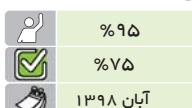


راهبردهای رسم شکل

درس اول

تماشاگران ردیف اول یک مسابقه ورزشی دور یک مستطیل به طول و عرض ۲۸ و ۱۶ متر قرار دارند. اگر فاصله تماشاگران از یکدیگر نیم متر باشد، چنانچه هر ضلع از مستطیل را که تماشاگران در آن قرار دارند، یک متر از زمین مسابقه دورتر کنیم، چه تعداد به تماشاگران ردیف اول اضافه خواهد شد؟ (فاصله‌ها را از مرکز صندلی تا مرکز صندلی بعدی در نظر می‌گیریم).

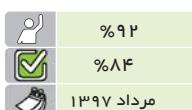


۱۴ (۲)

۱۸ (۴)

۱۲ (۱)
۱۶ (۳)

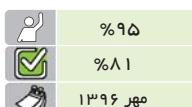
$\frac{3}{7}$ بیماران یک بیمارستان خردسال هستند و $\frac{۳}{۷}$ بیماران، بزرگسال و مرد هستند، چه کسری از بیماران بزرگسال و زن هستند؟ (بهطور کلی بیماران به دو دسته‌ی خردسال و بزرگسال تقسیم می‌شوند و بیماران زن و مرد در دسته‌ی بزرگسال جدا می‌شوند).

 $\frac{۲}{۷}$ (۲) $\frac{۲۰}{۴۹}$ (۴) $\frac{۲۹}{۴۹}$ (۳)

راهبرد الگوسازی

درس دوم

چند عدد سه رقمی فرد وجود دارد که صدگان آن‌ها کمتر از ۶ و دهگان آن‌ها مضرب طبیعی ۴ باشد؟ (بدون تکرار ارقام)



۵۰ (۳)

۳۵ (۴)

۳۹ (۱)

۴۲ (۳)

تعداد محدودی عدد طبیعی متوالی را که از یک شروع می‌شود، پشت سر هم نوشته‌ایم. عدد حاصل ۹۵۷ رقمی است. سه رقم آخر این عدد کدام است؟



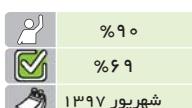
۳۵۵ (۲)

۳۵۶ (۴)

۹۵۷ (۱)

۲۵۶ (۳)

به چند حالت می‌توان یک ظرف ۲۰ لیتری شیر را با پیمانه‌های ۲، ۳ و ۵ لیتری پرکرد؟ (دقیقت کنید که تنها تعداد استفاده از هر پیمانه اهمیت دارد و ترتیب استفاده از هر پیمانه اهمیتی ندارد).



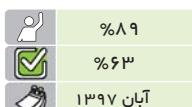
۱۱ (۲)

۱۳ (۴)

۱۰ (۱)

۱۲ (۳)

می‌خواهیم یک اسکناس ۲۰۰ تومانی را به کمک سکه‌های ۱۰، ۲۵ و ۵۰ تومانی خرد کنیم. این کار به چند طریق ممکن است؟



۱۳ (۲)

۱۵ (۴)

۱۶ (۱)

۱۴ (۳)

مساحت مثلثی ۲۱ شده است. چند حالت برای اندازه قاعده و ارتفاع این مثلث وجود دارد؟ (طول قاعده و ارتفاع این مثلث



۴ (۲)
۸ (۴)

۷ عددهای طبیعی‌اند.)

۳ (۱)
۶ (۳)

تعداد زیادی سکه‌های ۲۵، ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان ۳۰۰ تومان درست کرد؟



۱۶ (۲)
۲۰ (۴)

۱۸ (۱)
۱۰ (۳)

تعداد اعداد سه رقمی فرد کوچک‌تر از ۲۰۰ که مضرب ۵ نباشد و مجموع رقمهای آن‌ها ۷ یا کم‌تر باشد، چند تاست؟



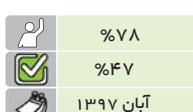
۹ (۲)
۱۱ (۴)

۸ (۱)
۱۰ (۳)

در پرتاب سه تاس با رنگ‌های مختلف، در چند حالت مجموع اعداد رو شده ۹ می‌شود؟



۹ (۲)
۱۶ (۲)
۲۰ (۱)
۲۸ (۴)
۲۵ (۳)



۲۰۰, ۲۰۱, ۲۰۲, ..., ۸۰۰
۴۰۵ (۲)
۴۰۶ (۴)

۴۸۶ (۱)
۴۸۵ (۳)

در بین عددهای زیر، چند عدد شامل رقم ۷ نیست؟



درس سوم راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

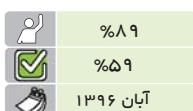
چند عدد دو رقمی وجود دارد که ارقام هر یک از آن‌ها، دو عدد متولی نباشد؟



