## تبدیل نمودار توابع

1. نمودار کدام تابع از انقباض عمودی نمودار تابع $f$ به دست می‌آید؟

1) $y=f(\frac{x}{3})$
2) $y=f(3x)$
3) $y=3f(x)$
4) $y=\frac{1}{3}f(x)$

%81
%64
مهر 1399

2. می‌خواهیم نمودار تابع $y=x^2-2x+3$ را به‌گونه‌ای انتقال دهیم تا بر نمودار تابع $y=x^2$ منطبق شود، فرایند تبدیل کدام گزینه است؟

1) ابتدا 1 واحد به سمت راست، سپس 2 واحد به سمت پایین.
2) ابتدا 1 واحد به سمت چپ، سپس 2 واحد به سمت پایین.
3) ابتدا 1 واحد به سمت راست، سپس 2 واحد به سمت بالا.
4) ابتدا 2 واحد به سمت چپ، سپس 2 واحد به سمت پایین.

%59
%39
مرداد 1398

3. نمودار تابع $f$ را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطهٔ تابعی که نمودار آن به‌دست آمده است، کدام است؟

1) $y=2f(1-x)$
2) $y=-2f(x+1)$
3) $y=f(-2x+2)$
4) $y=-f(2x+2)$

%92
%65
آبان 1398

4. نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$ را ابتدا نسبت به محور $y$ها قرینه می‌کنیم، سپس 4 واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. نمودار جدید محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

1) 3
2) 2
3) $\sqrt{2}$
4) 1

%74
%65
دی 1398

5. نمودار تابع $f$ را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطهٔ تابعی که نمودار آن به‌دست آمده است، کدام است؟

1) $y=2f(-x-1)$
2) $y=-2f(x+1)$
3) $y=f(-2x-2)$
4) $y=-f(2x+2)$

%80
%54
مرداد 1400

6. نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را ابتدا 2 واحد به سمت راست و سپس 1 واحد به سمت پایین منتقل کرده و در انتها نمودار به دست آمده را نسبت به محور $x$ها قرینه می‌کنیم. تابع حاصل کدام است؟

1) $y=\sqrt{-x+2}-1$
2) $y=\sqrt{-x-2}+1$
3) $y=-\sqrt{x-2}+1$
4) $y=-\sqrt{x+2}-1$

%67
%39
مرداد 1398

7. برای رسم نمودار تابع $g(x)=\sqrt{9x+18}$ از روی نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-1}$، کافی است ابتدا نمودار تابع $f$ را ....... انتقال داده و سپس عرض هر نقطه را ....... کنیم.

1) 3 واحد به چپ- 3 برابر
2) 2 واحد به چپ- 3 برابر
3) 2 واحد به چپ- 9 برابر
4) 3 واحد به راست- 3 برابر

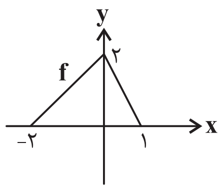
%64
%40
مرداد 1400

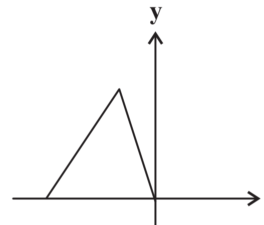
8) نمودار تابع $f$ را ابتدا دو واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم، سپس آن را نسبت به محور $x$ها قرینه کرده و در نهایت دو واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم تا تابع $g$ با ضابطهٔ $g(x)=-|x+5|+2$ به دست آید. ضابطهٔ تابع $f$ کدام است؟

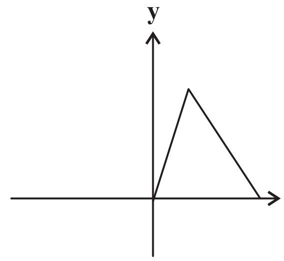
1) $f(x)=|x+3|-4$
2) $f(x)=|-x+1|+2$
3) $f(x)=-|x+3|+4$
4) $f(x)=-|x+2|+2$

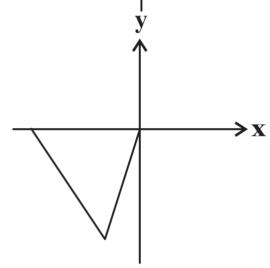
%66
%39
آبان 1399

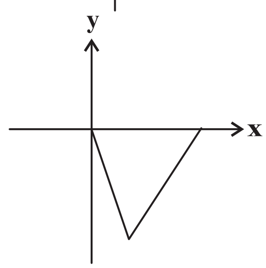
9) اگر نمودار تابع $f$ به صورت شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y=-3f(\frac{x}{2}+1)$ شبیه کدام است؟




1) 

2) 

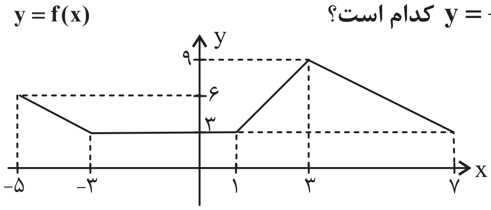
3) 

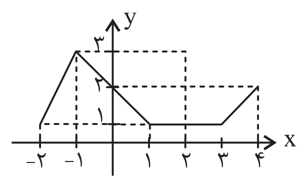
4) 

