۲»

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{3, 4\}$$

$$A \not\subseteq B, B \not\subseteq A$$

سایر گزینه‌ها همواره درست هستند.

۳- گزینه‌ی «۱»

$$\Delta OBC: \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 180^\circ \Rightarrow 110^\circ + \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = 70^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 140^\circ$$

$$\Delta ABC: \hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

۴- گزینه‌ی «۴»

چون نقطه‌ی C روی عمودمنصف AB قرار دارد، پس $BC = AC$

است. از طرفی داریم:



چون نقطه‌ی M از دو ضلع AB و AC که دو ضلع متقاطع در رأس A هستند به یک فاصله است، پس لزوماً روی نیم‌ساز رأس A قرار دارد

۱۱- گزینه‌ی «۴»

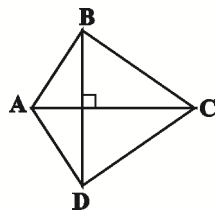
نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد»، به صورت «مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد» است.

۱۲- گزینه‌ی «۳»

نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد» به صورت «مثلثی وجود دارد که حداقل دو زاویه‌ی قائمه داشته باشد» یا «مثلثی وجود دارد که دو یا سه زاویه‌ی قائمه داشته باشد» است.

۱۳- گزینه‌ی «۴»

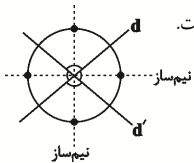
گزینه‌ی «۴» مثال نقضی به این شکل دارد:



$$AC \perp BD, AC = BD$$

۱۴- گزینه‌ی «۳»

نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله باشند، روی نیم‌سازهای زوایای به وجود آمده قرار دارند. دو خط متقاطع چهار نیم‌ساز دارند که این چهار نیم‌ساز با دایره‌ی مذکور قطعاً در چهار نقطه برخورد خواهند داشت.

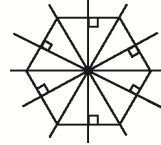


۱۵- گزینه‌ی «۲»

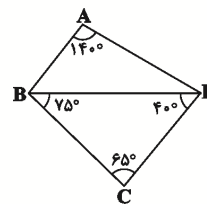
طبق مفروضات صورت سؤال داریم:

۷- گزینه‌ی «۴»

باتوجه به شکل، نقطه‌ی تقاطع نیم‌سازهای زوایا و عمودمنصف‌های اضلاع یک شش‌ضلعی منتظم، برهم منطبق است.



۸- گزینه‌ی «۴»



$$\Delta BDC : \hat{BDC} = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$$

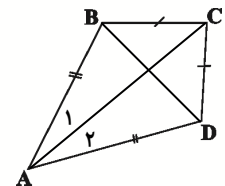
در مثلث ABD ، زاویه‌ی A از دو زاویه‌ی دیگر بزرگ‌تر است پس BD بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABD است. از طرفی:

$$\Delta BDC : 75^\circ > 65^\circ > 40^\circ \Rightarrow DC > BD > BC$$

پس DC بزرگ‌ترین پاره‌خط در شکل داده شده است.

۹- گزینه‌ی «۳»

$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = CD \\ AC \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta ABC \cong \Delta ADC$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{C} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow AC \text{ نیم‌ساز زوایای } \hat{A} \text{ و } \hat{C}$$

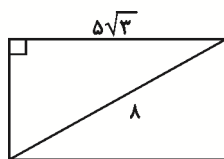
$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \Rightarrow BD \text{ عمودمنصف } A \\ CB = CD \Rightarrow BD \text{ عمودمنصف } C \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow BD \text{ عمودمنصف } AC$$

بنابراین ۲ مورد صحیح است.

۱۰- گزینه‌ی «۲»

اگر نقطه‌ای به فاصله‌ی یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه روی نیم‌ساز آن زاویه قرار دارد.



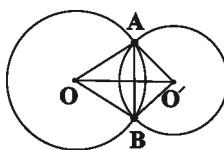
$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{75} > 8 \rightarrow \text{وتر} > \text{ضلع قائم}$$

بنابراین چنین مستطیلی وجود ندارد

۱۹- گزینهی «۴»

چون اضلاع متوازی‌الاضلاع دویهدو باهم موازی‌اند و عمودمنصف‌های وارد بر دو ضلع موازی نیز باهم موازی هستند، پس چهارضلعی تشکیل‌شده متوازی‌الاضلاع است.