۷۴ (۲)
۷۲ (۴)

۷۱ (۱)
۷۳ (۳)

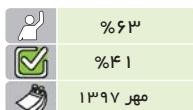
در بین مستطیل‌هایی که مساحت آن‌ها ۴۰ مترمربع است، نسبت بیشترین محیط ممکن به کمترین محیط ممکن کدام است؟
(اندازه طول و عرض مستطیل‌ها عددی طبیعی است)



$\frac{41}{14}$ (۲)
 $\frac{41}{13}$ (۴)

$\frac{11}{7}$ (۱)
 $\frac{22}{13}$ (۳)

در یک آزمون، بهازای هر جواب صحیح، ۱ نمره مثبت و بهازای هر ۳ جواب نادرست، یک نمره منفی برای دانش‌آموز لحاظ می‌شود. اگر از مجموع ۲۰ سؤال نمره ۱۲ کسب شده باشد، این نمره در چند حالت امکان‌پذیر است؟



۲ (۲)
۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

در مجموع ۳۹ عدد متفاوت با شرایط سؤال داریم.

۸۸٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که به فرد بودن عدد مورد نظر و مضرب ۴ بودن دهگان توجه کرده اند.

۴ گزینه «۲»

از ۹۵۷ رقم، ۹ رقم مربوط به اعداد ۱ تا ۹ است. ۹۰ عدد دو رقمی یعنی ۱۸۰ رقم مربوط به اعداد ۱۰ تا ۹۹ است تا به اینجا ۱۸۹ رقم استفاده شده است. حال ۷۶۸ رقم باقی مربوط به اعداد ۳ رقمی است که تعداد آن $\frac{768}{3} = 256$ عدد است. حال ۲۵۶ امین عدد ۳ رقمی ۳۵۵ است.

$$256 + 99 = 355$$

۷۷٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که به دسته بندی اعداد با تعداد ارقام یکسان توجه کرده اند.



نکته

توجه داشته باشید برای یافتن تعداد ارقام باید اعدادی که تعداد ارقام یکسانی دارند، در یک دسته قرار گیرند و برای یافتن تعداد ارقام آن ها تعداد اعداد را در تعداد رقم ضرب کنیم مثلاً از ۱۰ تا ۹۹، ۹۰ عدد ۲ رقمی یعنی $90 \times 2 = 180$ رقم وجود دارد.

۵ گزینه «۲»

با استفاده از جدول نظامدار سؤال را حل می کنیم در واقع می توانیم از ۱۰ پیمانه ۲ لیتری استفاده کنیم و از دیگر پیمانه ها اصلًا استفاده نکنیم. حالا از تعداد پیمانه های ۲ لیتری کم می کنیم و تا حد امکان از دیگر پیمانه ها نیز استفاده می کنیم تا همه حالت های ممکن را پنويسيم.

۵ لیتری	۳ لیتری	۲ لیتری
۰	۰	۱۰
۱	۱	۶
۲	۲	۲
۳	۱	۱
۱	۳	۳
۱	۵	۰
۴	۰	۰
۲	۰	۵
۰	۲	۷
۰	۴	۴
۰	۶	۱

۱۱ حالت \Rightarrow

۶۹٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که به جدول نظامدار توجه کرده اند.

فصل ۱: راهبردهای حل مسئله

۱ گزینه «۳»

در طول زمین با توجه به نیم متری بودن فاصله افراد ۶۰ و در عرض زمین ۳۶ نفر خواهند نشست. از طرفی در کل با توجه به ۴ ضلعی بودن زمین $120 + 72 = 192$ نفر در زمین خواهند بود که در مقایسه با افراد اول $= 176$

$$\frac{12 \times 2}{(28+0/5) \times 2} = \frac{56 \times 2}{(16+0/5) \times 2}$$

نفرات ۲ عرض نفرات ۲ طول

$$192 - 176 = 16$$

نفر

۳۲ نفر

۶ نفر

۳۶ نفر

حالات اول:

حالات دوم:

۷۵٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که به اضافه کردن ۱ واحد به هر طرف شکل توجه کرده اند.



نکته

اگر به هر طرف طول مستطیل یا عرض آن مقداری اضافه کنیم، به کل طول یا عرض دو برابر آن مقدار اضافه می شود.

۲ گزینه «۲»

با توجه به شکل متعلق به بیماران بزرگسال زن می باشد.

۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
----	----	----	----	----	----	----

۸۴٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که به رسم شکل و تقسیم آن به قطعات مساوی این سؤال توجه کرده اند.

۳ گزینه «۱»

از جدول نظامدار برای حل مسئله استفاده می کنیم:
توجه داشته باشید که مضرب طبیعی ۴ اعداد ۴ و ۸ هستند.