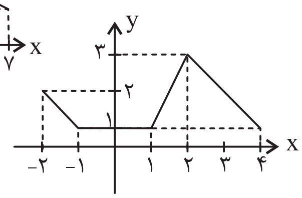
%74
%63
آبان 1400

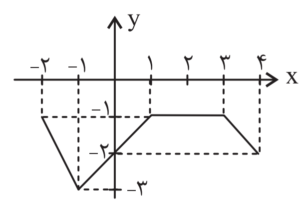
10) شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y=f(x)$ است. نمودار تابع $y=\frac{1}{3}f(2x-1)$ کدام است؟

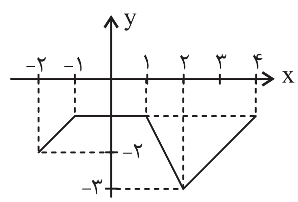
$y=f(x)$




1) 

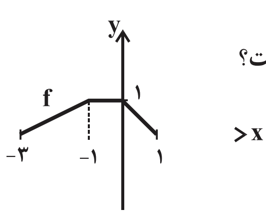
2) 

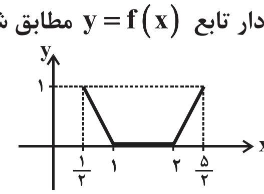
3) 

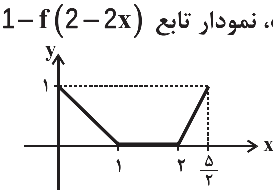
4) 

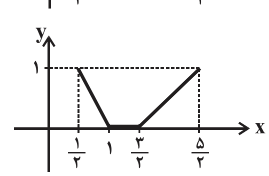
%63
%47
مرداد 1400

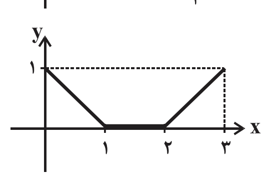
11) نمودار تابع $y=f(x)$ مطابق شکل روبه‌رو است، نمودار تابع $g(x)=1-f(2-2x)$ کدام است؟




1) 

2) 

3) 

4) 

%37
%30
مرداد 1398

12 با اعمال موارد کدام گزینه به‌ترتیب گفته شده، نمودار تابع $y=f\left(x\right)$ تبدیل به نمودار تابع $y=-\frac{1}{4}f\left(1-x\right)$ می‌شود؟

1) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور $x$ ها و $y$ ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی

2) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور $x$ ها و $y$ ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی

3) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور $x$ ها و $y$ ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی

4) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور $x$ ها و $y$ ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی

%65
%37
مرداد 1400

13 اگر $D_f=\left[-4,1\right]$ باشد، دامنهٔ تابع $g\left(x\right)=2f\left(2x\right)-f\left(x+2\right)$ کدام است؟

1) $\left[-6,-\frac{1}{2}\right]$
2) $\left[-3,1\right]$
3) $\left[-6,-2\right]$
4) $\left[-2,-1\right]$

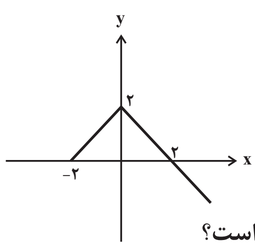
%57
%49
آبان 1398

14 اگر دامنهٔ تابع $f$ برابر $\left[-2,3\right]$ باشد، دامنهٔ تابع $g\left(x\right)=1-3f\left(2x-1\right)$ کدام است؟

1) $\left[0,\frac{5}{2}\right]$
2) $\left[-\frac{1}{2},2\right]$
3) $\left[-2,\frac{1}{2}\right]$
4) $\left[-5,5\right]$

%46
%31
شهریور 1398

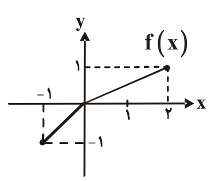
15 اگر نمودار تابع $f$ به صورت شکل زیر باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار $y=f(x)$ و $y=-f(-x)$ کدام است؟

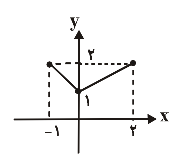
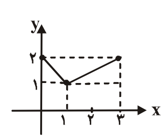
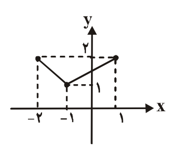
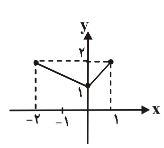



1) 16
2) 32
3) 8
4) 4

%70
%57
آبان 1399

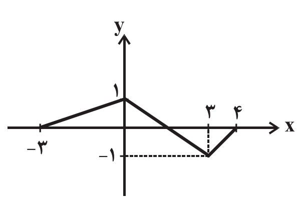
16 نمودار تابع $f$ مطابق شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x)=|f(x-1)|+1$ کدام است؟

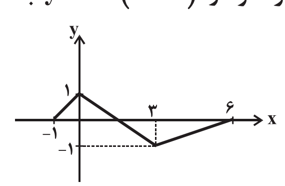
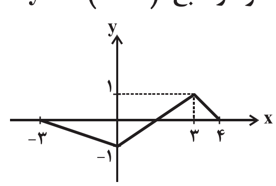
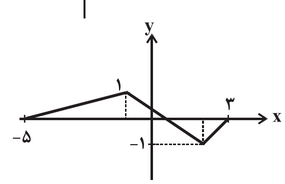
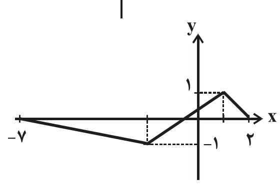



1) 
2) 
3) 
4) 