۲۰- گزینهی «۴»



$$\begin{cases} OA = OB = R \Rightarrow AB \text{ عمودمنصف } O \\ O'A = O'B = R' \Rightarrow AB \text{ عمودمنصف } O' \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \text{ عمود منصف } OO'$$

$$\begin{cases} OA = OB = R \\ O'A = O'B = R' \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \begin{matrix} \Delta \\ \Delta \end{matrix} \begin{matrix} OAO' \\ OBO' \end{matrix}$$

مشترک

$$\Rightarrow \angle OAO' = \angle OBO'$$

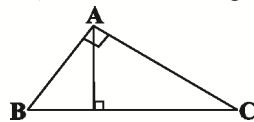
۲۱- گزینهی «۲»

عکس قضیه‌ی شرطی گزینه‌ی «۲» به‌صورت «اگر طول قطرهای مستطیل ABCD، مساوی یکدیگر باشند، آن‌گاه مستطیل ABCD، مربع است» می‌باشد که به وضوح در حالت کلی برقرار نیست، زیرا در هر مستطیل، طول قطرهای برابر یکدیگرند و برای این‌که مستطیل ABCD، مربع باشد لازم است قطرهای آن برهم عمود باشند.

$$\hat{A} = \hat{B} + \hat{C} \xrightarrow{+\hat{A}} 2\hat{A} = \hat{B} + \hat{C} + \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، محل تلاقی ارتفاع‌ها روی رأس قائمه است، پس



این نقطه روی محیط مثلث است.

۱۶- گزینهی «۱»

صورت درست نقیض گزاره‌های الف، ب و پ به‌ترتیب به‌صورت «a کوچک‌تر یا مساوی b است»، «عدد صحیحی وجود دارد که مربع آن، کوچک‌تر یا مساوی صفر است.» و «مثلثی وجود دارد که محل هم‌رسی عمودمنصف‌های آن، داخل یا خارج مثلث نیست» می‌باشد. دقت کنید که ارزش درستی نقیض یک گزاره، دقیقاً عکس ارزش درستی آن گزاره است، در حالی که در موارد ب و پ، ارزش گزاره و نقیض نوشته شده برای آن‌ها، هر دو نادرست است. همچنین در صورتی که a مساوی b باشد، نادرستی ارزش گزاره و نقیض نوشته‌شده برای آن در مورد الف نیز به سادگی قابل مشاهده است

۱۷- گزینهی «۴»

چون بنا بر فرض $MC = MB$ است، پس مثلث MBC متساوی‌الساقین است. در نتیجه $\hat{C} = \hat{MBC} = 50^\circ$ و $\hat{AMB}$ زاویه‌ی خارجی مثلث MBC برابر با 100° است.

از طرفی چون نقطه‌ی M روی عمودمنصف AB است، $MB = MA$ و در نتیجه مثلث AMB متساوی‌الساقین است. پس:

$$\hat{A} = \hat{MBA} = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$$

۱۸- گزینهی «۴»

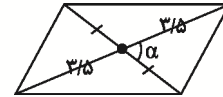
ابتدا شکل فرضی مسأله را رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر مستطیل، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که روی دو ضلع مجاور ساخته می‌شود و باید از هر دو ضلع بزرگ‌تر باشد. از طرفی داریم:



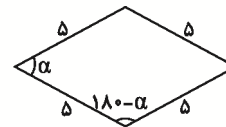
۲۲- گزینه‌ی «۲»

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

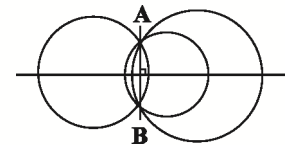
گزینه‌ی «۱»: چون زاویه‌ی بین دو قطر معلوم نیست، بنابراین چهار مثلث به‌وجود آمده توسط قطرهای، به‌صورت منحصره‌فرد قابل رسم نیستند و لذا بی‌شمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم است.



گزینه‌ی «۳»: چون زاویه‌ی بین اضلاع مشخص نیست، بنابراین واضح است که با تغییر α بی‌شمار لوزی قابل رسم است.



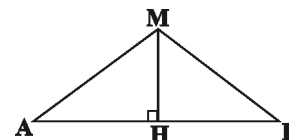
گزینه‌ی «۴»: می‌دانیم مرکز دایره‌ای که AB وتر آن است روی عمودمنصف AB قرار دارد. چون هر نقطه روی عمودمنصف AB می‌تواند حکم مرکز را داشته باشد، بنابراین مطابق شکل بی‌شمار دایره از AB می‌گذرد.



