



# عبارت‌های جبری


## فصل اول (۱۱ پیمانه)

### پیمانه‌های ۱ تا ۱۱

درخت دانش


با درخت دانش، گام به گام پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

کتاب درسی  
ریاضی و آمار (۱): فصل ۱، صفحه‌های ۹ تا ۲۴

اتحاد مربع، مزدوج و جمله مشترک  

مثلث خیام 


اتحاد مکعب و اتحاد تفاضل یا مجموع مکعب دو جمله‌ای 


تجزیه عبارت‌های جبری 


چند اتحاد جبری و کاربردها  
(۵ پیمانه) (۹۰ سؤال شناسنامه‌دار)


آبی  سبز  زرد

**گام اول:** میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.  
**آبی:** مسلطم.  
**سبز:** نسبتاً مسلطم.  
**زرد:** مسلط نیستم.  
**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیش‌تر دارید.

محدوده تعریف عبارت‌های گویا 

ساده کردن عبارت‌های گویا 

جمع و تفریق عبارت‌های گویا 

ترکیبی 

عبارت‌های گویا  
(۴ پیمانه) (۸۰ سؤال شناسنامه‌دار)

آبی  سبز  زرد

**عبارت‌های جبری**

**۱۱ پیمانه**  
 ۸ پیمانه ۲۰ سؤالی  
 ۱ پیمانه ۱۰ سؤالی  
 ۱ پیمانه ۱۰ سؤالی ویژه برترها  
 ۱ پیمانه ۲۰ سؤالی آزمون جمع‌بندی

ویژه برترها  
(۱ پیمانه) (۱۰ سؤال شناسنامه‌دار)

آبی  سبز  زرد

**۲۰۰ سؤال شناسنامه‌دار**  
**۳۸ سؤال**  
 از آزمون‌های کانون

**۱۱۱ سؤال**  
 طراحی شده از کتاب درسی این سؤال‌ها برای پوشش مطالب کتاب درسی طراحی شده‌اند.

**۵۱ سؤال**  
 از کنکورهای سراسری

آزمون جمع‌بندی عبارت‌های جبری  
(۱ پیمانه) (۲۰ سؤال شناسنامه‌دار)

آبی  سبز  زرد



### اتحاد مربع، مزدوج و جمله مشترک

**اتحادها** ◀ به هر تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه مقادیری که به جای متغیرهایشان قرار می‌دهیم، برقرار باشند، اتحاد می‌گوییم.

**مثال** مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به گونه‌ای به دست آورید که دو عبارت جبری  $3x^2 + (b-2)x + c$  و  $(a-1)x^2 + 3x + 4$  متحد باشند.

**حل** برای اینکه دو عبارت جبری متحد باشند، یعنی تساوی آنها اتحاد باشد، داریم:

$$3x^2 + (b-2)x + c = (a-1)x^2 + 3x + 4 \Rightarrow \begin{cases} 3 = a-1 \Rightarrow a = 4 \\ b-2 = 3 \Rightarrow b = 5 \\ c = 4 \end{cases}$$

با اتحادهای مربع دو جمله‌ای، مزدوج و اتحاد جمله مشترک در ریاضی نهم آشنا شده‌اید که به تفضیل به آنها می‌پردازیم:

**۱. اتحاد مربع دو جمله‌ای** ◀ این نوع اتحاد به یکی از دو صورت زیر است:

۱)  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

۲)  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

**مثال** مثال‌هایی از اتحاد مربع دو جمله‌ای در زیر آمده است:

الف)  $(x-1)^2 = x^2 - 2 \times (x) \times (1) + (1)^2 = x^2 - 2x + 1$

ب)  $(2x - \sqrt{3})^2 = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times (\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 = 4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3$

پ)  $(x^2 + \frac{1}{4})^2 = (x^2)^2 + 2 \times (x^2) \times (\frac{1}{4}) + (\frac{1}{4})^2 = x^4 + x^2 + \frac{1}{16}$

ت)  $(x + \frac{3}{2y})^2 = (x)^2 + 2 \times (x) \times (\frac{3}{2y}) + (\frac{3}{2y})^2 = x^2 + \frac{3x}{y} + \frac{9}{4y^2}$

نکته

با استفاده از این اتحاد می‌توان بعضی از محاسبات عددی را نیز به راحتی انجام داد. به نمونه زیر دقت کنید.

$$99^2 = (100-1)^2 = (100)^2 - 2 \times (100) \times (1) + (1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

**مثال** اگر عبارت  $9x^2y^2 + A + y^4$  یک اتحاد مربع دو جمله‌ای باشد، در این صورت  $A$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱)  $\pm xy^3$       ۲)  $\pm 6xy^3$       ۳)  $\pm xy^2$       ۴)  $\pm 6xy^2$

**حل** گزینه «۲» صحیح است. چون مربع جمله  $3xy^2$  که برابر  $9x^2y^2$  و مربع جمله  $y^2$  که برابر  $y^4$  است در عبارت وجود دارد، برای تبدیل به اتحاد مربع

کافی است که مثبت یا منفی حاصل ضرب دو برابر آنها در عبارت وجود داشته باشد.

$$\underbrace{9x^2y^2}_{\text{مربع } 3xy^2} + \underbrace{A}_{\pm 2(3xy^2)(y^2)} + \underbrace{y^4}_{\text{مربع } y^2}$$

$$A = \pm 2(3xy^2)(y^2) = \pm 6xy^4$$

نتیجه مهمی که از اتحاد مربع به دست می‌آید:

۱) اگر در اتحاد مربع، عبارت  $2ab$  را به طرف چپ تساوی منتقل کنیم، به تساوی‌های زیر می‌رسیم:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

کاربرد این نتیجه مهم را در مثال زیر می‌بینیم:

**مثال** اگر  $x + \frac{1}{2x} = 5$  باشد، در این صورت حاصل  $x^2 + \frac{1}{4x^2}$  کدام است؟

$$x^2 + \frac{1}{4x^2} = x^2 + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{2x}\right)^2 - 2 \times \left(x\right) \times \left(\frac{1}{2x}\right) = \left(x + \frac{1}{2x}\right)^2 - 1 \xrightarrow{x + \frac{1}{2x} = 5} (5)^2 - 1 = 25 - 1 = 24$$

### ۲. اتحاد مربع سه جمله‌ای

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای، می‌توان اتحاد روبه‌رو را نیز نتیجه گرفت:

که اگر جملات  $a^2 + b^2 + c^2$  را در طرف راست تساوی نگه داریم و باقی جملات را به طرف چپ منتقل کنیم، تساوی زیر حاصل می‌شود.

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2ab - 2ac - 2bc$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

۳. اتحاد مزدوج یکی از پرکاربردترین نوع اتحادهاست که رابطه آن به صورت روبه‌رو است:

که در این رابطه پرانتزهای  $(a+b)$  و  $(a-b)$  را مزدوج یکدیگر می‌گویند.