%58
%50
بهمن 1401

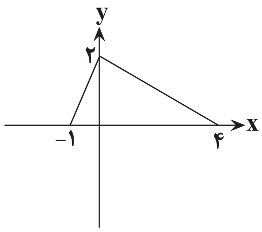
17 اگر نمودار $y=-f\left(x-2\right)$ به‌صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=f\left(1-x\right)$ کدام است؟

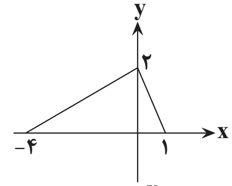


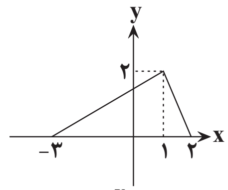

1) 
2) 
3) 
4) 

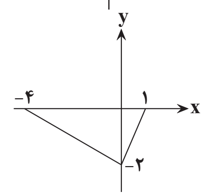
%76
%56
آبان 1398

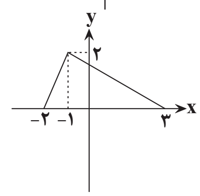
18) اگر نمودار تابع $y=f(\frac{1-x}{2})$ به‌صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2})$ کدام است؟




1) 


2) 


3) 


4) 


%68
%51
مرداد 1400

19) برد تابع $f(x)=\frac{|x|}{x}\sqrt{x+4}$ کدام است؟

1) $(-2,0]\cup(2,+\infty)$
2) $(-2,+\infty)$
3) $[-4,-2)\cup(2,+\infty)$
4) $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

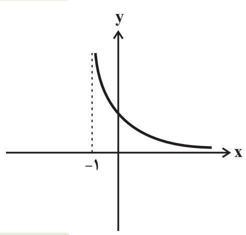
%49
%32
مهر 1399

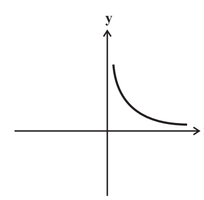
20) نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x}-2 & x<1\\ x^2-2x-1 & x\geq 1\end{cases}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور <u>نمی‌کند</u>؟

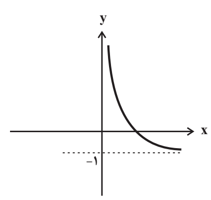
1) اول
2) دوم
3) سوم
4) چهارم

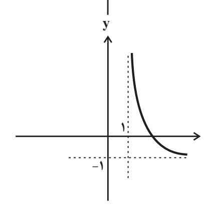
%57
%32
مهر 1400

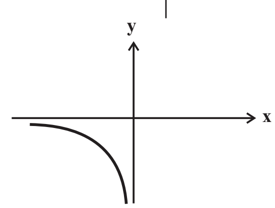
21) نمودار تابع $f$ در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y=f^{-1}(x-1)$ کدام است؟




1) 

2) 

3) 

4) 

%74
%38
آبان 1399

22) نقطهٔ $(1,0)$ روی نمودار تابع $f$، به کدام نقطه روی نمودار تابع $g(x)=1+f(2x)$ تبدیل می‌شود؟

1) $(\frac{1}{2},2)$
2) $(1,1)$
3) $(\frac{1}{2},1)$
4) $(1,2)$

%69
%63
فروردین 1399

23) نقطهٔ $A(3,1)$ روی نمودار تابع $f$ به نقطهٔ $A'$ روی نمودار تابع $g(x)=f(1-2x)-3$ تبدیل می‌شود. فاصلهٔ این دو نقطه از هم کدام است؟

1) $2\sqrt{5}$
2) $\sqrt{17}$
3) $\sqrt{13}$
4) $5$

%55
%48
فروردین 1400

## فصل 1: تابع

**① گزینهٔ «4»**

انقباض عمودی مربوط به تغییرات روی $y$ است و چون می‌خواهیم انقباض صورت بگیرد باید این مقادیر کوچک شوند.

**64٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از نکتهٔ مربوط به انقباض و انبساط نمودار استفاده کرده‌اند و تشخیص داده‌اند که ضریب مثبت $f(x)$ باید عددی بین صفر و یک باشد.

**نکته**

انقباض / انبساط افقی مربوط به تغییرات ضریب $x$ است که برای انقباض باید ضریب پشت $x$ عددی بزرگ‌تر از یک و برای انبساط ضریب پشت $x$ باید بین صفر و یک باشد.

انقباض / انبساط عمودی مربوط به تغییرات ضریب پشت $f(x)$ است. در انقباض ضریب پشت $f(x)$ باید بین صفر و یک و برای انبساط ضریب پشت $f(x)$ باید بزرگ‌تر از یک باشد.

**② گزینهٔ «2»**

ابتدا تابع داده شده را به صورت مربع کامل بازنویسی می‌کنیم تا بتوانیم با $y=x^2$ مقایسه کنیم:

$$y=x^2-2x+3=x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2$$

پس باید $(x-1)^2+2$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت پایین بیاوریم تا بر $x^2$ منطبق شود.

**39٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که ابتدا تابع دادهٔ شدهٔ $y=x^2-2x+3$ را به شکل مربع کامل بازنویسی کرده‌اند تا مقایسه درستی داشته باشند و سپس به راحتی با استفاده از قواعد انتقال نمودار به حل سؤال رسیده‌اند.

**نکته**

در انتقال نمودار $y=f(x)$ به سمت راست یا چپ به مقدار $a$ واحد، به ترتیب، به $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم و در انتقال نمودار $y=f(x)$ به مقدار $a$ واحد به سمت بالا یا پایین، به ترتیب به $f(x)+a$ و $f(x)-a$ می‌رسیم.