گزینه‌ی «۲» مطابق کار در کلاس صفحه‌ی ۱۶ کتاب درسی هر مربع با داشتن قطر آن به‌صورت منحصره‌فرد قابل رسم است

۲۳- گزینه‌ی «۱»

چون M از دو سر پاره‌خط AB به یک اندازه است، پس M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد. یعنی $AH = ۱۳\text{cm}$ و $\hat{H} = ۹۰^\circ$.



طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث AMH داریم:

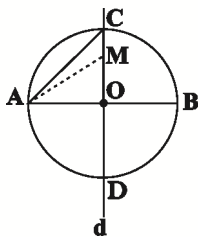
$$\begin{aligned} MH^2 &= MA^2 - AH^2 \\ \Rightarrow MH^2 &= ۱۵^2 - ۱۳^2 = ۲۲۵ - ۱۶۹ = ۵۶ \\ \Rightarrow MH &= \sqrt{۵۶} = \sqrt{۴ \times ۱۴} = ۲\sqrt{۱۴} \end{aligned}$$

۲۴- گزینه‌ی «۳»

اگر قطرهای یک چهارضلعی یکدیگر را نصف کنند، آن‌گاه آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۲۵- گزینه‌ی «۳»

چون نقطه‌ی M از A و B به یک فاصله است، پس بر روی عمودمنصف پاره‌خط AB یعنی خط d قرار دارد. باتوجه به آن که شعاع دایره برابر ۵ است، داریم:



$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{۵۰} = ۵\sqrt{۲}$$

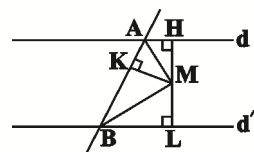
چون $۵\sqrt{۲} < ۶$ ، پس فاصله‌ی نقطه‌ی M از نقطه‌ی A ، کم‌تر از

فاصله‌ی نقطه‌ی C از نقطه‌ی A است، بنابراین نقطه‌ی M روی خط d و درون دایره واقع است.

۲۶- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} A \text{ روی نیم‌ساز } M &\Rightarrow MH = MK \\ B \text{ روی نیم‌ساز } M &\Rightarrow ML = MK \end{aligned} \right\} \Rightarrow MH = ML \Rightarrow \frac{MH}{ML} = ۱$$



۲۷- گزینه‌ی «۴»

مثال‌های نقض گزینه‌ی «۱»: تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه که محل هم‌رسی ارتفاع‌های آن روی محیط آن است.
مثال‌های نقض گزینه‌ی «۲»:

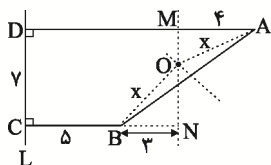


مثال‌های نقض برای گزینه‌ی «۳»:



۳۱- گزینهی «۳»

چون O از A و B به یک فاصله است، پس روی عمودمنصف AB قرار دارد و چون O از خط L به فاصله‌ی λ می‌باشد، پس روی خطی موازی با L قرار دارد. برخورد این دو خط همان نقطه‌ی O است، باتوجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta AMO : x^2 &= 16 + OM^2 \\ \Delta BNO : x^2 &= 9 + ON^2 = 9 + (\gamma - OM)^2 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل}$$

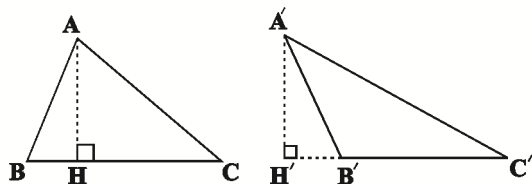
$$\rightarrow OM^2 - (\gamma - OM)^2 + \gamma = 0$$

$$\Rightarrow 14OM - 42 = 0$$

$$\Rightarrow OM = 3 \Rightarrow OA = OB = x = 5$$

۳۲- گزینهی «۳»

عکس قضیه‌ی (۳) برقرار نیست. زیرا اگر دو مثلث هم‌مساحت باشند، لزومی ندارد هم‌نهشت باشند.



$$\begin{cases} AH = A'H' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

مساحت دو مثلث ABC و $A'B'C'$ برابر است، ولی دو مثلث هم‌نهشت نیستند.

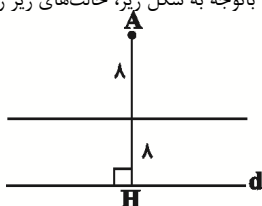
۳۳- گزینهی «۲»

نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی λ واحد باشند، دو خط موازی d و به فاصله‌ی λ واحد از آن و نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی λ باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و به شعاع λ قرار دارند. باتوجه به شکل زیر، حالت‌های زیر را می‌توانیم داشته باشیم:

۱) $AH > \lambda \Rightarrow$ صفر نقطه‌ی برخورد

۲) $AH = \lambda \Rightarrow$ یک نقطه‌ی برخورد

۳) $0 \leq AH < \lambda \Rightarrow$ دو نقطه‌ی برخورد



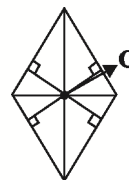
۱- دو مستطیل به ابعاد 3×4 و 2×6

۲- دو مستطیل به ابعاد 4×6 و 3×8

تنها مثال نقض گزینه‌ی «۴»: عدد صفر است که $0 \times \sqrt{2}$ گنگ نیست.

۲۸- گزینهی «۴»

نقطه‌ای که از تمامی اضلاع یک چهارضلعی به یک فاصله باشد، در واقع نقطه‌ی هم‌رسی نیم‌سازهای زوایای آن چهارضلعی است. در بین چهارضلعی‌های داده شده، تنها در لوزی نیم‌سازها که در واقع همان قطرهای لوزی هستند، هم‌رسی می‌باشند.



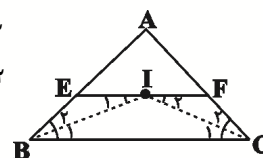
۲۹- گزینهی «۳»

برخلاف اثبات مستقیم و برهان خلف، در مثال نقض چیزی ثابت نمی‌شود بلکه یک حکم کلی رد می‌شود. بنابراین نتایج حاصل از این استدلال به عنوان یک قضیه مطرح نمی‌شوند.

۳۰- گزینهی «۴»

اگر نقطه‌ای به فاصله‌ی یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، روی نیم‌ساز آن زاویه قرار دارد. در نتیجه، BI و CI نیم‌ساز هستند.

$$\begin{cases} BI \text{ نیم‌ساز} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ CI \text{ نیم‌ساز} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$$



از طرفی باتوجه به قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:

$$EF \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} BI \text{ مورب} : \hat{I}_1 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ CI \text{ مورب} : \hat{I}_2 = \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta EBI \Rightarrow BE = EI \\ \Delta FCI \Rightarrow CF = FI \end{cases}$$

$$\Rightarrow BE + CF = EI + FI = EF$$



$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{3}{4}y + y = 140^\circ$$

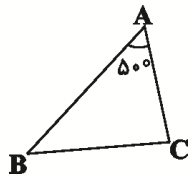
$$\Rightarrow \frac{7}{4}y = 140^\circ \Rightarrow y = \frac{140^\circ \times 4}{7} = 80^\circ$$

$$x + y = 140^\circ \xrightarrow{y=80^\circ} x = 60^\circ$$

۳۸- گزینهی «۳»

داریم:

$$AB > AC \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$



از طرفی داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 50^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 130^\circ \xrightarrow{\hat{C} > \hat{B}} \hat{B} + \hat{B} < \hat{B} + \hat{C} = 130^\circ$$

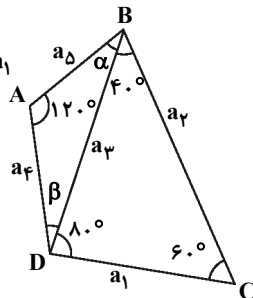
$$\Rightarrow \hat{B} < 65^\circ$$

پس بزرگ‌ترین مقدار صحیح $\hat{B}$ برابر 64° است

۳۹- گزینهی «۳»

$$\Delta BCD: \hat{D} > \hat{C} > \hat{B} \Rightarrow a_2 > a_3 > a_1$$

$$\Delta ABD: \begin{cases} \hat{A} > \hat{B} \Rightarrow a_3 > a_4 \\ \hat{A} > \hat{D} \Rightarrow a_3 > a_5 \end{cases}$$



از تلفیق روابط فوق خواهیم داشت:

$$a_2 > a_3 > a_4, \quad a_2 > a_3 > a_5$$

توجه کنید باتوجه به مفروضات مسأله، در مورد a_1 و a_4 و a_5 هیچ

مقایسه‌ای نمی‌توان داشت.

۴۰- گزینهی «۳»

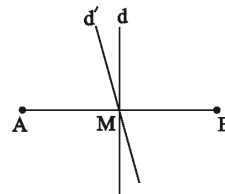
گزینهی «۱»: چون قطره‌های لوزی عمودمنصف یکدیگرند، با داشتن طول دو

قطر یک لوزی تنها یک پاسخ داریم.

گزینهی «۲»: در رسم مربع به کمک قطر آن فقط یک حالت امکان‌پذیر است.

۳۴- گزینهی «۴»

به روش برهان خلف فرض می‌کنیم دو خط d و d' هر دو عمودمنصف پاره‌خط AB باشند. در این صورت چون d و d' هر دو بر پاره‌خط AB عمود هستند، پس موازی یکدیگرند. از طرفی هر دو خط d و d' از نقطه‌ی M (وسط پاره‌خط AB) عبور می‌کنند، پس متقاطع‌اند. بنابراین چون دو خط متقاطع نمی‌توانند موازی یکدیگر باشند، پس فرض برهان خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.



۳۵- گزینهی «۲»

$$\hat{A} + \hat{C} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 3\hat{B}$$

$$\Rightarrow 3\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 120^\circ \\ \hat{A} - 2\hat{C} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 100^\circ \\ \hat{C} = 20^\circ \end{cases}$$

به دلیل وجود زاویه‌ی 100° در این مثلث، مثلث منفرجه‌الزاویه بوده و محل هم‌رسمی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث، در خارج از مثلث قرار دارد.

۳۶- گزینهی «۳»

قطر BD را رسم می‌کنیم. در مثلث ABD داریم:

$$AB < AD \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{D}_1$$

$$DC > BC \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{D}_2$$

$$\hat{B} > \hat{D}$$

همچنین در مثلث BCD داریم:

از جمع طرفین دو رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

۳۷- گزینهی «۳»

اندازه‌ی دو زاویه را x و y در نظر می‌گیریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 70^\circ \Rightarrow x + y = 140^\circ \quad (1)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}y \quad (2)$$

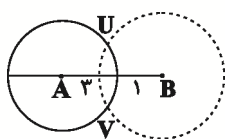


بیان می‌شود که چهارضلعی زیر مثال نقضی برای آن است. پس نمی‌توان حکم گزینه‌ی «۱» را به‌صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت.

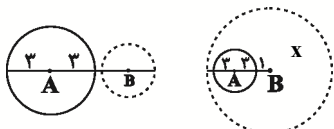


۴۵- گزینه‌ی «۳»

دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر رسم می‌کنیم:

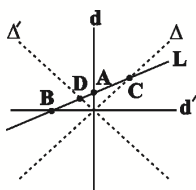


دایره‌ای به مرکز B و شعاع x رسم می‌کنیم. اگر این دو دایره متقاطع باشند، مسأله دو جواب U و V دارد. اگر $x < 1$ یا $x > 7$ باشد، دو دایره همدیگر را قطع نمی‌کنند. در نتیجه $1 < x < 7$ است.

حالت $x < 1$ حالت $x > 7$

۴۶- گزینه‌ی «۳»

مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که از دو خط d و d' به یک فاصله باشند، دو خط Δ و Δ' (نیم‌سازهای زوایای بین دو خط d و d') هستند که محل تلاقی آن‌ها با خط L یعنی نقاط C و D جواب مورد نظر می‌باشد. واضح است که اگر L موازی یکی از دو خط Δ و Δ' باشد، مسأله تنها یک جواب دارد. بنابراین مسأله حداکثر دو جواب دارد.



گزینه‌ی «۳»: برای رسم یک متوازی‌الاضلاع منحصر به فرد، علاوه بر داشتن طول قطر، زاویه‌ی بین دو قطر نیز باید مشخص باشد. در غیر این صورت بی‌شمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم است.

گزینه‌ی «۴»: مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع، منحصر به فرد است.

۴۱- گزینه‌ی «۳»

چون $OA = OC$ است، پس O از دو سر پاره خط AC به یک فاصله است. یعنی O روی عمود منصف AC واقع است.

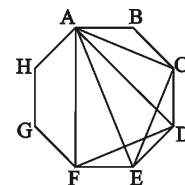
۴۲- گزینه‌ی «۳»

انواع مثلث‌های متساوی الساقین به‌صورت زیر است:

$$۱) \triangle ABC : AB = BC$$

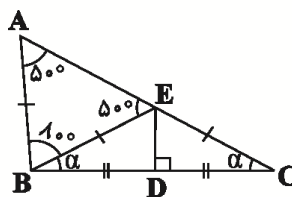
$$۲) \triangle ACE : AC = CE$$

$$۳) \triangle ADF : AD = AF$$



۴۳- گزینه‌ی «۱»

از E به B وصل می‌کنیم. چون E روی عمود منصف BC واقع است، پس $EB = EC$ است. حال:



$$EB = EC \xrightarrow{EC=AB} EB = AB$$

$$\Rightarrow \hat{AEB} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ABE} = 80^\circ$$

$$\triangle ABC : \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 50^\circ + (\alpha + 80^\circ) + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 50^\circ \Rightarrow \alpha = 25^\circ$$

۴۴- گزینه‌ی «۱»

عکس حکم گزینه‌ی «۱» به‌صورت: «اگر مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی 360° باشد آن‌گاه آن چندضلعی یک چهارضلعی محدب است»



۴۷- گزینهی «۱»

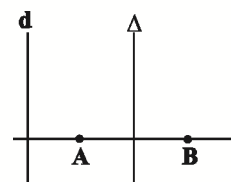
اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آن‌گاه:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow ۳۲ = \frac{1}{2} AH \times ۸ \Rightarrow AH = ۸$$

می‌دانیم طول ارتفاع نظیر یک رأس نمی‌تواند از طول میانه‌ی نظیر آن رأس بیشتر باشد، بنابراین مثلثی با طول میانه‌ی $AM = ۶$ و طول ارتفاع $AH = ۸$ وجود ندارد.

۴۸- گزینهی «۳»

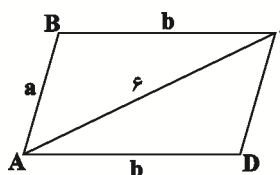
مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. واضح است که اگر d بر عمودمنصف AB منطبق باشد، بی‌شمار نقطه روی آن وجود دارد که از A و B به یک فاصله هستند. در صورتی که خط d عمود بر AB بوده ولی بر عمودمنصف AB منطبق نباشد (مطابق شکل) هیچ نقطه‌ای روی d وجود ندارد که به فاصله‌ی مساوی از A و B باشد. در سایر حالت‌های خط d ، مسأله همواره یک جواب دارد.



۴۹- گزینهی «۲»

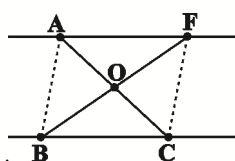
می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو با یکدیگر برابرند. بنابراین $BC = AD = b$.

با روش مندرج در متن سؤال فقط زمانی یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید که کمان‌های رسم‌شده به شعاع‌های a و b به مراکز A و C یکدیگر را قطع کنند. به بیانی دیگر مثلث ABC با اضلاع a و b و ۶ قابل رسم باشد. پس لازم است که $a + b > ۶$ ، $a + ۶ > b$ و $b + ۶ > a$ باشد، بنابراین گزینه‌ی «۲» صحیح است.



۵۰- گزینهی «۲»

یکی از روش‌های مرسوم برای رسم خطی موازی d از نقطه‌ی A خارج آن، تشکیل یک متوازی‌الاضلاع روی خط d و نقطه‌ی A است. بدین صورت که نقاط دلخواه B و C را روی d انتخاب کرده، B را به وسط AC وصل کرده و آن را به اندازه‌ی خودش امتداد دهیم. چهارضلعی حاصل از این عمل ($ABCF$ در شکل زیر) یک متوازی‌الاضلاع است، زیرا قطرهای آن یکدیگر را نصف کرده‌اند. پس اضلاع روبه‌روی این چهارضلعی باهم موازی‌اند و لذا گزینه‌ی «۲» نمی‌تواند درست باشد.