در زیر مثال‌هایی از آن را می‌بینید:

الف)  $(3x-y)(3x+y) = (3x)^2 - (y)^2 = 9x^2 - y^2$

ب)  $(x-y-2)(x-y+2) = (x-y)^2 - (2)^2 = (x-y)^2 - 4$

پ)  $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4-3=1$

ت)  $999 \times 1001 = (1000-1)(1000+1) = (1000)^2 - 1^2 = 1000000 - 1 = 999999$

۴. اتحاد جمله مشترک رابطه اتحاد جمله مشترک به صورت زیر است، دقت کنید در این نوع اتحاد در داخل هر پرانتز باید عبارت مشترکی وجود داشته باشد.

$$(x+a)(x+b) = (x)^2 + (a+b)x + ab$$

↓ ↓  
جمله مشترک

الف)  $(x-2)(x+3) = (x)^2 + (-2+3)x + (-2) \times (3) = x^2 + x - 6$

مثال به مثال‌های زیر دقت کنید:

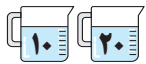
↓ ↓  
جمله مشترک

ب)  $(2x-1)(2x-4) = (2x)^2 + (-1-4) \times (2x) + (-1) \times (-4) = 4x^2 - 10x + 4$

↓ ↓  
جمله مشترک

پ)  $(y+1)(2y+1) = (1)^2 + (y+2y) \times (1) + (y) \times (2y) = 1 + 3y + 2y^2$

↓ ↓  
جمله مشترک



## پیمانه‌های ۱ و ۲

ریاضی و آمار (۱) صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی

اتحاد مربع، مزدوج و جمله مشترک

چند اتحاد جبری و کاربردها

- حاصل عبارت  $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 - x^{-1}(x^2 + 1)$  (با  $x > 0$ ) برابر است با:
 

۱ (۴)	۲ (۳)	-۱ (۲)	-۲ (۱)
-------	-------	--------	--------
- با افزودن کدام عبارت زیر به عبارت  $2x^2 - 4x + 9$ ، حاصل مربع کامل نمی‌شود؟
 

۱ (۴) $-x^2 - 2x$	۲ (۳) $2x^2 - 2x$	۳ (۲) $-x^2 - 5$	۴ (۱) $-x^2 + 10x$
-------------------	-------------------	------------------	--------------------
- اگر  $A = 2x^2 - 1$  و  $B = 2x^2 + 2$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $6AB - 3A^2 - 3B^2$  کدام است؟
 

۱ (۴) $-27$	۲ (۳) $27$	۳ (۲) $-9$	۴ (۱) صفر
-------------	------------	------------	-----------
- اگر  $2x + y = 5$  و  $xy = 2$  باشد، در این صورت حاصل  $x^2 + \frac{y^2}{4}$  کدام است؟
 

۱ (۴) $\frac{13}{4}$	۲ (۳) $\frac{17}{4}$	۳ (۲) $13$	۴ (۱) $17$
----------------------	----------------------	------------	------------
- حاصل  $99^2 + 101^2$  کدام است؟
 

۱ (۵) $19998$	۲ (۴) $20002$	۳ (۳) $20000$	۴ (۲) $19602$
---------------	---------------	---------------	---------------
- اگر  $4 = 5x - \frac{3}{2x}$  باشد، حاصل  $25x^2 + \frac{9}{4x^2}$  کدام است؟
 

۱ (۶) $24$	۲ (۵) $29$	۳ (۴) $31$	۴ (۳) $32$
------------	------------	------------	------------
- اگر  $5 = 3x + \frac{1}{2x}$  باشد، حاصل  $9x^2 + \frac{1}{4x^2}$  کدام است؟
 

۱ (۷) $18$	۲ (۶) $20$	۳ (۵) $21$	۴ (۴) $22$
------------	------------	------------	------------
- اگر  $9 = 2x + \frac{5}{x}$  باشد، حاصل  $4x^2 + \frac{25}{x^2}$  کدام است؟
 

۱ (۸) $43$	۲ (۷) $51$	۳ (۶) $57$	۴ (۵) $61$
------------	------------	------------	------------
- اگر  $7 = x + \frac{1}{x}$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  کدام است؟
 

۱ (۹) $\sqrt{7}$	۲ (۸) $\frac{\sqrt{7}}{7}$	۳ (۷) $3$	۴ (۶) $3\sqrt{7}$
------------------	----------------------------	-----------	-------------------

- ۱۰ به ازای کدام مقدار  $m$ ، عبارت  $4x^2 + mx + 9$  به صورت مربع مجموع دو جمله است؟ (مشابه کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۷)
- ۱-۶ (۱) ۲-۶ (۲) ۳-۸ (۳) ۴-۱۲ (۴)
- ۱۱ کدام مقدار  $A$ ، عبارت  $9x^2y^2 + x^4 + A$  را به صورت توان دوم یک دو جمله‌ای در می‌آورد؟ (مشابه کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۸)
- ۱- $3x^3y$  (۱) ۲- $-6x^3y$  (۲) ۳- $3x^2y^2$  (۳) ۴- $6x^2y^4$  (۴)
- ۱۲ اگر عبارت  $5x^2 + mx + 10$  به صورت توان دوم مجموع دو جمله باشد،  $m$  کدام می‌تواند باشد؟ (مکمل کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۴)
- ۱- $2\sqrt{10}$  (۱) ۲- $2\sqrt{5}$  (۲) ۳- $10\sqrt{2}$  (۳) ۴- $5\sqrt{2}$  (۴)
- ۱۳ با افزودن کدام عدد به عبارت  $4x^2 - 6x + \frac{1}{4}$ ، مربع یک دو جمله‌ای حاصل می‌شود؟ (مکمل کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۸۹)
- ۱-۲ (۱) ۲- $\frac{15}{4}$  (۲) ۳-۶ (۳) ۴-۱۲ (۴)
- ۱۴ اگر  $a + 2b = 3$  باشد، حاصل  $a(a+2) + 4b(b+1) + 4ab$  کدام است؟ (مکمل کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۸۹)
- ۱-۱۵ (۱) ۲-۱۶ (۲) ۳-۱۷ (۳) ۴-۱۸ (۴)
- ۱۵ ساده شده عبارت  $(x+2)^2 - (x-3)^2$  کدام است؟ (مکمل کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- ۱- $4x$  (۱) ۲- $2(x-1)$  (۲) ۳- $2x^2 + 8$  (۳) ۴- $5(2x-1)$  (۴)
- ۱۶ اگر  $xy^2 = \frac{4}{3}$  باشد، حاصل  $(x+3y^2)^2 - (x-3y^2)^2$ ، کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۷)
- ۱-۸ (۱) ۲-۱۲ (۲) ۳-۱۶ (۳) ۴-۱۸ (۴)
- ۱۷ مجموع دو عبارت  $(\sqrt{3}-1)^2$  و  $(\sqrt{3}+1)^2$  چقدر از حاصل ضرب این دو عبارت بیش‌تر است؟ (مکمل کار در کلاس ۱۰ صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- ۱-۴ (۱) ۲-۶ (۲) ۳-۸ (۳) ۴-۱۰ (۴)
- ۱۸ اگر  $a^2 - b^2 = 12$  و  $b - a = 3$  باشد، حاصل  $A = a^2 + b^2 - a + b + 2ab + 1$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون ۵ آذر ۹۵)
- ۱-۱۴ (۱) ۲-۱۵ (۲) ۳-۱۸ (۳) ۴-۲۰ (۴)
- ۱۹ حاصل عبارت  $\sqrt[3]{(998)^2 - (1002)^2}$  کدام است؟ (مرتبط با کار در کلاس ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- ۱- $-8000$  (۱) ۲- $8000$  (۲) ۳-۲۰ (۳) ۴- $-20$  (۴)
- ۲۰ حاصل عبارت  $96 \times 104 - 99^2$  کدام است؟ (مرتبط با کار در کلاس ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- ۱- $217$  (۱) ۲- $-217$  (۲) ۳- $-183$  (۳) ۴- $183$  (۴)
- ۲۱ حاصل عبارت  $A = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) + \frac{1}{9}$  به ازای  $x = 10$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)
- ۱- $10^{16}$  (۱) ۲- $\frac{10^{16}}{9}$  (۲) ۳- $10^{15}$  (۳) ۴- $\frac{10^{15}}{9}$  (۴)
- ۲۲ در تساوی  $x + 3 \times 10^4 = 108 \times 92 + 104 \times 96 + 102 \times 98 = 3 \times 10^4 + x$  مقدار  $x$  کدام است؟ (مرتبط با کار در کلاس ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون ۱ مرداد ۹۵)
- ۱-۴۴ (۱) ۲-۴۴ (۲) ۳-۸۴ (۳) ۴-۸۴ (۴)
- ۲۳ حاصل عبارت  $(3x+1)(1-2x)$  کدام است؟ (مرتبط با کار در کلاس ۱۰ صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- ۱- $-6x^2 + 5x + 1$  (۱) ۲- $-6x^2 + x + 1$  (۲) ۳- $-6x^2 - x + 1$  (۳) ۴- $-6x^2 + x - 1$  (۴)
- ۲۴ با توجه به اتحاد جمله مشترک، در تساوی زیر به جای مربع چه عبارتی باید قرار گیرد؟ (مرتبط با کار در کلاس ۱۰ صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- ۱- $x^2 - 21$  (۱) ۲- $-21x^2 + 4$  (۲) ۳- $4x^2 - 21$  (۳) ۴- $-3x^2 + 7$  (۴)
- ۲۵ حاصل عبارت  $A = (1-x)(1+x)(x^2+3)$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)
- ۱- $x^4 + 2x^2 + 3$  (۱) ۲- $-x^4 - 2x^2 + 3$  (۲) ۳- $x^4 - 4x^2 + 3$  (۳) ۴- $-x^4 + 4x^2 - 3$  (۴)
- ۲۶ اگر  $(a-1)(a+2) = 40$  باشد، مقدار  $a(a+1)$  چه قدر است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)
- ۱-۴۳ (۱) ۲-۴۲ (۲) ۳-۴۱ (۳) ۴-۴۰ (۴)
- ۲۷ از مستطیلی به ابعاد  $x+3$  و  $x+5$  یک مستطیل دیگر به ابعاد  $x-1$  و  $x+4$  را حذف کرده‌ایم، مساحت باقی‌مانده کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۹)
- ۱- $4x+17$  (۱) ۲- $5x+17$  (۲) ۳- $4x+19$  (۳) ۴- $5x+19$  (۴)