**③ گزینهٔ «1»**

از قوانین مربوط به انتقال نمودار که در قسمت نکته گفته شده، داریم:

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{Oa ¾ keH» ¦ Ä}}y=f(x+1)$$

$$\xrightarrow{\text{lÀy n¼d¶ ¾ SLv° ¾¹Äo¤}}y=f(-x+1)$$

$$\xrightarrow{\text{Æoø · jo¨ oHoM »j}}y=2f(-x+1)$$

**65٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از قوانین انتقال به درستی استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که هنگام قرینه کردن، علامت منفی را تنها روی $x$ اعمال کنند یعنی $f(x+1)$ تبدیل به $f(-x+1)$ می‌شود نه $f(-x-1)$.

**نکته**

اگر $a>0$ باشد، زمانی که تابع $y=f(x)$ را $a$ واحد به سمت راست منتقل کنیم، ضابطهٔ $y=f(x-a)$ و زمانی که $a$ واحد به سمت چپ منتقل کنیم $y=f(x+a)$ به دست می‌آید. همچنین زمانی که نمودار را نسبت به محور $y$ ها قرینه کنیم $y=f(-x)$ و زمانی که نسبت به محور $x$ ها قرینه کنیم $y=-f(x)$ به دست می‌آید. نکتهٔ مهم این است که زمانی که تغییری را روی $x$ می‌خواهیم اعمال کنیم، فقط روی $x$ اعمال می‌شود، یعنی زمانی که $f(x+1)$ را نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌کنیم، ضابطهٔ $f(-x+1)$ به دست می‌آید نه $f(-x-1)$. با $a$ برابر کردن عرض نقاط ضابطهٔ $y=af(x)$ و با $a$ برابر کردن طول نقاط ضابطهٔ $y=f(\frac{x}{a})$ به دست می‌آید.

**④ گزینهٔ «1»**

$$f(x)=\sqrt{x-1}\xrightarrow{\text{lÀy n¼d¶ ¾ SLv° ¾¹Äo¤}}y=\sqrt{-x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{SwHn Sمw ¾ keH» 4}}y=\sqrt{-(x-4)-1}$$

$$\Rightarrow y=\sqrt{-x+4-1}=\sqrt{3-x}$$

محل تقاطع با محور طول‌ها یعنی جایی که $y=0$ است.

$$y=\sqrt{3-x}=0\Rightarrow 3-x=0\Rightarrow x=3$$

**65٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از قوانین انتقال نمودار استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که تغییرات مربوط به $x$ را تنها روی $x$ اعمال کنند.

**⑤ گزینهٔ «1»**

به‌ترتیب تغییرات خواسته شده را با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکته روی تابع $y=f(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$f(x)\xrightarrow{\text{SwHn ¾ keH» 1}}f(x-1)\xrightarrow{\text{lÀy n¼d¶ ¾ SLv° ¾¹Äo¤}}f(-x-1)$$

$$\xrightarrow{\text{ólf° Æoø · jo¨ oHoM »j}}y=2f(-x-1)$$

دقت داشته باشید که هنگام قرینه کردن $f(x-1)$ نسبت به محور $y$ ها تنها $x$ قرینه می‌شود نه $x-1$. بنابراین $f(-x-1)$ می‌شود نه $f(-(x-1))=f(-x+1)$.

**54٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکته و تسلط بر قواعد انتقال توانسته‌اند موارد خواسته شده را روی تابع $f(x)$ اعمال کنند.

**نکته**

اگر $(a>0)$ تابع $f(x)$ را $a$ واحد به سمت راست یا چپ ببریم، به ترتیب به ضابطهٔ $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم. با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور $y$ ها ضابطهٔ $f(-x)$ به دست می‌آید.

با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور $x$ ها ضابطهٔ $-f(x)$ به دست می‌آید.

با $a$ برابر کردن عرض نقاط به ضابطهٔ $af(x)$ می‌رسیم. (انبساط/انقباض عمودی)

با $a$ برابر کردن طول نقاط به ضابطهٔ $f(\frac{x}{a})$ می‌رسیم. (انبساط/انقباض افقی)

6 **گزینهٔ «3»**

به ترتیب تغییرات خواسته شده را اعمال می‌کنیم:

$$y=\sqrt{x}\xrightarrow{\text{Swin Saw ¾ keĦ» 2}}\sqrt{x-2}\xrightarrow{\text{ÃÄIQ Saw ¾ keĦ» 1}}$$

$$\sqrt{x-2}-1\xrightarrow{\text{IÀ x n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}}-(\sqrt{x-2}-1)$$

$\Rightarrow$ تابع حاصل : $y=-\sqrt{x-2}+1$

**39% دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از قوانین مربوط به انتقال و قرینه کردن نمودار که در قسمت نکات گفته شده است به درستی استفاده کرده‌اند.

7 **گزینهٔ «1»**

با بازنویسی تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x)=\sqrt{9(x+2)}=3\sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x}-1\xrightarrow{\text{Oa ¾ keĦ» 3}}\sqrt{(x+3)}-1=\sqrt{x+2}$$

$$\xrightarrow{\text{3 KÄoò I Áj¼ø óIvL⁰}}3\sqrt{x+2}=\sqrt{9x+18}$$

**40% دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از مفاهیم انتقال و انبساط و انقباض به درستی استفاده نموده‌اند.