۵۱- گزینهی «۱»

فرض کنیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = ۹۰^\circ$) طول نیم‌ساز AD بزرگ‌تر از طول ضلع AC باشد.

$$\begin{aligned} \Delta ABC : AD > AC &\Rightarrow \hat{C} > \hat{D}_1 \\ \xrightarrow{\text{مثلت } ADB} &\hat{C} > \hat{A}_2 + \hat{B} \\ \xrightarrow{\hat{A}_2 = ۴۵^\circ} &\hat{C} - \hat{B} > ۴۵^\circ \\ \Rightarrow (\hat{B} + \hat{C}) - ۲\hat{B} > ۴۵^\circ &\xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ} ۹۰^\circ - ۲\hat{B} > ۴۵^\circ \\ \Rightarrow ۲\hat{B} < ۴۵^\circ &\Rightarrow \hat{B} < ۲۲/۵^\circ \end{aligned}$$

بنابراین از میان گزینه‌های موجود، تنها به ازای $\hat{B} = ۱۵^\circ$ طول نیم‌ساز AD می‌تواند از طول ضلع AC بزرگ‌تر باشد.

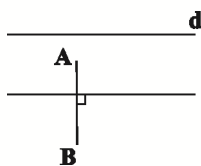
۵۲- گزینهی «۲»

اگر AC قطر بزرگ لوزی باشد، آن‌گاه $AC \geq BD$ و به‌طور مشابه $OA \geq OB$. در مثلث OAB داریم:

$$\begin{aligned} OA^2 &\geq OB^2 \Rightarrow ۲OA^2 \geq OA^2 + OB^2 \Rightarrow ۲OA^2 \geq AB^2 \\ \xrightarrow{AB=۱۰} &۲OA^2 \geq ۱۰۰ \Rightarrow OA^2 \geq ۵۰ \Rightarrow OA \geq ۵\sqrt{۲} \end{aligned}$$



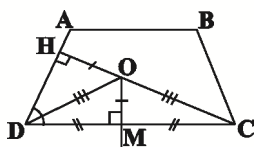
و اگر عمودمنصف AB با خط d موازی باشد، مسئله جواب ندارد.



و چنانچه عمودمنصف AB بر خط d منطبق باشد، مسئله بی‌شمار جواب دارد.

۵۶- گزینهی «۳»

در دوزنقه‌ی $ABCD$ مطابق شکل، O نقطه‌ی برخورد عمودمنصف قاعده‌ی CD و نیم‌ساز زاویه‌ی D است.

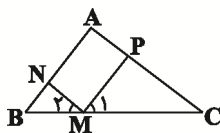


۵۷- گزینهی «۲»

چون $AC > AB$ ، پس در مثلث ABC داریم: $\hat{B} > \hat{C}$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel PM \\ MN \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{M}_1 \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{M}_1 > \hat{C}$$

$$\hat{M}_1 > \hat{C} \xrightarrow{\Delta PMC} PC > MP \quad (1)$$



$APMN \Rightarrow MN = AP$ متوازی‌الاضلاع است

$$\xrightarrow{(1)} MN + MP < AP + PC = AC$$

$$\left. \begin{array}{l} AC \parallel NM \\ PM \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{M}_2 \xrightarrow{\hat{C} < \hat{B}} \hat{M}_2 < \hat{B}$$

$$\hat{M}_2 < \hat{B} \xrightarrow{\Delta BMN} BN < MN \quad (2)$$

$APMN \Rightarrow AN = MP$ متوازی‌الاضلاع است

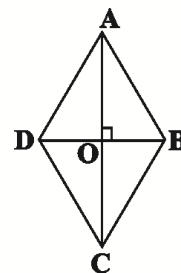
$$\xrightarrow{(2)} MN + MP > BN + AN = AB$$

بنابراین داریم:

$$AB < MN + MP < AC \Rightarrow \text{الف} < MN + MP < \text{ح}$$

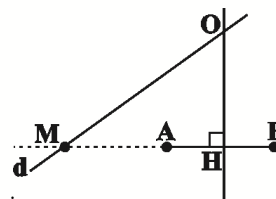
در نتیجه از بین گزینه‌ها تنها مقدار ۶ برای مجموع MP و MN قابل قبول است

بنابراین حداقل طول قطر بزرگ لوزی (AC) برابر $2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ است.



۵۳- گزینهی «۲»

از برخورد خط d و عمودمنصف AB نقطه‌ی O به‌دست می‌آید که $OA = OB$ است.



۵۴- گزینهی «۱»

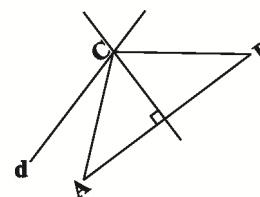
فرض می‌کنیم n تعداد اضلاع چندضلعی محدب باشد. با افزایش یک رأس، $n-1$ قطر به چندضلعی اضافه می‌شود.

$$n-1=8 \Rightarrow n=9$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی} = 180^\circ(n-2) = 180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$$

۵۵- گزینهی «۲»

برای رسم این مثلث کافی است عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کرده و محل برخورد آن با خط d را C بنامیم. در این صورت مثلث ABC جواب مسئله است. در صورتی که عمودمنصف AB خط d را در یک نقطه قطع کند مسئله یک جواب دارد.





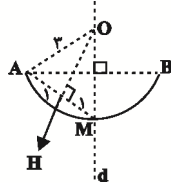
۶۰- گزینهی «۳»

مرکز دایره نقطه‌ای است که تمامی نقاط روی دایره از آن به یک فاصله هستند. مرکز دایره روی خط d قرار دارد، چون d عمودمنصف وتر AB است، برای دقیق مشخص شدن مرکز دایره، عمودمنصف AM را رسم کرده و با d قطع می‌دهیم. این نقطه همان مرکز دایره است. چون

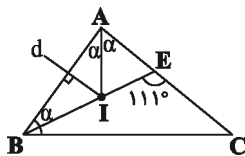
$$AO = MO = BO$$

حال در مثلث AHO داریم:

$$AO^2 = AH^2 + OH^2 \\ \Rightarrow OH^2 = 3^2 - 1^2 = 8 \Rightarrow OH = 2\sqrt{2}$$



۶۱- گزینهی «۱»



$$\text{نیم‌ساز } AI \Rightarrow \hat{BAI} = \hat{IAE} = \alpha$$

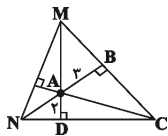
$$AB \text{ روی عمودمنصف } I \rightarrow IA = IB \Rightarrow \hat{ABI} = \hat{BAI} = \alpha$$

$$\hat{AEB} \text{ مثلث } \hat{BEC} = 2\alpha + \alpha \Rightarrow 3\alpha = 111^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 37^\circ \Rightarrow \hat{A} = 74^\circ$$

۶۲- گزینهی «۲»

با کمی دقت متوجه می‌شویم که BN و MD برای مثلث CMN حکم ارتفاع را دارند. پس CA نیز بخشی از ارتفاع گذرنده از رأس C است و امتداد آن بر ضلع مقابلش عمود است.



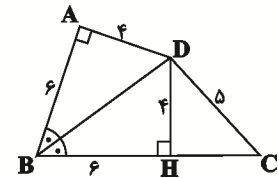
۶۳- گزینهی «۱»

نقیض گزینهی «۱»: در تمامی چهارضلعی‌های محدب، مجموع زوایای داخلی 360° است. «درست»

نقیض گزینهی «۲»: مثلی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 180° نیست. «تادرست»

۵۸- گزینهی «۳»

از D بر BC عمود می‌کشیم. چون D روی نیم‌ساز زاویه $\hat{ABC}$ واقع است، پس:



$$BH = AB = 6$$

$$DH = AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه DHC بنابر قضیه فیثاغورس داریم:

$$HC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 6 + 3 = 9$$

۵۹- گزینهی «۳»

مطابق شکل از به هم وصل کردن رئوس یک هفت‌ضلعی منتظم، سه دسته مثلث متساوی‌الساقین پدید می‌آید.

دسته‌ی اول: سه رأس متوالی مانند ABC ، مثلث متساوی‌الساقین ایجاد می‌کنند که تعداد این مثلث‌ها برابر هفت است (هرکدام از رأس‌های هفت‌ضلعی، یکبار به عنوان رأس روبه‌رو به قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین قرار می‌گیرد).

دسته‌ی دوم: سه رأس که یکی از آن‌ها با دو تای دیگر به اندازه‌ی ۲ رأس فاصله دارند مانند ACF ، مثلث متساوی‌الساقین ایجاد می‌کنند که دقیقاً مانند حالت قبل تعداد آن‌ها برابر هفت است.

دسته‌ی سوم: هر دو رأس مجاور به همراه رأسی که دقیقاً روبه‌روی ضلع بین این دو رأس است، مانند ADE ، مثلث متساوی‌الساقین ایجاد می‌کنند که تعداد این دسته نیز برابر هفت است.

پس در مجموع $3 \times 7 = 21$ مثلث متساوی‌الساقین از وصل کردن رئوس یک هفت‌ضلعی منتظم ایجاد می‌شود.