تعداد	یکان	دهگان	صدگان
۵	۴	۱,۳,۷,۹	۴
۳	۴	۱,۵,۷,۹	۴
۲	۴	۱,۳,۵,۷,۹	۵
۱	۴	۳,۵,۷,۹	۴
۵	۸	۱,۳,۷,۹	۴
۴	۸	۱,۳,۵,۷,۹	۵
۳	۸	۱,۵,۷,۹	۴
۲	۸	۱,۳,۵,۷,۹	۵
۱	۸	۳,۵,۷,۹	۴

پاسخ تشریحی فصل اول

		۱۰۰ تومانی	۵۰ تومانی	۲۵ تومانی
۰	۰	۳		
۲	۱	۲		
۴	۰	۲		
۰	۲	۲		
۰	۴	۱		
۸	۰	۱		
۶	۱	۱		
۴	۲	۱	۱۶ حالت	⇒
۲	۳	۱		
۰	۶	۰		
۱۲	۰	۰		
۱۰	۱	۰		
۸	۲	۰		
۶	۳	۰		
۴	۴	۰		
۲	۵	۰		

۹ گزینه «۳»

در این نوع مسائل فکر کردن با نظم به سوالات به حل سوالات کمک زیادی خواهد کرد به این ترتیب که ابتدا اعداد سه رقمی با مجموع ارقام ۷ را می‌نویسیم. سپس اعداد سه رقمی با مجموع ارقام ۶ و ... به این ترتیب همه حالت‌های ممکن را در نظر می‌گیریم.

جمع ارقams ۷
۱۵۱و۱۳۳
۱۴۱و۱۲۳
۱۱۳و۱۳۱
۱۲۱و۱۰۳
۱۱۱
جمع ارقام ۲
۱۰۱

۶/۴۲ دانشآموزان به این سوال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که در حل این سوال منظم فکر کرده‌اند. در واقع نکته حل این سوالات این است که هیچ حالتی را از دست ندهیم.

۱۰ گزینه «۳»

کل حالت‌های ممکن که مجموع سه عدد برابر ۹ شوند را می‌نویسیم. این سه عدد باید اعداد کوچک‌تر از ۶ باشند.

(۵,۳,۱)(۴,۳,۲)(۶,۲,۱)(۵,۲,۲)
(۵,۱,۳)(۴,۲,۳)(۶,۱,۲)(۲,۵,۲)
(۱,۳,۵)(۳,۲,۴)(۱,۲,۶)(۲,۲,۵)
(۱,۵,۳)(۳,۴,۲)(۱,۶,۲)(۳,۳,۳)
(۳,۵,۱)(۲,۳,۴)(۲,۶,۱)(۴,۴,۱)
(۳,۱,۵)(۲,۴,۳)(۲,۱,۶)(۴,۱,۴)(۱,۴,۴)

۲۵ حالت ⇒

برای حل این نوع سوالات بهترین کار رسم جدول نظامدار است. در جدول نظامدار تلاش می‌کنیم در هر مرحله از تعداد یک نوع سکه کم کنیم و به تعداد بقیه بیفزاییم.

	۱۰۰ تومانی	۵۰ تومانی	۲۵ تومانی
۰	۰	۲۰	
۱	۰	۱۵	
۰	۲	۱۵	
۰	۴	۱۰	
۲	۰	۱۰	
۱	۲	۱۰	
۰	۶	۵	۱۴ حالت ⇒
۳	۰	۵	
۲	۲	۵	
۱	۴	۵	
۰	۸	۰	
۳	۲	۰	
۲	۴	۰	
۱	۶	۰	

۹۶٪ دانشآموزان به این سوال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رسم جدول نظامدار توجه کرده‌اند.

۷ گزینه «۴»

می‌دانیم که مساحت مثلث عبارت است از:

بنابراین باید اعدادی طبیعی را بیاییم که حاصل ضرب آن‌ها ۴۲ واحد باشد.
با استفاده از راهبرد الگوسازی داریم:

مساحت	ارتفاع	قاعده
۲۱	۴۲	۱
۲۱	۱	۴۲
۲۱	۲۱	۲
۲۱	۲۱	۲۱
۲۱	۱۴	۳
۲۱	۳	۱۴
۲۱	۷	۶
۲۱	۶	۷

۸ حالت ⇒

۳۰۰ تومان را می‌توان تنها با ۳ سکه ۱۰۰ تومانی درست کرد. به همین ترتیب تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی را طبق جدول نظامدار زیر کاهش می‌دهیم و به تعداد دیگر سکه‌ها می‌افزاییم.