8 **گزینهٔ «1»**

برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع $f$، تمام مراحل داده شده را به صورت عکس روی تابع $g(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$g(x)=-|x+5|+2\xrightarrow{\text{¯I Saw ¾ keĦ» 2}}$$

$$-|x+5|+4\xrightarrow{\text{IÀ x n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}}$$

$$|x+5|-4\xrightarrow{\text{Swin Saw ¾ keĦ» 2}}|x+3|-4$$

$$\Rightarrow f(x)=|x+3|-4$$

**39% دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که از قواعد گفته شده در قسمت نکات استفاده کرده‌اند و با عکس کردن مراحل از انتها به ابتدا، از تابع $g(x)$ به تابع $f(x)$ رسیده‌اند.

**نکته**

به صورت خلاصه داریم: $(a>0)$

$$y=f(x)\begin{cases}\text{Swin Saw ¾ keĦ» } a\to f(x-a)\\ \text{Oa Saw ¾ keĦ» } a\to f(x+a)\\ \text{¯I Saw ¾ keĦ» } a\to f(x)+a\\ \text{ÃÄIQ Saw ¾ keĦ» } a\to f(x)-a\\ \text{IÀ x n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}\to -f(x)\\ \text{IÀ y n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}\to f(-x)\end{cases}$$

توجه کنید که تغییرات $y$ روی کل تابع اعمال می‌شود ولی تغییرات $x$ فقط روی خود $x$ اعمال می‌شود.

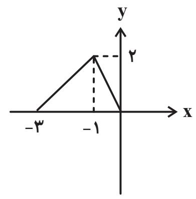
9 **گزینهٔ «3»**

با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکات، ترتیب اعمال تغییرات را درمی‌آوریم و سپس نمودار را رسم می‌کنیم.

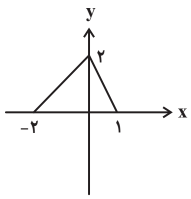
$$f(x)\xrightarrow{\text{Oa ¾ keĦ» ¦ Ä}}f(x+1)\xrightarrow{\text{óI£⁰ J¼ö ·k\{ oIoI »j}}$$

$$f(\frac{x}{2}+1)\xrightarrow{\text{IÀ x n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}}-f(\frac{x}{2}+1)$$

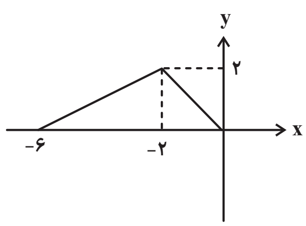
$$\xrightarrow{\text{óI£⁰ Æoø ·k\{ oIoI 3}}-3f(\frac{x}{2}+1)$$



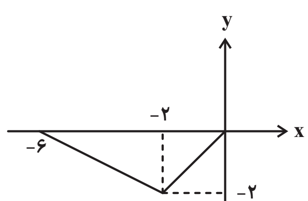

۱ واحد به چپ



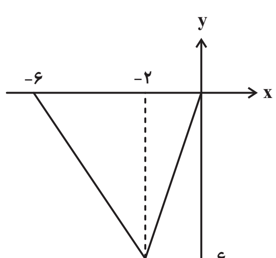

دو برابر کردن طول نقاط




قرینه نسبت به محور xها




۳ برابر کردن عرض نقاط




**63% دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و نکتهٔ گفته شده، مرحله به مرحله پیش رفته‌اند و در نهایت نمودار تابع خواسته شده را رسم کرده‌اند.

**نکته**

زمانی که می‌خواهیم تبدیل تابع $f(x)$ به صورت کلی $y=cf(a+bx)+d$ را بررسی کنیم، به ترتیب از $a$ تا $d$ اعمال می‌کنیم. عدد $a$ مربوط به انتقال در راستای محور $x$ها، ضریب $b$ مربوط به انقباض و انبساط افقی یا انعکاس نسبت به محور $y$ها، ضریب $c$ مربوط به انقباض و انبساط عمودی یا انعکاس نسبت به محور $x$ها و عدد $d$ مربوط به انتقال در راستای محور $y$ها است.

**10 گزینهٔ «2»**

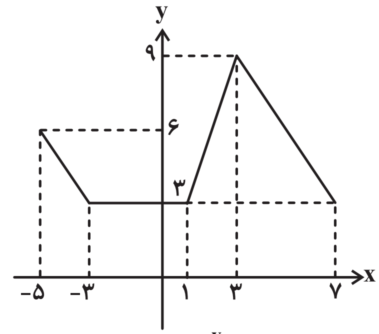
ابتدا مراحل ساخته شدن $y=\frac{1}{3}f(2x-1)$ از $y=f(x)$ را نوشته و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم. (با توجه به نکتهٔ گفته شده)

$$f(x) \xrightarrow{} f(x-1) \xrightarrow[(\frac{1}{2})]{} $$

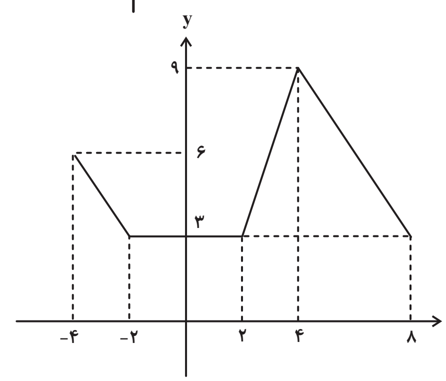
$$f(2x-1) \xrightarrow[(\frac{1}{3})]{\frac{1}{3}} y=\frac{1}{3}f(2x-1)$$

دقت داشته باشید زمانی که طول یعنی $x$ را نصف می‌کنیم، در ضابطه ضریب 2 تنها بر $x$ اعمال می‌شود یعنی داریم: $(2\times x)-1$ نه $2(x-1)$!

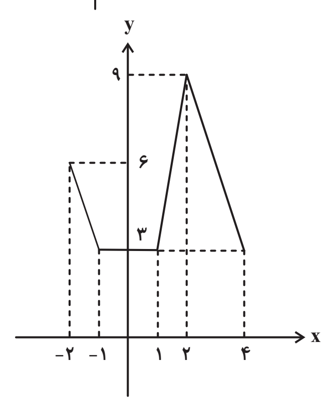
با اعمال مراحل بالا روی نمودار خواهیم داشت:



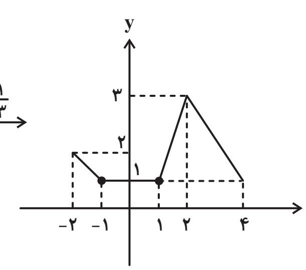
۱ واحد به راست



نصف کردن طول نقاط



$\frac{1}{3}$ برابر کردن عرض نقاط



47% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که با توجه به نکتهٔ گفته شده ترتیب اعمال تغییرات را به درستی نوشته‌اند و روی نمودار $y=f(x)$ اعمال کرده‌اند تا به نمودار خواسته شده برسند.

**11 گزینهٔ «3»**

برای رسیدن به تابع $g(x)$ از تابع $f(x)$ مراحل زیر را باید طی کنیم.

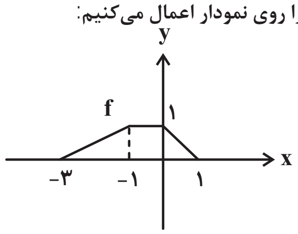
$$f(x) \xrightarrow{2} f(x+2) \xrightarrow[(\frac{1}{2})]{} $$

$$f(2x+2) \xrightarrow{} f(-2x+2)$$

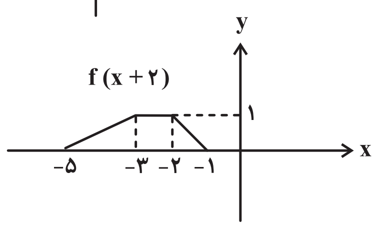
$$\xrightarrow{} -f(-2x+2)$$

$$\xrightarrow{1} g(x)=1-f(2-2x)$$

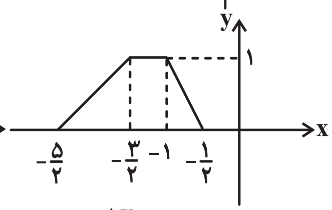
حال این تغییرات را روی نمودار اعمال می‌کنیم:



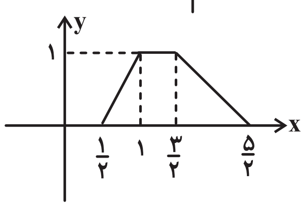
۲ واحد به سمت چپ



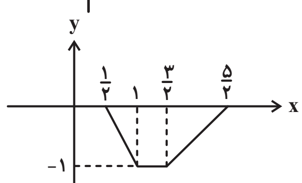
طول نقاط نصف شود



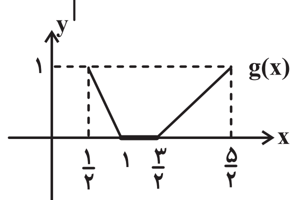
قرینه نسبت به محور yها



قرینه نسبت به محور xها



۱ واحد به سمت بالا



30% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که به نکات گفته شده در مورد رعایت ترتیب اعمال تغییرات تسلط داشته و انتقال‌های مربوطه را به دست آورده و روی نمودار اعمال کرده‌اند.

### 12 گزینهٔ «2»

با توجه به نکتهٔ گفته شده، داریم:

$$f(x)\xrightarrow{\text{Oa Sمw ¾ keﻟ» 1}}f(x+1)\xrightarrow[\text{lÀ x n¼d¶ »}]{\text{lÀ y n¼d¶ ¾ SLv⁰ ¾¹Äo¤}}$$

$$-f(-x+1)\xrightarrow{\text{(Áj¼مø)y ÁITwﻟn nj}\frac{1}{4}\text{KÄoò Jlمøﻟ,Áj¼مø ÆIL£ﻟ}}-\frac{1}{4}f(-x+1)$$

37% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که به ترتیب اعمال تغییرات روی تابع، طبق نکات گفته شده تسلط داشته‌اند و از انتقال و انقباض و انعکاس به درستی استفاده نموده‌اند.

### 13 گزینهٔ «4»

برای پیدا کردن دامنهٔ تابع $g(x)$ باید دامنهٔ تابع $f(x+2)$ و $f(2x)$ را بیابیم و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x+2\in[-4,1]\Rightarrow -4\le x+2\le 1\Rightarrow -6\le x\le -1 \\ 2x\in[-4,1]\Rightarrow -4\le 2x\le 1\Rightarrow -2\le x\le \frac{1}{2}\end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{´ÅoÃ¬Â¶ ¥ﻟoT{ﻟ}}[-2,-1]\Rightarrow D_g=[-2,-1]$$

49% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که عبارات داخل تابع $f$ را در بازهٔ عددی دامنه قرار داده‌اند و مقادیر قابل قبول برای $x$ را به دست آورده‌اند.

**نکته**

زمانی که دامنهٔ تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و می‌خواهیم دامنهٔ تابع $f(u)$ ( $u$ عبارتی برحسب $x$ ) را به دست بیاوریم، باید دقت کنیم که $u\in D_f$ است سپس با توجه به این موضوع مقادیر قابل قبول برای $x$ را به دست می‌آوریم.

### 14 گزینهٔ «2»

دامنهٔ $g(x)$ همان دامنهٔ $f(2x-1)$ است. پس با قرار دادن عبارت $2x-1$ در محدودهٔ دامنهٔ $f$ داریم:

$$D_f=[-2,3]\Rightarrow 2x-1\in[-2,3]\Rightarrow -2\le 2x-1\le 3$$

$$\Rightarrow -1\le 2x\le 4\Rightarrow -\frac{1}{2}\le x\le 2\Rightarrow D_g=[-\frac{1}{2},2]$$

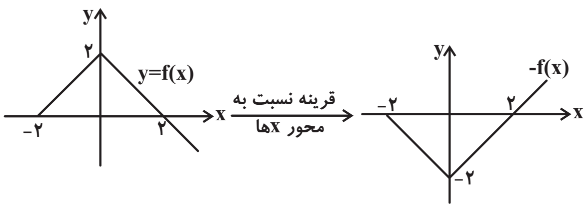
31% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که با قرار دادن $2x-1$ در دامنهٔ تابع $f$ و حل نامعادله مربوطه، حدود $x$ یا به عبارتی دامنهٔ $g$ را به دست آورده‌اند.

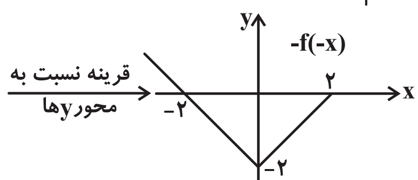
**نکته**

زمانی که دامنهٔ تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و دامنهٔ $f(u)$ ( $u$ عبارتی برحسب $x$ ) از ما خواسته می‌شود، باید با توجه به $u\in D_f$، حدود $x$ را پیدا کنیم. محدوده به دست آمده همان دامنهٔ مطلوب است دقت کنید در اینجا در تابع $f(u)$، عبارت $u(x)$ باید در دامنهٔ $f$ صدق کند نه خود $x$.

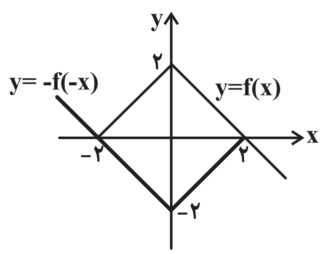
### 15 گزینهٔ «3»

برای رسم نمودار $y=-f(-x)$ باید نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور $x$ ها و $y$ ها قرینه کنیم. بنابراین داریم:




با رسم هر دو نمودار در یک شکل داریم:




سطح محدود بین دو نمودار یک مربع است که از طرفی لوزی هم هست و مساحت آن از رابطه $\frac{\text{oõ¤»j JoòÂle}}{2}$ به دست می‌آید. در نتیجه داریم:

مساحت سطح بین دو نمودار: $S=\frac{4\times 4}{2}=8$

57% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند**، چرا که با تسلط بر قواعد انعکاس، نمودار خواسته شده را رسم کرده‌اند و بعد از آن به راحتی مساحت سطح بین دو نمودار را به‌دست آورده‌اند.

**نکته**

$$y=f(x)\begin{cases}\text{lÀxn¼d¶ ¾ SLv⁰¾¹Äo¤}: y=-f(x)\\ \text{lÀyn¼d¶ ¾ SLv⁰¾¹Äo¤}: y=f(-x)\end{cases}$$

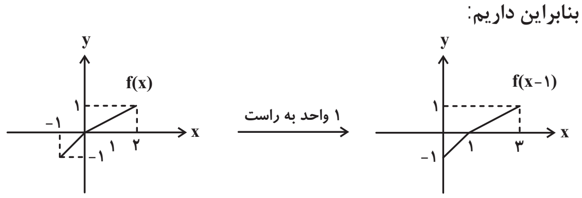
### 16 گزینهٔ «2»

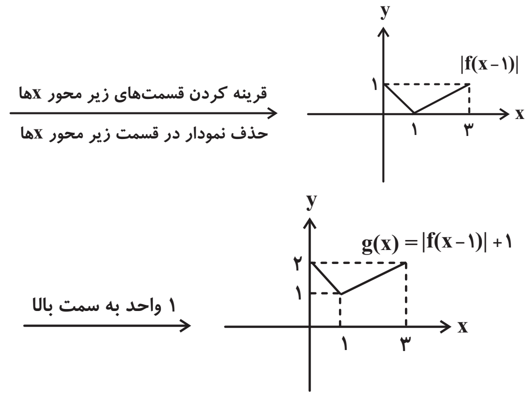
در ابتدا مراحل رسیدن از تابع $f(x)$ به $g(x)$ را می‌نویسیم و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم:

$$f(x)\xrightarrow{\text{Swﻟn ¾ keﻟ» 1}}f(x-1)\xrightarrow{\text{Í lU ®¨ pﻟ ¸TÎo¬ ¢±õ¶nk¤}}$$

$$|f(x-1)|\xrightarrow{\text{¯l Sمw ¾ keﻟ» 1}}g(x)=|f(x-1)|+1$$

بنابراین داریم:






50% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند،** چرا که باتسلط بر قواعد انتقال و نحوهٔ رسم $|f(x)|$ توانسته‌اند نمودار مورد نظر را رسم کنند.

**نکته**

برای رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$ قسمت‌هایی از نمودار $f(x)$ که زیر محور xها هستند را نسبت به این محور قرینه می‌کنیم. سپس قسمت‌های اولیه که زیرمحور xها بوده‌اند را حذف می‌کنیم. قسمت‌های بالای محور x نیز همان‌طور باقی می‌مانند.

$$|f(x)|=\begin{cases} f(x) & f(x)\ge 0 \\ -f(x) & f(x)<0 \end{cases}$$

برای رسم $y=f(|x|)$ قسمت‌هایی که در سمت چپ محور yها است را حذف و قسمت‌های سمت راست محور yها را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.

$$f(|x|)=\begin{cases} f(x) & x\ge 0 \\ f(-x) & x<0 \end{cases}$$

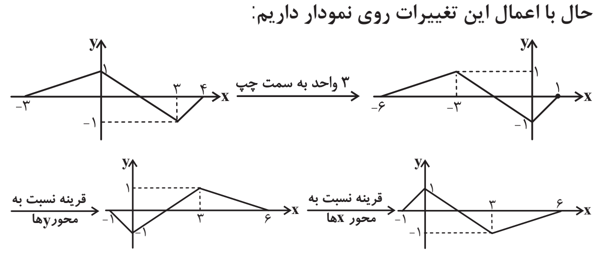
## 17 گزینهٔ «1»

برای این‌که از تابع $-f(x-2)$ به $f(1-x)$ برسیم، باید مراحل زیر را به‌ترتیب بر روی تابع f اعمال کنیم:

$$-f(x-2)\longrightarrow -f(x+3-2)=-f(x+1)$$

$$\longrightarrow -f(-x+1)\longrightarrow f(1-x)$$

حال با اعمال این تغییرات روی نمودار داریم:



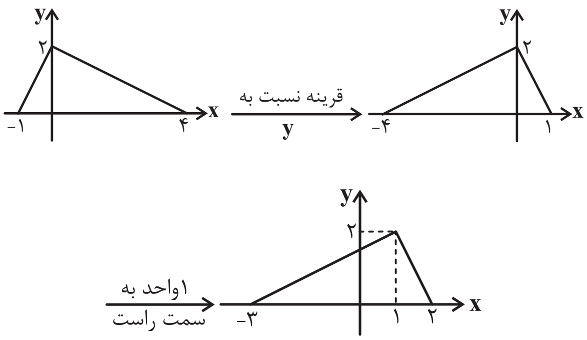

56% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند،** چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و انعکاس توانسته‌اند تابع خواسته شده را از تابع داده شده به دست آورند و سپس همان مراحل را روی نمودار اعمال کردند.

## 18 گزینهٔ «2»

می‌خواهیم از $f(\frac{x}{2})$ به $f(\frac{1-x}{2})$ برسیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$f(\frac{1-x}{2})\longrightarrow f(\frac{1+x}{2})\longrightarrow f(\frac{1+(x-1)}{2})=f(\frac{x}{2})$$

دقت کنید که تغییرات مربوط به طول تابع تنها روی x اعمال می‌شوند نه اعدادی که کنار آن جمع یا تفریق شده‌اند.




51% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند،** چرا که با تسلط بر قواعد انتقال توانسته‌اند مراحل تبدیل تابع را بنویسند و آن را روی نمودار اعمال کنند.

## 19 گزینهٔ «1»

در ابتدا دامنه تابع را می‌یابیم:

$$x+4\ge 0, x\ne 0\to x\ge -4, x\ne 0\Rightarrow D_f=[-4,0)\cup(0,+\infty)$$

حال برای پیدا کردن برد ابتدا تابع را دو ضابطه‌ای کرده و قدر مطلق را حذف می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{x}{x}\sqrt{x+4} & -4\le x<0 \\ \frac{x}{x}\sqrt{x+4} & x>0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} -\sqrt{x+4} & -4\le x<0 \\ \sqrt{x+4} & x>0 \end{cases}$$

در ادامه از روی دامنه، ضابطه را ساخته و برد را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} -4\le x<0\Rightarrow 0\le x+4<4\Rightarrow 0\le\sqrt{x+4}<2\Rightarrow -2<-\sqrt{x+4}\le 0 \\ x>0\Rightarrow x+4>4\Rightarrow\sqrt{x+4}>2 \end{cases}$$

بین جواب‌ها اجتماع می‌گیریم:

$$R_f=(-2,0]\cup(2,+\infty)$$

32% **دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند،** چرا که ابتدا با توجه به دامنهٔ تابع رادیکال، محدوده دامنه را پیدا کرده‌اند و سپس با دو ضابطه‌ای کردن، تابع قدرمطلق را ساده کرده و در نهایت از روی دامنه تابع ضابطه‌ها را ساخته و حدود y یعنی برد تابع را به دست آورده‌اند.

**نکته**

برای پیدا کردن برد تابع، در ابتدا باید دامنه را به‌دست آوریم و سپس از روی دامنه ضابطه تابع را بسازیم تا بتوانیم حدود y یعنی همان برد را پیدا کنیم. توجه کنید که برای حذف قدرمطلق باید ضابطه تابع را بر اساس عبارت درون قدرمطلق بازه‌بندی و ساده کنیم.