مجموع سه عدد  $a, b, c$  برابر ۱۱ و مجموع حاصل ضرب دوی آن‌ها برابر ۳ است. مجموع مجزورات این سه عدد کدام است؟  
(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۱)

۹۰ (۱)  $105$  (۲)  $110$  (۳)  $115$  (۴)

۲۹ حاصل عبارت  $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (a+c)^2 - (a+b+c)^2$  برابر است با: (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۱)  $a^2 + b^2 + c^2$  (۲)  $ab + bc + ac$  (۳)  $(a+b+c)^2$  (۴)  $2(ab+bc+ac)$

۳۰ حاصل عبارت  $A = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 25$  برابر با مربع کدام گزینه است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۱)  $x^2 - x - 7$  (۲)  $x^2 + x - 7$  (۳)  $x^2 + x - 5$  (۴)  $x^2 - x - 5$

### چند اتحاد جبری و کاربردها

### درسنامه

#### مثث خیام

به‌طور کلی برای به‌دست آوردن بسط عبارت دو جمله‌ای  $(a+b)^n$  به ازای هر  $n$  حسابی می‌توان از جدول زیر استفاده کرد.

۱	$(a+b)^0 = 1$
۱ ۱	$(a+b)^1 = 1a + 1b$
۱ ۲ ۱	$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
۱ ۳ ۳ ۱	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
۱ ۴ ۶ ۴ ۱	$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$
۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱	$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$
۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱	$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$

الگوی اعداد سمت چپ به مثث خیام معروف است.

#### نکات

نکات مهم در مورد مثث خیام:

- ۱- عددهای هر سطر مثث خیام در واقع ضرایب‌های جملات عبارت جبری روبه‌رویش هستند.
- ۲- عددهای سطر  $n$  ام مثث خیام، در واقع ضرایب‌های عددی جملات بسط عبارت  $(a+b)^{n-1}$  است. به عنوان مثال:

۱ ۴ ۶ ۴ ۱ : سطر پنجم مثث خیام  
 $(a+b)^{5-1} = (a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

۳- در مثث خیام برای به‌دست آوردن اعداد هر سطر به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا و انتهای هر سطر عدد یک است و هر عدد از جمع ۲ عدد بالایی در سطر بالایی‌اش به‌دست می‌آید.



۴- مجموع اعداد سطر  $n$  ام مثث خیام  $2^{n-1}$  می‌باشد و از آن نتیجه می‌گیریم مجموع ضرایب جملات عبارت  $(a+b)^{n-1}$  برابر است با:  $2^{n-1}$ .  
 مجموع اعداد سطر پنجم یا  $2^{5-1} = 2^4 = 16$  = مجموع اعداد سطر پنجم

#### نکته ۱

دقت کنید مجموع اعداد سطر  $n$  ام مثث ۲ برابر مجموع اعداد سطر  $n-1$  ام مثث است.

#### نکته ۲

برای به‌دست آوردن بسط عبارت  $(a-b)^n$  می‌توان آن را به‌صورت  $(a+(-b))^n$  در نظر گرفت، به عنوان مثال بسط عبارت  $(a-b)^4$  با استفاده از اعداد سطر پنجم مثث به‌صورت زیر می‌باشد:

$$(a-b)^4 = (a+(-b))^4 = a^4 + 4a^3(-b) + 6a^2(-b)^2 + 4a(-b)^3 + (-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$



### پیمانه ۳

ریاضی و آمار (۱) صفحه ۱۲ کتاب درسی

مثث خیام

چند اتحاد جبری و کاربردها

(مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)

۳۱ مجموع اعداد سطر چهارم مثث خیام کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

- ۳۲** مجموع اعداد سطر  $2n$  ام مثلث خیام ۸ برابر مجموع اعداد سطر  $n$  ام مثلث خیام است، در این صورت  $n$  کدام است؟ (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۲) ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۳۳** اگر مجموع اعداد دو سطر متوالی در مثلث خیام ۹۶ باشد، در این صورت شماره سطرهای مورد نظر کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۳) ۵ و ۴ (۱) ۶ و ۵ (۲) ۷ و ۶ (۳) ۸ و ۷ (۴)
- ۳۴** در مثلث خیام، مجموع اعداد دو سطر متوالی ۲۴ است؛ کدام عدد در این دو سطر موجود نیست؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۴) ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- ۳۵** مجموع اعداد سطر  $n+3$  ام مثلث خیام ۱۱۲ واحد از مجموع اعداد سطر  $n$  مثلث بیشتر است، در این صورت مجموع اعداد سطر  $n$  ام کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۵) ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)
- ۳۶** در یکی از سطرهای مثلث خیام، دو عدد اول از سمت چپ عبارتند از ۱ و ۱۰، مجموع دو عدد آخر از سمت راست در سطر بالایی کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۶) ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)
- ۳۷** اگر اعداد یک سطر مثلث خیام به صورت  $1 \ x \ y \ z \ y \ x \ 1$  باشد، در این صورت حاصل  $xyz$  کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۷) ۶۰۰ (۱) ۷۵۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴)
- ۳۸** قسمتی از مثلث خیام در زیر آمده است، حاصل  $x+y$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۲ کتاب درسی) (آزمون کانون ۳۰ آذر ۹۷)
- (۸) ۳۱ (۱) ۴۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴)
- $$\begin{array}{cccccc} & & 1 & & 5 & & x & & z & & 5 & & 1 \\ & & & & 1 & & 6 & & 15 & & 20 & & t & & 6 & & 1 \\ & & & & & & 1 & & 7 & & 21 & & 35 & & 35 & & y & & 7 & & 1 \end{array}$$
- ۳۹** با توجه به الگوی مثلث خیام که چند سطر آن در زیر آمده است، حاصل  $x+y+z$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۹) ۳۵ (۱) ۵۵ (۲) ۴۵ (۳) ۶۵ (۴)
- $$\begin{array}{cccccc} & & 1 & & 4 & & & & 4 & & 1 \\ & & 1 & & & & y & & 10 & & & & 1 \\ & & 1 & & 6 & & z & & x & & & & 6 & & 1 \end{array}$$
- ۴۰** شکل زیر قسمتی از یک مثلث خیام را نشان می‌دهد. حاصل  $a+b+c+d$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۰) ۵۴۹ (۱) ۹۸۲ (۲) ۸۷۶ (۳) ۸۶۶ (۴)
- $$\begin{array}{ccc} a & 126 \\ 120 & b & c & 210 \\ d & 462 & 462 \end{array}$$
- ۴۱** اختلاف مجموع اعداد سطرهای مثلث خیام که شامل عدد ۶ هستند، کدام است؟ (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۱) ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)
- ۴۲** ضریب جمله  $ab^3$  در بسط عبارت  $(a+b)^4$  کدام است؟ (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۲) ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)
- ۴۳** ضریب جمله  $a^2b^2$  در بسط اتحاد  $(\frac{a}{2}+b)^4$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی) (آزمون کانون ۲۱ مهر ۹۶)
- (۱۳) ۱ (۱) ۱۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۴۴** اگر عبارت  $(a-b)^5$  را ساده کنیم، مجموع ضرایب کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۴) ۱ (۱) صفر (۲) ۱۲ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲
- ۴۵** در تساوی زیر که یک اتحاد می‌باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟ (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۵) -۲۴ (۱) ۲۴ (۲) -۴۰ (۳) ۴۰ (۴)
- $$(2x-1)^4 = 16x^4 + ax^3 + 24x^2 + bx + 1$$
- ۴۶** حاصل  $11^5$  کدام است؟ (مکمل کار در کلاس ۲ صفحه ۱۴ کتاب درسی)
- (۱۶) ۱۴۰۶۴۱ (۱) ۱۶۱۰۵۱ (۲) ۱۱۶۰۵۱ (۳) ۱۰۴۴۶۱ (۴)
- ۴۷** مجموع ارقام حاصل  $(101)^4$  کدام است؟ (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۷) ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)
- ۴۸** در عبارت  $(x+1)^2 + (x-1)^3 + (x+1)^4$ ، ضریب  $x^2$  کدام است؟ (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
- (۱۸) ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۱ (۴)

۴۹ در عبارت  $(x+1)^4 - (2x+1)^5$ ، ضریب  $x^3$  چقدر از ضریب  $x^4$  بیشتر است؟

(مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)

۴) -۴۵

۳) ۴۵

۲) -۳

۱) ۳

۵۰ در بسط دو جمله‌ای  $(x + \frac{1}{2x})^6$ ، ضریب جمله مستقل از  $x$  کدام است؟

(مرتبط با فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)

۴)  $\frac{3}{4}$

۳)  $\frac{15}{8}$

۲)  $\frac{5}{2}$

۱)  $\frac{15}{4}$

## چند اتحاد جبری و کاربردها

## درسنامه

ریاضی و آمار (۱) - پایه دهم - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی

### اتحاد مکعب مجموع (تفاضل) دو جمله‌ای (اتحاد مکعب)

با استفاده از ضرایب سطر چهارم مثلث خیام، اتحاد مکعب مجموع (تفاضل) به یکی از دو صورت زیر می‌باشد:

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

که مثال‌هایی از این نوع اتحاد در زیر آمده است: الف)  $(2x-1)^3 = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times (1) + 3 \times (2x) \times (1)^2 - (1)^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$

ب)  $(x + \frac{1}{x})^3 = x^3 + 3 \times (x)^2 \times (\frac{1}{x}) + 3 \times (x) \times (\frac{1}{x})^2 + (\frac{1}{x})^3 = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$

پ)  $99^3 = (100-1)^3 = (100)^3 - 3 \times (100)^2 \times (1) + 3 \times (100) \times (1)^2 - 1^3 = 1000000 - 3 \times 10000 + 300 - 1 = 970299$

نتیجه مهمی که از این اتحاد به دست می‌آید به صورت زیر می‌باشد که با فاکتورگیری عبارت  $3xy$  از سمت راست داریم:

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

اتحاد مجموع (تفاضل) مکعب دو جمله‌ای (اتحاد چاق و لاغر) ◀ در اتحاد مکعب مجموع دو جمله اگر عبارت  $3xy(x+y)$  را به طرف چپ

تساوی ببریم و از عبارت  $(x+y)$  فاکتور بگیریم، به اتحاد زیر می‌رسیم:

$$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) \Rightarrow x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

مثال اگر  $x+y=5$  و  $xy=6$ ، در این صورت حاصل  $x^3 + y^3$  کدام است؟

$$(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) \xrightarrow[\frac{xy=6}{x+y=5}]{\Delta^3} \Delta^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 6 \times 5 \Rightarrow x^3 + y^3 = 125 - 90 = 35$$

به طور کلی اتحاد مجموع و تفاضل مکعب دو جمله‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

که در زیر مثال‌هایی از آن آورده‌ایم:

الف)  $(x - \frac{1}{y})(x^2 + \frac{1}{y}x + \frac{1}{y^2}) = (x)^3 - (\frac{1}{y})^3 = x^3 - \frac{1}{y^3}$

ب)  $(2x + \sqrt{3})(4x^2 - 2\sqrt{3}x + 3) = (2x)^3 + (\sqrt{3})^3 = 8x^3 + 3\sqrt{3}$

پ) اگر  $x = \sqrt[3]{2}$  باشد، در این صورت حاصل عبارت  $(x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2})$  کدام است؟

$$(x + \frac{1}{x})(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}) = x^3 + (\frac{1}{x})^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} \xrightarrow[\frac{x=\sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{2})^3}]{x=\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2})^3 + \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^3} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای



## پیمانه ۴

ریاضی و آمار (۱) صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی

چند اتحاد جبری و کاربردها اتحاد مکعب و اتحاد تفاضل یا مجموع مکعب دو جمله‌ای

(مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

۵۱ در حاصل عبارت  $(2x-5y)^3$ ، ضریب  $xy^2$  چند برابر قدر مطلق ضریب  $x^2y$  است؟

۴)  $\frac{2}{5}$

۳)  $\frac{3}{5}$

۲)  $\frac{5}{2}$

۱)  $\frac{5}{3}$

(مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)

۵۲ مقدار عددی عبارت  $-1 + 12x - 48x^2 + 64x^3$  به ازای  $x = \frac{2}{3}$  کدام است؟

۴)  $\frac{64}{125}$

۳)  $-\frac{8}{27}$

۲)  $\frac{125}{27}$

۱)  $-\frac{1}{8}$

- ۵۳ حاصل عبارت  $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی) (آزمون کانون ۳ دی ۹۵)
- ۳ (۱)  $-6\sqrt{2}$  (۲)  $-36\sqrt{2}$  (۳)  $36\sqrt{2}$  (۴)  $-42\sqrt{2}$
- ۵۴ حاصل  $(102)^3$  کدام است؟ (مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۶ کتاب درسی)
- ۴ (۱)  $1061802$  (۲)  $1061208$  (۳)  $1016208$  (۴)  $1601028$
- ۵۵ اگر  $x + 3y = 3$  باشد، حاصل عبارت  $x(x^2 + 27y^2 + 3) + 9y(x^2 + 3y^2 + 1)$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹ بهمن ۹۴)
- ۵ (۱)  $36$  (۲)  $33$  (۳)  $30$  (۴)  $27$
- ۵۶ عبارت  $4a^3(2-9b) + 27a^2b^2(2-b)$  برابر مکعب کامل کدام عبارت زیر است؟ (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)
- ۶ (۱)  $2ab - 3a$  (۲)  $2a - 2ab$  (۳)  $3a - 2ab$  (۴)  $3ab - 2a$
- ۵۷ اگر  $x + y = 7$  و  $xy = 5$  باشد، حاصل  $x^3 + y^3$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۸۶)
- ۷ (۱)  $216$  (۲)  $238$  (۳)  $244$  (۴)  $264$
- ۵۸ اگر  $a + b = 1$  باشد، حاصل  $3(a^2 + b^2) - 2(a^3 + b^3)$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۳ کتاب درسی)
- ۸ (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$
- ۵۹ اگر  $x + \frac{2}{x} = 5$  باشد، مقدار  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۳ کتاب درسی)
- ۹ (۱)  $155$  (۲)  $105$  (۳)  $125$  (۴)  $95$
- ۶۰ اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$  باشد، مقدار  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۳ کتاب درسی) (آزمون کانون ۳ دی ۹۵)
- ۱۰ (۱)  $\pm 52$  (۲)  $\pm 76$  (۳)  $\pm 46$  (۴)  $\pm 72$
- ۶۱ کدام یک از گزینه های زیر، اتحاد مجموع یا تفاضل مکعب دو جمله ای را نشان می دهد؟ (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۱ (۱)  $(2z - \frac{1}{2})(4z^2 - z + \frac{1}{4}) = 8z^3 - \frac{1}{8}$  (۲)  $(\frac{t}{2} + 1)(\frac{t^2}{4} + \frac{t}{2} + 1) = \frac{t^3}{8} - 1$  (۳)  $(2x - 7)(4x^2 + 14x + 49) = 8x^3 - 343$  (۴)  $(x^2 - 1)(x^6 + x^2 + 1) = x^6 + 1$
- ۶۲ می خواهیم رابطه  $\dots = 8x^3 - \dots = (4x^2 + \dots + 25y^2)(4x^2 - 5y^2) \dots$  به اتحاد تفاضل مکعب دو جمله ای تبدیل شود. حاصل ضرب عبارتهایی که باید در جاهای خالی قرار دهیم، کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۲ (۱)  $5000x^2y^4$  (۲)  $-5000x^2y^4$  (۳)  $2500x^2y^4$  (۴)  $-2500x^2y^4$
- ۶۳ مقدار عددی عبارت جبری  $(2x+1)(4x^2-2x+1)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۳ (۱)  $7$  (۲)  $14$  (۳)  $17$  (۴)  $13$
- ۶۴ حاصل عبارت  $(2x-1)(2x+1)(16x^4+4x^2+1)$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۴ (۱)  $x^6 - 1$  (۲)  $64x^6 - 1$  (۳)  $x^6 - 64$  (۴)  $x^6 - 64x$
- ۶۵ عبارت  $(a-2)(a+2)(a^4+4a^2+16)$  با کدام عبارت زیر برابر است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۵ (۱)  $a^6 + 64$  (۲)  $(a^3 - 8)(a^3 + 8)$  (۳)  $(a^3 - 4)(a^3 + 4)$  (۴)  $a^8 - 64$
- ۶۶ حاصل عبارت  $(2y-1)(4y^2+2y+1)(8y^3+1)$  با استفاده از اتحادها کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۶ (۱)  $16y^6 - 16$  (۲)  $64y^6 - 16$  (۳)  $64y^6 - 1$  (۴)  $64y^6 + 1$
- ۶۷ با استفاده از اتحادها حاصل عبارت  $(a^2-1)(a^{12}+1)(a^6+1)(a^4+a^2+1)$  برابر کدام است؟ (مرتبط با صفحه های ۱۰ و ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۷ (۱)  $a^{20} - 1$  (۲)  $a^{18} - 1$  (۳)  $a^{16} - 1$  (۴)  $a^{24} - 1$
- ۶۸ حاصل عبارت  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۸ (۱)  $(x^4+y^4)$  (۲)  $x^4 - x^2y^2 + y^4$  (۳)  $(x^2-y^2)^2$  (۴)  $x^4 + x^2y^2 + y^4$
- ۶۹ عبارت  $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$  را در کدام عبارت ضرب کنیم، تا حاصل برابر عددی طبیعی شود؟ (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)
- ۱۹ (۱)  $3\sqrt{3} + \sqrt{6} + 2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$  (۳)  $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}$  (۴)  $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$
- ۷۰ حاصل عبارت  $A = (x - \sqrt[3]{2})^2(x^2 + x\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})^2$  به ازای  $x = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 2}$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی) (آزمون کانون ۸ بهمن ۹۵)
- ۲۰ (۱)  $\sqrt{2} + 2$  (۲)  $4$  (۳)  $\sqrt{2} + 4$  (۴)  $2$



### تجزیه عبارت‌های جبری و روش‌های آن

**تعریف** ▶ به‌طور کلی اگر یک چند جمله‌ای را به‌صورت ضرب عبارت‌هایی با درجه کوچکتر (معمولاً درجه اول یا دوم) بنویسیم، که در این حالت می‌گوییم چند جمله‌ای را به عبارت‌های ساده‌تر تجزیه کرده‌ایم.

### روش‌های تجزیه

۱) **فاکتورگیری** ▶ از عامل‌های مشترک با توان کمتر فاکتور می‌گیریم که می‌تواند شامل اعداد ثابت نیز باشد.

به عنوان مثال در عبارت مقابل دقت کنید:

$$8x^3y^2(x^2+1)^4 - 14x^2y^5(x^2+1)$$

عبارت‌های  $x$  و  $y$  و  $x^2+1$  و عدد ۲ عامل مشترک در هر دو عبارت می‌باشند. لذا از توان کمتر عبارت‌ها و عدد ۲ در هر عبارت فاکتور می‌گیریم:

$$2x^2y^2(x^2+1)(4x(x^2+1)^3 - 7y^3)$$

۲) **استفاده از اتحاد‌های جبری** ▶ به عنوان نمونه به مثال‌های زیر دقت کنید:

$$1) \quad 8x^2 - 2 = 2(4x^2 - 1) = 2(2x - 1)(2x + 1)$$

اتحاد مزدوج

$$2) \quad 25x^2 - 20x + 4 = (\Delta x)^2 - 2 \times (\Delta x) \times (2) + 2^2 = (\Delta x - 2)^2$$

اتحاد مربع

$$3) \quad x^2 + 7x - 8 = x^2 + (\Delta - 1)x + (\Delta) \times (-1) = (x + \Delta)(x - 1)$$

اتحاد جمله مشترک



یک مسئله خاص در تجزیه عبارت‌های درجه دوم که ضریب  $x^2$  مربع کامل نیست:

در این حالت عبارت مورد نظر را برابر  $A$  قرار می‌دهیم، سپس طرفین رابطه را در ضریب  $x^2$  ضرب می‌کنیم تا ضریب  $x^2$  مربع کامل شود، سپس با در نظر گرفتن جذر عبارت شامل  $x^2$  به عنوان جمله مشترک، عبارت را با استفاده از اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم و در آخر با فاکتورگیری اعداد از هر یک از پرانتزها، طرفین عبارت را بر ضریب  $A$  تقسیم می‌کنیم و در این حالت تجزیه عبارت مورد نظر به‌دست آمده است.

**مثال** در تجزیه عبارت  $6x^2 + 7x - 5$  کدام عامل وجود دارد؟

$$\frac{15}{8} \quad (4) \quad 3x + 5 \quad (3) \quad 3x - 5 \quad (2) \quad 2x + 1 \quad (1)$$

**حل** گزینه «۳» صحیح است. چون ضریب  $x^2$  مربع کامل نیست؛ عبارت را برابر  $A$  فرض می‌کنیم و طرفین رابطه را در ضریب  $x^2$  ضرب می‌کنیم:

$$A = 6x^2 + 7x - 5 \xrightarrow{\text{طرفین را در ضریب } x^2 \text{ ضرب می‌کنیم.}} 6A = 6(6x^2 + 7x - 5) \Rightarrow 6A = 36x^2 + 6(7x) - 30 \Rightarrow 6A = (6x)^2 + 7(6x) - 30$$

$$\xrightarrow{\text{با در نظر گرفتن } 6x \text{ به عنوان جمله مشترک}} 6A = (6x)^2 + (10 - 3) \times (6x) + (10) \times (-3) \Rightarrow 6A = \underbrace{(6x + 10)}_{\text{فاکتورگیری عدد ۲}} \underbrace{(6x - 3)}_{\text{فاکتورگیری عدد ۳}}$$

$$\Rightarrow 6A = 2(3x + 5) \times 3(2x - 1) \Rightarrow 6A = 6(3x + 5)(2x - 1) \Rightarrow A = (3x + 5)(2x - 1)$$

۳) **دسته‌بندی عبارت‌ها** ▶ در این روش عبارت‌هایی را که عامل مشترک یکسان دارند، کنار یکدیگر قرار می‌دهیم و دسته‌بندی می‌کنیم، سپس از عوامل مشترک

هر دسته فاکتورگیری می‌کنیم و در نهایت از عامل مشترک جدیدی که بین دسته‌ها بوجود می‌آید مجدد فاکتورگیری می‌کنیم و عبارت را تجزیه می‌کنیم.

به مثال‌های زیر دقت کنید:

$$1) \quad \underbrace{x^3 - x^2}_{\text{فاکتورگیری عامل } x^2} - \underbrace{4x + 4}_{\text{فاکتورگیری عدد ۴}} = \underbrace{x^2(x-1) - 4(x-1)}_{\text{فاکتورگیری عامل } (x-1)} = (x-1)(x^2 - 4) = (x-1)(x-2)(x+2)$$

$$2) \quad x^3 + x^2 + 4 = x^3 + x^2 + 8 - 4 = \underbrace{x^3 + 8}_{\text{اتحاد مجموع مکعب}} + \underbrace{x^2 - 4}_{\text{اتحاد مزدوج}} = \underbrace{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}_{\text{فاکتورگیری عامل } (x+2)} + (x+2)(x-2) = (x+2)(x^2 - 2x + 4 + x - 2)$$

$$= (x+2)(x^2 - x + 2)$$

## چند اتحاد جبری و کاربردها

## تجزیه عبارت‌های جبری

## ریاضی و آمار (۱) صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی

- ۷۱ در تجزیه  $4a^4 - 64$  کدام عامل وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
- (۱)  $a^2 + 4$  (۲)  $a + 2$  (۳)  $a - 2$  (۴)  $a^2 - 8$
- ۷۲ عبارت  $x^2 + (x-1)(y+1) - x$  را به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کرده‌ایم. یکی از دو عبارت کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۵)
- (۲) (۱)  $x - y + 1$  (۲)  $x - y - 1$  (۳)  $x + y - 1$  (۴)  $x + y + 1$
- ۷۳ حاصل  $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$  برابر است با: (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
- (۳) (۱)  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$  (۲)  $(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)$  (۳)  $(a^2 + b^2)(x^2 - y^2)$  (۴)  $(a^2 + x^2)(b^2 - y^2)$
- ۷۴ در تجزیه عبارت  $3x^3 - 3x - x^2 + 1$  کدام عامل وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹۰)
- (۴) (۱)  $x - 1$  (۲)  $x + 1$  (۳)  $3x + 1$  (۴)  $3x - 1$
- ۷۵ در تجزیه عبارت  $4a^2 - 4a - b^2 - 4b - 3$  کدام عامل وجود دارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۸۸)
- (۵) (۱)  $2a + b + 3$  (۲)  $2a - b + 1$  (۳)  $2a + b - 3$  (۴)  $2a + b + 1$
- ۷۶ کدام عامل ضرب در تجزیه عبارت  $x^3 - 7x^2 + 6x$  وجود دارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۴)
- (۶) (۱)  $x - 1$  (۲)  $x - 3$  (۳)  $x + 3$  (۴)  $x + 6$
- ۷۷ در تجزیه عبارت  $9x^5(x^2 + \frac{1}{p})^3 - 6x^3(x^2 + \frac{1}{p})^4$  کدام عامل وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)
- (۷) (۱)  $(x^2 + \frac{1}{p})^3$  (۲)  $3x^3$  (۳)  $x^2 + 1$  (۴)  $x - 1$
- ۷۸ در تجزیه عبارت  $4x^2 - 4x - 24$  کدام عامل وجود دارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۷)
- (۸) (۱)  $x - 6$  (۲)  $x - 2$  (۳)  $x + 2$  (۴)  $x + 3$
- ۷۹ در تجزیه عبارت  $4x^3 - 6x^2 + 2x$  ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۳)
- (۹) (۱)  $2x + 1$  (۲)  $2x - 1$  (۳)  $x + 1$  (۴)  $x + 2$
- ۸۰ عبارت  $3x^2 - 11x + 10$  به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه شده است. یکی از عوامل تجزیه کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۷۸)
- (۱۰) (۱)  $3x + 5$  (۲)  $3x - 5$  (۳)  $3x + 2$  (۴)  $3x - 2$
- ۸۱ در تجزیه عبارت  $6x^2 - 5x - 6$  کدام عامل وجود دارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (آزمون کانون ۲۶ شهریور ۹۵)
- (۱۱) (۱)  $2x + 3$  (۲)  $3x - 2$  (۳)  $2x - 3$  (۴)  $x - 9$
- ۸۲ در تجزیه عبارت  $a(a-2)(a-3) - 4a + 8$  کدام عامل وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۸۸)
- (۱۲) (۱)  $a - 1$  (۲)  $a - 2$  (۳)  $a + 1$  (۴)  $a - 4$
- ۸۳ در تجزیه عبارت  $a(a-3)(a-4) - 12a + 36$  ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی ۹۰)
- (۱۳) (۱)  $a - 6$  (۲)  $a - 3$  (۳)  $a - 2$  (۴)  $a + 2$
- ۸۴ در تجزیه عبارت  $(x^2 - 12)^2 - 16x^2$  ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۷)
- (۱۴) (۱)  $x - 6$  (۲)  $x + 2$  (۳)  $x + 3$  (۴)  $x + 6$
- ۸۵ در تجزیه عبارت  $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$  ، کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی) (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۰)
- (۱۵) (۱)  $x - 8$  (۲)  $x - 4$  (۳)  $x + 2$  (۴)  $x + 4$
- ۸۶ عبارت  $x^3 + 8$  بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
- (۱۶) (۱)  $x^2 - 2x + 4$  (۲)  $x - 2$  (۳)  $x^2 + 2x + 4$  (۴)  $x^2 + 2$
- ۸۷ در تجزیه عبارت  $(x-2)(x^2 - 4x + 4) - 1$  ، کدام عامل ضرب، موجود است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶) (سراسری انسانی ۹۷)
- (۱۷) (۱)  $x - 3$  (۲)  $x - 2$  (۳)  $x - 1$  (۴)  $x + 3$
- ۸۸ اگر در داخل مکعبی تو خالی به طول ضلع  $x + 2$  ، مکعبی به طول ضلع  $x$  قرار دهیم، حجم فضای خالی باقیمانده کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
- (۱۸) (۱)  $3x^2 + 6x + 4$  (۲)  $4x^2 + 6x + 3$  (۳)  $6x^2 + 12x + 8$  (۴)  $8x^2 + 12x + 6$

$x^2 - x + 1$  (۴)

$x^2 + x + 1$  (۳)

$x + 2$  (۲)

$x - 1$  (۱)

$x + 3$  (۴)

$x + 2$  (۳)

$x - 2$  (۲)

$x - 4$  (۱)

### عبارت‌های گویا

## درسنامه

ریاضی و آمار (۱) - پایه دهم - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی

**تعریف** ▶ عبارت‌هایی را که صورت و مخرج آنها چند جمله‌ای هستند، عبارت گویا می‌نامند.

**مثال** چه تعداد از عبارت‌های زیر گویا نیست؟

$y = \frac{[x] + 4}{x + 1}$  (ت)   
 ۴ (۴)

$y = \frac{\sqrt{x} + 2}{x^2 + 1}$  (پ)   
 ۳ (۳)

$y = \frac{x + 1}{|x| + 4}$  (ب)   
 ۲ (۲)

$y = \frac{x^2 + x}{x + \sqrt{x}}$  (الف)   
 ۱ (۱)

**حل** گزینه «۳» صحیح است. مورد «الف» یک عبارت گویا است، زیرا صورت و مخرج آن یک چند جمله‌ای است.

مورد «ب» یک عبارت گویا نیست، زیرا مخرج آن چند جمله‌ای نیست و یک تابع قدر مطلق است.

مورد «پ» یک عبارت گویا نیست، زیرا در صورت آن عبارت  $\sqrt{x}$  وجود دارد که چند جمله‌ای نیست.

مورد «ت» یک عبارت گویا نیست، زیرا صورت کسر شامل عبارت  $[x]$  است که چند جمله‌ای نیست.

**تعیین حدود تعریف عبارت گویا** ▶ مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنی است که مخرجش صفر نباشد، یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر می‌شود، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف نشده است.

**نکته** برای پیدا کردن حدودی از  $x$  که به ازای آن‌ها عبارت گویا تعریف شده است، کافی است ریشه‌های چند جمله‌ای مخرج را به دست بیاوریم و از مجموعه اعداد حقیقی حذف کنیم. مجموعه حاصل حدود تعریف عبارت گویا است.

برای به دست آوردن حدود تعریف عبارت گویا، ریشه‌های مخرج را قبل از ساده کردن عبارت گویا به دست می‌آوریم.

هرگاه یک عبارت گویا به صورت مجموع چند عبارت گویا باشد، عبارت گویا به ازای ریشه‌های مخرج تک تک عبارت‌ها تعریف نشده است.

**مثال** عبارت گویای  $A = \frac{x}{x+2} + \frac{x}{x^2-1}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟

$R - \{-2, -1, 0, 1\}$  (۴)

$\{-2, -1, 1\}$  (۳)

$R - \{-2, -1, 1\}$  (۲)

$R - \{2\}$  (۱)

**حل** گزینه «۲» صحیح است. ابتدا ریشه‌های مخرج تک تک عبارت‌ها را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

ریشه‌های مخرج‌ها

حال ریشه مخرج‌های به دست آمده را از مجموعه اعداد حقیقی کم می‌کنیم.

بنابراین مقادیری از  $x$  که به ازای آن‌ها عبارت تعریف می‌شود به صورت روبه‌رو است.

$R - \{-2, -1, 1\}$

**نکته** هرگاه مخرج یک عبارت گویا یک چند جمله‌ای درجه دوم باشد، به ازای مقادیر مختلف  $\Delta$  دارای شرایط زیر می‌باشد:

- اگر  $\Delta$  مخرج مثبت باشد، در این صورت عبارت گویا به ازای ۲ مقدار (ریشه‌های مخرج) تعریف نشده است.
- اگر  $\Delta = 0$  در این صورت عبارت گویا به ازای یک مقدار (ریشه مضاعف) تعریف نشده است.
- اگر  $\Delta < 0$  در این صورت عبارت گویا به ازای همه مقادیر  $x$  تعریف شده است، زیرا مخرج ریشه ندارد.

**مثال** عبارت گویای  $y = \frac{x+1}{ax^2 - 3x + 2}$  به ازای چه حدودی از  $a$  برای همه مقادیر  $x$  تعریف شده است؟

$a < \frac{1}{9}$  (۴)

$a > \frac{1}{9}$  (۳)

$a > \frac{9}{8}$  (۲)

$a < \frac{9}{8}$  (۱)

**حل** گزینه «۲» صحیح است. چند جمله‌ای مخرج یک عبارت درجه دوم است و برای این که عبارت گویا به ازای همه مقادیر  $x$  تعریف شده باشد، لذا مخرج نباید ریشه داشته باشد و در این حالت باید  $\Delta < 0$  باشد، حال داریم:

$$ax^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = a \\ b' = -3 \\ c' = 2 \end{cases}$$

$$\Delta = b'^2 - 4a'c' \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times (a) \times 2 < 0 \xrightarrow{\Delta < 0} 9 - 8a < 0 \Rightarrow 8a > 9 \Rightarrow a > \frac{9}{8}$$



اگر عبارت گویای  $\frac{a}{b}$  به عبارت گویای  $\frac{c}{d}$  تقسیم شده باشد، در این صورت عبارت گویا به ازای ریشه‌های مخرج هر یک از عبارت‌های گویا و

$$A = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \quad (b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$$

هم‌چنین ریشه صورت عبارت دوم که جزء مخرج کسر اصلی می‌باشد، تعریف نشده است.

**مثال**

عبارت گویای  $y = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x+1}{x+2}}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

(۱)  $\{1, -2\}$  (۲)  $\{1, -1, -2\}$  (۳)  $\{1, -1\}$  (۴)  $\{-1\}$

**حل**

گزینه «۲» صحیح است. اولاً عبارت گویا به ازای ریشه‌های مخرج هر یک از عبارت‌های صورت و مخرج کسر اصلی تعریف نشده است و از طرفی عبارت گویای اصلی نیز به ازای ریشه صورت کسر مخرج که مخرج کسر اصلی را نیز صفر می‌کند تعریف نشده است.

$$y = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x+1}{x+2}} \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه‌های مخرج} \\ \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \\ \text{ریشه صورت کسر اصلی: } x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

عبارت گویا به ازای  $\{1, -2, -1\}$  تعریف نشده است.



## پیمان ۶

### عبارت‌های گویا

### محدوده تعریف عبارت‌های گویا

### ریاضی و آمار (۱) صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی

۹۱ کدام یک از عبارت‌های زیر گویا است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.) (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

(۱)  $\frac{\sqrt{x}}{|x|+1}$  (۲)  $\frac{[x]}{x^2+1}$  (۳)  $\frac{x^2-9}{x+\sqrt{7}}$  (۴)  $\frac{x^2+|x|}{x^3+1}$

۹۲ کدام یک از مقادیر زیر در محدوده تعریف  $y = \frac{2x-1}{(3x+2)(x-6)}$  قرار ندارد؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-6$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

۹۳ عبارت گویای  $A = \frac{2x-1}{3x+a}$  به ازای  $x = -\frac{3}{2}$  تعریف نشده است، در این صورت مقدار  $a$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹۷)

(۱)  $\frac{9}{2}$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $-\frac{9}{2}$

۹۴ عبارت گویای  $y = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

(۱)  $\{-1, 1\}$  (۲)  $\{-1, -2\}$  (۳)  $\{-2\}$  (۴)  $\{1, -1, -2\}$

۹۵ عبارت گویای  $y = \frac{2x-k}{x+2m}$  به ازای  $x = -2$  تعریف نشده است و به ازای  $x = 4$  برابر  $\frac{3}{4}$  می‌باشد. مقدار  $k$  کدام است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹۷)

(۱)  $-2/5$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3/5$  (۴)  $-3/5$

۹۶ عبارت گویای  $A = \frac{3x-2}{x^2+2x+1}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

(۱)  $\{-1\}$  (۲)  $\{1\}$  (۳)  $R - \{-1\}$  (۴)  $R - \{1\}$

۹۷ حدود تعریف  $x$  در چه تعداد از عبارات گویای زیر، به درستی نوشته شده است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

(الف)  $R - \{1\}$ ،  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$  (ب)  $R - \{\pm 1\}$ ،  $\frac{4x}{x^2-1}$  حدود تعریف  $x$

(ج)  $R - \{\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\}$ ،  $\frac{3x-1}{(2x-1)(5x+3)}$  حدود تعریف  $x$  (د)  $R$ ،  $\frac{\sqrt{3x+8}}{2}$  حدود تعریف  $x$

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۸

کدام عبارت گویا به ازای همه اعداد حقیقی تعریف شده است؟

(۸)

(۱)  $\frac{x^2+1}{x^2+x}$

(۲)  $\frac{x+1}{x^3+1}$

(۳)  $\frac{x}{x^2+2x+1}$

(۴)  $\frac{1}{-x^2-1}$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۹۹

عبارت  $y = \frac{x}{x-1}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

(۹)

(۱) صفر و -۱

(۲) صفر و ۱

(۳) ۱ و -۱

(۴) صفر و ۲

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۰

عبارت گویای  $y = \frac{x}{x-4} \cdot \frac{x-1}{x-5}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟

(۱۰)

(۱)  $R - \{1, 5\}$

(۲)  $R - \{1, 4, 5\}$

(۳)  $R - \{1, 4\}$

(۴)  $R$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۱

عبارت گویای  $A = \frac{3}{x^3 - 5x^2 + 6x}$  به ازای چه مقادیری تعریف شده است؟

(۱۱)

(۱)  $R - \{2, 3\}$

(۲)  $R - \{0, -2, -3\}$

(۳)  $R - \{0, 2, 3\}$

(۴)  $R - \{0\}$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۲

عبارت گویای زیر به ازای چند عدد صحیح تعریف نشده است؟

(۱۲)

$$A = \frac{x^4 - 9x^2}{x^3 + x^2 - 12x}$$

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۳

عبارت گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

(۱۳)

$$y = \frac{x^3 - a^3}{ax^3 - xa^3}$$

(۴) فقط  $a = 0$  یا  $x = 0$

(۳)  $x = \pm a$  یا  $x = 0$  یا  $a = 0$

(۲) فقط  $x = -a$  یا  $x = 0$

(۱) فقط  $x = a$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۴

عبارت گویای  $\frac{b^3x^4 - ab^3x^3}{a^2b^2x^2 - a^3b^2x}$  به ازای چه مقادیری تعریف نشده است؟

(۱۴)

(۱)  $a = 0$  یا  $b = 0$  یا  $x = 0$  یا  $x = a$

(۲)  $b = 0$  یا  $x = -a$

(۴) فقط به ازای  $x = a$

(۳)  $x = a$  یا  $b = 0$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۷ آبان ۹۵)

۱۰۵

چند عدد صحیح در حدود تعریف عبارت گویای  $y = \frac{1}{x^4-4} + \frac{1}{x^2-9} + \frac{1}{x^3-1}$  وجود ندارد؟

(۱۵)

(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۱۵ بهمن ۹۵)

۱۰۶

عبارت گویای  $\frac{5x-1}{x^2+bx+c}$  به ازای  $R - \{1, 2\}$  تعریف شده است. حاصل  $b \times c$  کدام است؟

(۱۶)

(۱) -۴

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) -۶

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۷

اگر حدود تعریف عبارت گویای  $A = \frac{2x-1}{x^2+ax+b}$  به صورت  $R - \{-2\}$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

(۱۷)

(۱) -۴

(۲) صفر

(۳) ۴

(۴) ۸

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۰۸

اگر حدود تعریف عبارت گویای  $y = \frac{2x+1}{x^2-3x+a-5}$  برابر  $R - \{b\}$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

(۱۸)

(۱) -۵

(۲) -۶

(۳)  $\frac{23}{4}$

(۴)  $\frac{25}{4}$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۱ مرداد ۹۵)

۱۰۹

اگر حدود تعریف عبارت گویای  $y = \frac{1}{-x^2+a-1}$  تمام اعداد حقیقی باشد، در این صورت حدود  $a$  کدام است؟

(۱۹)

(۱)  $a < 1$

(۲)  $a > 1$

(۳)  $a \leq 1$

(۴)  $a \geq 1$

(مرتبط با صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی) (آزمون کانون ۲۶ شهریور ۹۵)

۱۱۰

اگر عبارت گویای  $\frac{x^2-2x}{3x^2-2x+a}$  به ازای تمام مقادیر  $x$  تعریف شده باشد، مقادیر  $a$  چه اعدادی می‌تواند باشد؟

(۲۰)

(۱)  $a < \frac{1}{3}$

(۲)  $a > \frac{1}{3}$

(۳)  $a > 3$

(۴)  $a < 3$

### ساده کردن عبارت‌های گویا

برای ساده کردن عبارت‌های گویا، صورت و مخرج عبارت را به عبارت‌های درجه اول (و اگر امکانش نبود به عبارت درجه دوم) با استفاده از اتحادها و روش‌های تجزیه، تجزیه می‌کنیم، سپس با خط کشیدن روی عامل‌های مشترک صورت و مخرج آنها را با یکدیگر ساده می‌کنیم.

نکته

$$\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c} \quad (a \neq 0, c \neq 0)$$

ریشه‌های عبارت‌های ساده شده در محدوده تعریف عبارت گویا قرار ندارد.

**مثال** ساده شده عبارت  $A = \frac{25x^2 - 1}{25x^2 - 10x + 1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5x-1}{5x+1}$       (۲)  $\frac{5x+1}{5x-1}$       (۳)  $\frac{25x-1}{25x+1}$       (۴)  $\frac{25x+1}{25x-1}$

**حل** گزینه «۲» صحیح است. با استفاده از اتحاد مزدوج، عبارت صورت و با استفاده از اتحاد مربع، عبارت مخرج را تجزیه می‌کنیم:

$$A = \frac{25x^2 - 1}{25x^2 - 10x + 1} = \frac{(5x)^2 - 1^2}{(5x)^2 - 2 \times (5x) \times 1 + 1^2} = \frac{(5x-1)(5x+1)}{(5x-1)^2} = \frac{\cancel{(5x-1)}(5x+1)}{\cancel{(5x-1)}(5x-1)} = \frac{5x+1}{5x-1}$$

➤ **ضرب عبارت‌های گویا** برای ضرب دو عبارت گویا در یکدیگر، کافی است عبارت‌های صورت و مخرج آنها را به عبارت‌های درجه اول تجزیه کنیم، سپس عبارت‌های مشترک را با یکدیگر ساده کنیم، در این حالت دقت کنید که عبارت‌های صورت و مخرج هر کسر می‌تواند با عبارت‌های صورت و مخرج کسر دیگر

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

ساده شود.

**مثال** ساده شده عبارت گویای  $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} \times \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x-2}{x+3}$       (۲)  $\frac{x+3}{x-2}$       (۳)  $\frac{x+2}{x-3}$       (۴)  $\frac{x-3}{x+2}$

**حل** گزینه «۱» صحیح است. در این حالت ابتدا صورت و مخرج عبارت‌های گویا را به عبارت‌های درجه اول با استفاده از اتحادها تجزیه می‌کنیم:

$$A = \underbrace{\left(\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}\right)}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} \times \underbrace{\left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}\right)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(x+2)} = \frac{x-2}{x+3}$$

➤ **تقسیم عبارت‌های گویا** در تقسیم عبارت‌های گویا به صورت  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ ، برای ساده کردن آنها، ابتدا عبارت اول را نوشته سپس تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و بعد عبارت دوم را معکوس می‌کنیم و در نهایت که به فرم ضرب دو عبارت گویا درآمد، عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم و در آخر ساده می‌کنیم.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

**مثال** ساده شده عبارت گویای  $\frac{-x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 6x}{x - 2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x-1}{x(x+2)}$       (۲)  $\frac{-(x+1)}{x(x+2)}$       (۳)  $\frac{x+2}{x(x+1)}$       (۴)  $\frac{x-2}{x(x+1)}$

**حل** گزینه «۲» صحیح است. ابتدا عبارت اول را نوشته، سپس تقسیم را به ضرب تبدیل کرده و عبارت دوم را معکوس می‌کنیم:

$$A = \frac{-x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 6x}{x - 2} = \frac{\overbrace{-(x^2 - 5x - 6)}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{\underbrace{x^2 - 4}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \times \frac{x - 2}{\underbrace{x^2 - 6x}_{\text{فاکتورگیری}} x} = \frac{-(x-6)(x+1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)}{x(x-6)} = \frac{-(x+1)}{x(x+2)}$$