محیط	عرض	طول
۴۰	۱	۸۲
۲۰	۲	۴۴
۱۰	۴	۲۸
۸	۵	۲۶

بیشترین محیط ممکن از مستطیلی به طول ۴۰ و عرض ۱ و کمترین محیط ممکن از مستطیلی به طول ۸ و عرض ۵ حاصل می‌شود.
 $(40+1) \times 2 = 82$: بیشترین محیط
 $(8+5) \times 2 = 26$: کمترین محیط

$$\frac{82}{26} = \frac{41}{13}$$

۵۹٪ دانشآموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به انتخاب چگونگی اضلاع برای ابعاد بیشترین و کمترین محیط توجه کرده‌اند.

نکته

برای ساخت کمترین محیط در یک مستطیل طول و عرض را باید نزدیک به هم انتخاب کنیم و برای ساخت بیشترین محیط مستطیل باید اعدادی را انتخاب کنیم که فاصله آن‌ها از یکدیگر زیاد است.

گزینه «۳»

حالاتی ممکن را طبق جدول زیر با تعداد پاسخ غلط صفر شروع می‌کنیم و ادامه می‌دهیم:

تعداد درست و نادرست	جمع درست و نادرست	نمره نهایی	تعداد غلط
۱۲	$12 \times 1 = 12$	۱۲	۰
۱۶	$13 \times 1 - 1 = 12$	۱۲	۳
۲۰	$14 \times 1 - 2 = 12$	۱۲	۶
۲۴	$15 \times 1 - 3 = 12$	۱۲	۹
۲۸	$16 \times 1 - 4 = 12$	۱۲	۱۲

$$4 \times 3 = 12$$

این نمره در ۳ حالت امکان‌پذیر است.

۴۱٪ دانشآموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به جدول نظامدار توجه کرده‌اند.

نکته

با توجه به اینکه هر ۳ پاسخ نادرست یک پاسخ صحیح را از بین می‌برد پس می‌توان رابطه نمره نهایی را به صورت (غلط - $\times 3$ درست) در نظر گرفت.

گزینه «۲»

در هر مرحله، اعداد فرد به ترتیب به عدد قبلی اضافه می‌شود.

$$0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, 80, 99, 120$$

جمله دهم برابر با ۹۹ و جمله نهم برابر با ۸۰ است.

$$80 + 99 = 179$$

۴۰٪ دانشآموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به این نکته که یک تاس عدد ۱ تا ۶ را می‌پذیرد و جایه‌جایی در ترتیب اعداد رو شده حالات جدید می‌سازد توجه کرده‌اند.

گزینه «۴»

با توجه به خواسته مسئله مبنی بر حذف رقم ۷ در اعداد صدگان می‌تواند اعداد ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ را (۵ حالت) دهگان و یکان اعداد صفر تا ۹ به جز ۷ یعنی هر کدام ۹ حالت می‌توانند اختیار کنند. حال با ضرب این حالات به عدد ۴۰۵ می‌رسیم اما چون برای صدگان رقم ۸ را در نظر نگرفتیم باید در انتهای ۱ عدد ۸۰۰ را به تعداد اعداد اضافه کنیم.

$$405 + 1 = 406$$

۴۷٪ دانشآموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به حالت بندی ارقام در عدد و انتخاب ارقام براساس شرایط مسئله توجه کرده‌اند.

نکته

برای ساخت یک عدد می‌توانیم حالتی که برای هر رقم آن در جدول ارزش مکانی ممکن است را در نظر بگیریم و آن‌ها را در هم ضرب کنیم.

گزینه «۳»

اعداد دو رقمی از ۱۰ تا ۹۹ یعنی ۹۰ عدد هستند که اگر اعدادی که ارقام آن‌ها متوالی هستند را کم کنیم پاسخ مسئله به دست می‌آید.
 $10, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89$
 $21, 32, 43, 54, 65, 76, 87, 98$
 $90 - 17 = 73$

۶۱٪ دانشآموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به حذف حالات نامطلوب مسئله توجه کرده‌اند.

نکته

اصل متمم: اگر از کل حالات ممکن حالات نامطلوب را حذف کنیم حالات مطلوب به دست می‌آید. مثلًا اگر می‌خواهیم تعداد اعداد غیر اول بین اعداد ۱۰ تا ۶۵ را محاسبه کنیم، کافی است. تعداد اعداد اول از ۱۰ تا ۶۵ را از کل اعداد کم کنیم تا اعداد غیر اول به دست آیند.

گزینه «۴»

مساحت مستطیل ۴۰ مترمربع است یعنی حاصلضرب طول و عرض آن برابر با عدد ۴۰ شده است. پس تمام حالاتی ممکن برابر طول و عرض‌هایی را می‌نویسیم که حاصلضرب ۴۰ را بدهد. توجه داشته باشید که طول مستطیل همواره بزرگ‌تر از عرض آن است: