

معرفی مجموعه

۱ مجموعه  $A = \{(0/15)^2, \sqrt{70}, (2/9)^2, 8/37, 0/225\}$  چند عضو دارد؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

	%۸۳
	%۵۴
	مرداد ۱۳۹۹

۲ کدام یک از گزینه‌های زیر یک مجموعه را توصیف نمی‌کند؟

- (۱) دانش آموزان مدارس تیزهوشان
- (۲) کتاب‌های آموزنده ادبیات
- (۳) شهرهای شمالی کشور ایران
- (۴) نویسندگان معاصر داستان کوتاه اروپا

	%۸۳
	%۴۹
	مهر ۱۴۰۰

۳ کدام عبارت در مورد مجموعه  $A = \{a, b, 1, 1, 2\}$  صحیح است؟ (a و b متغیر هستند).

- (۱) حداقل ۲ عضو و حداکثر ۵ عضو دارد.
- (۲) حداقل ۳ عضو و حداکثر ۵ عضو دارد.
- (۳) حداقل ۲ عضو و حداکثر ۴ عضو دارد.
- (۴) در هر شرایطی ۵ عضو دارد.

	%۷۶
	%۵۷
	آبان ۱۴۰۱

۴ اگر  $A = \{5, \{5\}, \{5, 6, 7\}\}$  باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- |                 |               |                   |                          |
|-----------------|---------------|-------------------|--------------------------|
| (الف) $5 \in A$ | (ب) $6 \in A$ | (ج) $\{5\} \in A$ | (د) $\{5, \{5\}\} \in A$ |
| (۱) ۳           | (۲) ۴         | (۳) ۵             | (۴) ۶                    |
- (هـ)  $\{5, 6, 7\} \in A$  (و)  $\{7\} \in A$  (ز)  $7 \in A$

	%۷۲
	%۴۳
	فروردین ۱۴۰۰

۵ کدام گزینه نشان‌دهنده یک مجموعه تهی نیست؟

- (۱) مجموعه اعداد صحیح بین -۶۱ و -۶۰.
- (۲) مجموعه اعداد طبیعی نه زوج و نه فرد.
- (۳) مجموعه چهارضلعی‌هایی که زاویه‌ای بزرگ‌تر از  $180^\circ$  دارند.
- (۴) مجموعه اعداد صحیحی که مجذورشان منفی است.

	%۸۳
	%۵۱
	آبان ۱۳۹۹

۶ کدام گزینه بیانگر یک مجموعه ناتهی است؟

- (۱) اعداد مرکب و منفی یک رقمی
- (۲) اعداد اول زوج دو رقمی
- (۳) اعداد مرکب و منفی دو رقمی
- (۴) هیچ کدام

	%۶۵
	%۳۷
	شهریور ۱۴۰۰

۷ اگر  $A_1 = \{1\}$ ،  $A_2 = \{2, 3, 4\}$ ،  $A_3 = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ،  $A_4 = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$  و ... باشد و این الگو برای سایر مجموعه‌ها

نیز وجود داشته باشد، سیزدهمین عدد از مجموعه  $A_{13}$  کدام است؟

- (۱) ۱۸۲
- (۲) ۱۵۷
- (۳) ۱۶۵
- (۴) ۱۳۴

	%۶۲
	%۳۸
	تیر ۱۴۰۱

۸ اگر  $A_1 = \{1\}$ ،  $A_2 = \{2, 3\}$ ،  $A_3 = \{4, 5, 6\}$ ،  $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$  و ... باشد، در این صورت مجموعه  $A_1$  با کدام عدد شروع می‌شود؟

	%۶۰
	%۴۲
	مرداد ۱۴۰۰

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

۵۶ (۴)

۵۵ (۳)

مجموعه‌هاک برابر و نمایش مجموعه‌ها

۹ دو مجموعه  $\{y, 8, z\}$  و  $\{x, 3\}$  با هم برابرند. بیش‌ترین مقدار عبارت  $x + y - z$  کدام است؟

	%۵۶
	%۲۳
	شهریور ۱۴۰۰

۸ (۱)

۱۳ (۲)

۱۷ (۳)

۱۹ (۴)

۱۰ تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{1, 2, 3\}$  چند تا بیش‌تر از تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $B = \{4, 5\}$  است؟

	%۸۴
	%۵۵
	آبان ۱۳۹۶

۱ یکی

۲ دو تا

۳ چهار تا

۴ شش تا

۱۱ مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  چند زیرمجموعه دارد که دارای عضو  $b$  و فاقد عضو  $e$  باشد؟ (تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $2^n$  است.)

	%۷۷
	%۵۲
	آبان ۱۴۰۰

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ اگر  $A = \{8, 2 + y, 2\}$  و  $B = \{6, 2x, 6 - y\}$  باشد و بدانیم  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ : حاصل  $3y - 2x$  کدام است؟

	%۶۳
	%۴۳
	مرداد ۱۳۹۹

۴ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

صفر (۴)

۱۳ اعضای کدام مجموعه نادرست مشخص شده است؟

(۱)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, -2 \leq x < 3\} = \{1, 2\}$

(۲)  $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x < 1\} = \{0\}$

(۳)  $C = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, 0 \leq x \leq 1\} = \{0, 1\}$

(۴)  $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x < 0\} = \{\}$

	%۷۷
	%۴۸
	شهریور ۱۴۰۰

۱۴ در کدام یک از مجموعه‌های زیر، هیچ عدد زوجی وجود ندارد؟

(۱)  $A = \{x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$

(۲)  $B = \{2x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$

(۳)  $C = \{x^3 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$

(۴)  $D = \{2x^3 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\}$

	%۶۱
	%۴۶
	مهر ۱۳۹۹

اجتماع، اشتراك و تفاضل مجموعه‌ها

۱۵ مجموعه‌های  $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  و  $B = \{-3, -1, 3, 1, 5\}$  تعریف شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟

	%۹۱
	%۵۱
	آبان ۱۳۹۶

- (۱)  $A \subseteq B$
- (۲)  $\{-3, 5\} \not\subset B$
- (۳)  $\{2, 4\} \in A$
- (۴)  $B - A \neq \emptyset$

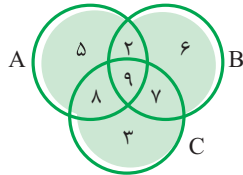
۱۶ اگر  $A \subset B \subset C$  باشد، حاصل  $(A \cup B) - (A \cup C)$  کدام است؟

	%۸۷
	%۶۴
	آبان ۱۳۹۶

- (۱)  $\emptyset$
- (۲)  $A$
- (۳)  $B$
- (۴)  $C$

۱۷ با توجه به نمودار ون زیر، عدد ۸ عضو کدام مجموعه زیر است؟

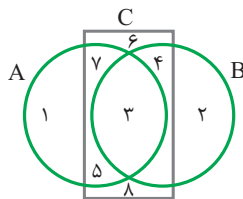
	%۸۴
	%۵۱
	آبان ۱۳۹۶



- (۱)  $(A \cup B) - (A \cap C)$
- (۲)  $(A \cup C) - (A - B)$
- (۳)  $(B \cap C) - (A \cap B)$
- (۴)  $(B \cup C) - B$

۱۸ با توجه به نمودار ون زیر، کدام گزینه نادرست است؟

	%۸۳
	%۶۴
	مهر ۱۳۹۸



- (۱)  $4 \in (B - A)$
- (۲)  $7 \notin (B \cap C)$
- (۳)  $6 \in (C - (A \cup B))$
- (۴)  $3 \in (A - C)$

۱۹ اگر  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$ ،  $A \cap B = \{a, f\}$  و  $B = \{a, b, e, f\}$  باشد، آن‌گاه مجموعه  $A$  کدام است؟

	%۸۳
	%۶۲
	مرداد ۱۳۹۸

- (۱)  $\{a, f, c, d\}$
- (۲)  $\{a, f, c\}$
- (۳)  $\{a, f, e, c, d\}$
- (۴)  $\{a, b, c, d, f\}$

۲۰ اگر  $A \cup B$  ده عضو،  $A \cap B$  سه عضو و  $B - A$  هفت عضو داشته باشد، کدام گزینه لزوماً درست است؟

	%۷۹
	%۵۱
	آبان ۱۳۹۶

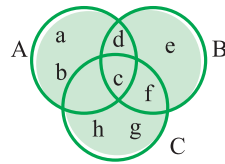
- (۱)  $A - B$  دقیقاً سه عضو دارد.
- (۲)  $A - B$  یک مجموعه تهی است.
- (۳)  $A - B$  دقیقاً به اندازه  $B - A$  عضو دارد.
- (۴)  $A - B$  با  $A \cup B$  برابر است.

۲۱ اگر  $B - A = B$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

	%۷۹
	%۴۸
	آبان ۱۴۰۰

- (۱)  $A = \emptyset$
- (۲)  $A \cap B = \emptyset$
- (۳)  $B = \emptyset$
- (۴)  $A \cup B = \emptyset$

۲۲ با توجه به نمودار زیر، کدام گزینه نادرست است؟



	%۷۸
	%۶۱
	آبان ۱۳۹۹

(۱)  $A - B = \{a, b\}$

(۲)  $B \cap C = \{c, f\}$

(۳)  $A - C = \{a, b\}$

(۴)  $A \cap (B \cap C) = \{c\}$

۲۳ کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست نیست؟

(۱) اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه است.

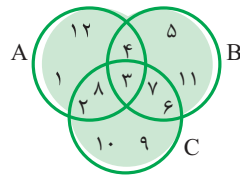
(۲) مجموعه  $A - B$  زیرمجموعه اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  است.

(۳) اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه  $A$  و  $B$  است.

(۴) اجتماع دو مجموعه  $(A \cap B)$  و  $(B - A)$  برابر با مجموعه  $B$  است.

	%۷۸
	%۵۲
	مهر ۱۳۹۷

۲۴ با توجه به نمودار و ن حاصل  $(A \cup B) \cap C - (A \cap B)$  کدام است؟



	%۷۷
	%۶۳
	مهر ۱۳۹۸

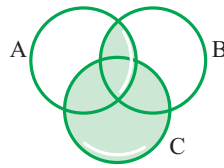
(۱)  $\{۲, ۳, ۶, ۷, ۸\}$

(۲)  $\{۶, ۷\}$

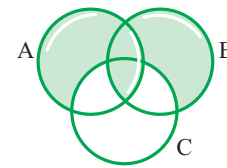
(۳)  $\{۲, ۶, ۷, ۸\}$

(۴)  $\{۲, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$

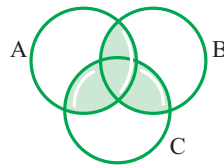
۲۵ کدام شکل در حالت کلی مجموعه  $((A \cup B \cup C) - C) \cup (A \cap B \cap C)$  را نشان می‌دهد؟



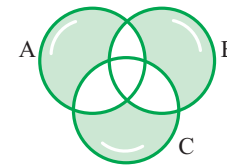
(۲)



(۱)



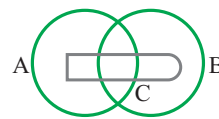
(۴)



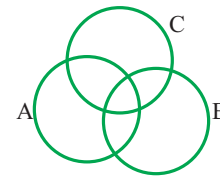
(۳)

	%۷۵
	%۵۴
	آبان ۱۴۰۰

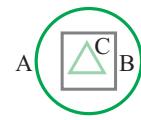
۲۶ اگر برای سه مجموعه  $A, B, C$  داشته باشیم:  $(A \cup B) \cap C = C$  و  $A \cap B \neq B$ ، کدام نمودار می‌تواند نمایش این سه مجموعه باشد؟



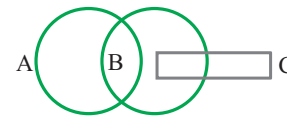
(۲)



(۱)



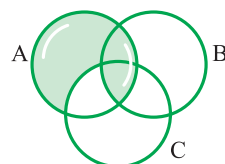
(۴)



(۳)

	%۷۲
	%۴۹
	آبان ۱۳۹۹

۲۷ کدام گزینه قسمت رنگی را نشان می‌دهد؟



	%۷۰
	%۴۹
	مرداد ۱۳۹۸

(۱)  $(A - C) \cup B$

(۲)  $(A - C) - (B \cap C)$

(۳)  $(A - C) \cup (A \cap B)$

(۴)  $A \cup (A \cap B \cap C)$



۳۵ دو تاس را با فاصله زمانی چند ثانیه پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد عدد رو شده تاس دوم از عدد رو شده تاس اول بیش‌تر باشد؟ (تعداد همه حالت‌های ممکن، ۳۶ حالت است).

	%۷۱
	%۵۲
	بهمن ۱۳۹۹

$$\begin{array}{l} (۱) \frac{۵}{۱۲} \\ (۲) \frac{۱}{۲} \\ (۳) \frac{۷}{۱۲} \\ (۴) \frac{۱۷}{۳۶} \end{array}$$

۳۶ عددی را به صورت تصادفی از اعداد ۱ تا ۳۶، به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که این عدد شمارنده ۳۶ نباشد، کدام است؟

	%۷۱
	%۴۵
	آبان ۱۳۹۸

$$\begin{array}{l} (۱) \frac{۲}{۳} \\ (۲) \frac{۳}{۴} \\ (۳) \frac{۲۵}{۳۶} \\ (۴) \frac{۱}{۴} \end{array}$$

۳۷ دو تاس را همزمان با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال حاصل ضرب دو عدد رو شده عددی طبیعی کوچکتر از نه و بزرگتر از پنج است؟

	%۶۸
	%۵۳
	آبان ۱۳۹۶

$$\begin{array}{l} (۱) \frac{۱۱}{۳۶} \\ (۲) \frac{۱۳}{۳۶} \\ (۳) \frac{۱}{۴} \\ (۴) \frac{۱}{۶} \end{array}$$

۳۸ هر یک از دو صفحه عقربه‌دار به ۴ قطاع مساوی با شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ تقسیم شده‌اند. عقربه مربوط به هر صفحه را می‌چرخانیم. احتمال این‌که عقربه‌ها در نواحی هم‌شماره متوقف شوند، کدام است؟

	%۶۸
	%۴۸
	آبان ۱۳۹۸

$$\begin{array}{l} (۱) \frac{۱}{۸} \\ (۲) \frac{۱}{۴} \\ (۳) \frac{۳}{۸} \\ (۴) \frac{۱}{۲} \end{array}$$

۳۹ هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ...، ۲۰ بر روی ۲۰ گوی یکسان نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آن‌ها بیرون آوریم، با کدام احتمال عدد آن زوج ولی بر ۳ بخش پذیر نیست؟

	%۶۶
	%۵۰
	بهمن ۱۴۰۰

$$\begin{array}{l} (۱) ۰/۳ \\ (۲) ۰/۴ \\ (۳) ۰/۳۵ \\ (۴) ۰/۴۵ \end{array}$$

۴۰ در داخل جعبه‌ای تعدادی مهره سفید و ۴۲ مهره سیاه وجود دارد. اگر یک مهره به تصادف خارج کنیم، احتمال سفید بودن آن برابر  $\frac{۱۱}{۲۵}$  است. تعداد مهره‌های سفید داخل جعبه کدام است؟

	%۶۵
	%۴۵
	شهریور ۱۳۹۹

$$\begin{array}{l} (۱) ۲۵ \\ (۲) ۳۲ \\ (۳) ۳۳ \\ (۴) ۳۹ \end{array}$$

۴۱ احتمال این‌که در پرتاب دو تاس سالم، اعداد رو شده برابر باشند یا مجموع آن‌ها ۱۱ شود، کدام است؟

	%۵۷
	%۴۲
	مهر ۱۴۰۱

$$\begin{array}{l} (۱) \frac{۳}{۱۰} \\ (۲) \frac{۲}{۹} \\ (۳) \frac{۴}{۱۱} \\ (۴) \frac{۵}{۱۲} \end{array}$$



عددهای گویا

۴۲ به ازای چه مقداری از  $a$ ، عدد گویای  $\frac{a}{2}$  وسط  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{2}{5}$  قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۱۱
- (۲) ۹
- (۳) ۷
- (۴) ۳

	%۶۹
	%۴۶
	آبان ۱۳۹۹

۴۳ کدام یک از اعداد زیر بین  $\frac{2}{7}$  و  $\frac{3}{5}$  قرار ندارد؟

- (۱)  $\frac{23}{70}$
- (۲)  $\frac{123}{210}$
- (۳)  $\frac{85}{140}$
- (۴)  $\frac{63}{210}$

	%۵۳
	%۳۶
	آبان ۱۴۰۱

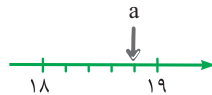
۴۴ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $-3 + \frac{3}{5} = -\frac{12}{5}$
- (۲)  $-4\frac{1}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{67}{15}$
- (۳)  $-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$
- (۴)  $-\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{1}{24}$

	%۹۲
	%۵۸
	مرداد ۱۳۹۷

۴۵  $a$  نشان دهنده کدام عدد روی محور اعداد زیر است؟

- (۱)  $\frac{18}{4}$
- (۲)  $\frac{18}{4}$
- (۳)  $\frac{94}{5}$
- (۴)  $\frac{94}{4}$



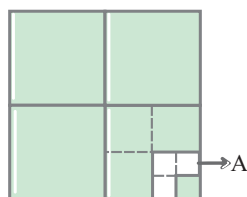
	%۷۹
	%۶۱
	اردیبهشت ۱۴۰۱

۴۶ حاصل عبارت  $-\left(\frac{1}{3}\right) + \left[\frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{4}\right)}\right] \div \frac{1}{7}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{8}{3}$
- (۲)  $\frac{8}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $-\frac{2}{3}$

	%۷۹
	%۶۰
	بهمن ۱۳۹۶

۴۷ اگر مساحت کل مربع بزرگ را یک واحد در نظر بگیریم، کدام عدد گویا، نمایانگر مساحت ناحیه  $A$  است؟ (A کل ناحیه هاشورنخورده است.)



- (۱)  $\frac{3}{64}$
- (۲)  $\frac{9}{64}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{3}{16}$

	%۷۴
	%۶۲
	اردیبهشت ۱۴۰۱

۴۸ حاصل عبارت  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{1398 \times 1399}$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{1399}{1398}$
- (۳)  $\frac{1398}{1399}$
- (۴)  $\frac{2 \times 1398}{1398 \times 1399}$

	%۶۹
	%۴۵
	شهریور ۱۳۹۹



۴۹ اگر  $A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$  باشد،  $A - \frac{1}{A}$  برابر کدام است؟

	%۶۴
	%۵۲
	مرداد ۱۳۹۶

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۵۰ حاصل عبارت زیر کدام است؟

	%۶۲
	%۵۳
	آذر ۱۳۹۷

$$\left(-2\frac{1}{3}\right) \div \left(3\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{6} \div \left(\frac{3}{2} + 4\frac{1}{3}\right)$$

- (۱)  $-\frac{38}{77}$  (۲)  $-\frac{77}{38}$  (۳)  $\frac{38}{77}$  (۴)  $\frac{77}{38}$

۵۱ معکوس حاصل عبارت  $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$  را به صورت  $\frac{a}{b}$  نوشته‌ایم، به طوری که  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول هستند. حاصل

	%۵۸
	%۳۳
	آذر ۱۴۰۱

- (۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) -۴۱ (۴) -۳۹

۵۲ قرینه معکوس حاصل عبارت  $\frac{1}{\frac{1}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}}$  کدام است؟

	%۵۴
	%۳۱
	فروردین ۱۴۰۱

- (۱)  $\frac{11}{2}$  (۲)  $-\frac{11}{2}$  (۳)  $\frac{2}{11}$  (۴)  $-\frac{2}{11}$

۵۳ حاصل عبارت زیر کدام است؟

	%۵۳
	%۴۳
	مرداد ۱۳۹۶

$$\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4}\right) - 3 \left(\frac{7}{2} - 3\frac{1}{2}\right)$$

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{13}{42}$  (۳)  $\frac{17}{18}$  (۴)  $\frac{19}{18}$

۵۴ نمایش اعشاری کسر  $\frac{x}{210}$ ، مختوم است.  $x$  کدام عدد زیر، نمی‌تواند باشد؟

	%۷۱
	%۵۵
	بهمن ۱۳۹۹

- (۱) ۴۲ (۲) ۲۱ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰۵

۵۵ در کدام گزینه، کسرهای سازنده عددهای  $\frac{1}{24}$ ،  $\frac{3}{7}$  و  $\frac{2}{35}$  به ترتیب از راست به چپ آمده است؟

	%۵۱
	%۴۲
	خرداد ۱۳۹۹

- (۱)  $\frac{77}{35}, \frac{105}{42}, \frac{171}{57}$  (۲)  $\frac{273}{78}, \frac{78}{91}, \frac{221}{65}$  (۳)  $\frac{41}{33}, \frac{102}{27}, \frac{106}{45}$  (۴)  $\frac{255}{102}, \frac{126}{85}, \frac{231}{77}$

عددهای حقیقی

۵۶ عدد  $3 - \sqrt{5}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱) -۱ و صفر
- (۲) صفر و ۱
- (۳) ۱ و ۲
- (۴) -۲ و -۱

	%۸۴
	%۵۹
	آذر ۱۳۹۷

۵۷ چند عدد گویا بین  $\sqrt{6}$  و  $\sqrt{7}$  وجود دارد؟

- (۱) هیچ عدد گویایی بین این دو عدد وجود ندارد.
- (۲) دقیقاً یک عدد گویا بین این دو عدد وجود دارد.
- (۳) دقیقاً دو عدد گویا بین این دو عدد وجود دارد.
- (۴) بی‌شمار عدد گویا بین این دو عدد وجود دارد.

	%۸۸
	%۶۲
	آبان ۱۳۹۶

۵۸ اگر نمایش مجموعه  $A$  روی محور به صورت زیر باشد، نمایش مجموعه  $A$  به زبان ریاضی کدام است؟



- (۱)  $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid -1 < x \leq 2\}$
- (۲)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$
- (۳)  $A = \{x \in \mathbb{Q}' \mid -1 < x \leq 2\}$
- (۴)  $A = \{x \in \mathbb{R}' \mid -1 < x \leq 2\}$

	%۹۳
	%۸۷
	اسفند ۱۳۹۸

۵۹ کدام یک از مجموعه‌های زیر سه عضوی است؟

- (۱)  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 2\}$
- (۲)  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$
- (۳)  $C = \{x \mid x \in \mathbb{W}, 0 \leq x \leq 2\}$
- (۴)  $D = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, 0 \leq x \leq 2\}$

	%۸۷
	%۶۲
	مهر ۱۴۰۰

۶۰ چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف)  $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$
- (ب)  $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$
- (ج)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}'$
- (د)  $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{Q}'$

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

	%۸۶
	%۷۴
	آذر ۱۳۹۸

۶۱ مجموعه  $M$  چند عضو گویا دارد؟

$$M = \left\{ \sqrt{3}, \frac{\pi}{4}, \sqrt{16}, \frac{3}{2}, \sqrt{3^2} \right\}$$

- (۱) یک
- (۲) دو
- (۳) سه
- (۴) چهار

	%۸۳
	%۴۵
	مهر ۱۴۰۱

۶۲ عدد  $3 - \sqrt{29}$  به کدام یک از مجموعه‌های زیر تعلق دارد؟

- (۱)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > -8\}$
- (۲)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x < -9\}$
- (۳)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, -9 < x < -8\}$
- (۴)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, 2 < x < 3\}$

	%۷۵
	%۴۷
	مهر ۱۴۰۰

۶۳ چه تعداد از روابط زیر درست است؟

الف)  $\pi \in \mathbb{Q}$       ب)  $3/14 \in \mathbb{Q}$       ج)  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$       د)  $\sqrt{289} \in \mathbb{N}$       هـ)  $(-10)^2 \notin \mathbb{N}$

	%۷۵
	%۳۷
	آبان ۱۴۰۱

- (۱) دو  
(۲) سه  
(۳) چهار  
(۴) پنج

۶۴ حاصل  $(a+5)\sqrt{3}$  یک عدد گویا است. مقدار  $a$  کدام گزینه است؟ ( $a$  عددی گویا است.)

	%۶۷
	%۴۵
	آذر ۱۴۰۰

- (۱) ۴  
(۲) ۵  
(۳) صفر  
(۴) -۵

۶۵ کدام گزینه نادرست است؟

	%۶۴
	%۵۰
	فروردین ۱۳۹۷

- (۱)  $2 < 1 + \sqrt{3} < 3$   
(۲)  $-3 < 1 - \sqrt{10}$   
(۳)  $3 < \sqrt{7} + 2 < 4$   
(۴)  $-1 - \sqrt{5} + 2 < 0$

۶۶  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی و بزرگ‌تر از یک هستند. کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

	%۶۲
	%۴۰
	اسفند ۱۳۹۸

- (۱)  $\frac{a}{b-1}$   
(۲)  $\frac{2a}{2b+1}$   
(۳)  $\frac{a}{b+1}$   
(۴)  $\frac{2a}{2b-1}$

۶۷ حاصل عبارت  $(\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}) \cup (\mathbb{W} \cap \mathbb{Q}) - (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$  کدام گزینه است؟

	%۶۰
	%۳۵
	شهریور ۱۴۰۰

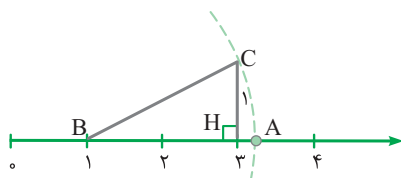
- (۱)  $\mathbb{Z}$   
(۲)  $\mathbb{Q}$   
(۳)  $\emptyset$   
(۴)  $\mathbb{R}$

۶۸ کدام عدد گنگ است؟

	%۵۳
	%۳۱
	مرداد ۱۴۰۱

- (۱)  $(\sqrt{5})^2$   
(۲)  $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{20}+2}$   
(۳)  $\frac{2\pi}{3}$   
(۴)  $\frac{-5\sqrt{72}}{4\sqrt{2}}$

۶۹ نقطه  $A$  روی محور اعداد زیر متناظر کدام عدد است؟ ( $A$  محل برخورد کمانی به شعاع  $BC$  و به مرکز  $B$  با محور است.)



	%۸۳
	%۶۵
	آذر ۱۳۹۶

- (۱)  $2 + \sqrt{2}$   
(۲)  $1 + \sqrt{5}$   
(۳)  $2 + \sqrt{3}$   
(۴)  $\sqrt{10}$

## فصل ۱: مجموعه‌ها

## ۱ گزینه «۴»

اعضای یک مجموعه باید با هم متمایز باشند یا به عبارت دیگر، در مجموعه نباید عضو تکراری داشته باشیم. پس بررسی می‌کنیم که در مجموعه  $A$ ، عضو تکراری داریم یا خیر.

$$(0/15)^2 = \left(\frac{15}{100}\right)^2 = \frac{225}{10000} = 0/0225$$

$$\sqrt{70} = 8/3667$$

$$(2/9)^2 = \left(\frac{29}{10}\right)^2 = \frac{841}{100} = 8/41$$

دقت کنید که اگر عدد  $\sqrt{70}$  را با دو رقم اعشار گرد می‌کردیم، جواب  $8/37$  به دست می‌آمد و با توجه به اینکه مقدار  $8/37$  در مجموعه  $A$  موجود است، عضو تکراری داشتیم. ولی در چنین مسائلی، مقادیر دقیق مدنظر است، نه مقادیر به دست آمده از تقریب.

پس هیچ عضو تکراری نداریم. در نتیجه مجموعه  $A$  دارای ۵ عضو است.

## نکته

در یک مجموعه، نباید عضو تکراری وجود داشته باشد. اگر عضوی چند بار در یک مجموعه دیده شود، فقط یک بار شمرده می‌شود.

## ۲ گزینه «۲»

یک مجموعه باید دارای توصیف دقیق و اعضای مشخص باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مجموعه است؛ زیرا مدارس تیزهوشان، مدارس خاص و مشخصی در کل کشورند. دانش‌آموزان این مدارس نیز مشخص و ثبت شده هستند.

گزینه «۲»: مجموعه نیست؛ عبارت «کتاب‌های آموزنده»، تعریف دقیقی نیست و بسته به سلیقه مختلف می‌تواند متفاوت باشد. همچنین در رده‌های سنی مختلف، کتاب‌های آموزنده تفاوت دارند. پس گزینه «۲» نمی‌تواند یک مجموعه باشد؛ چون اعضای آن به‌طور دقیق مشخص نیست.

گزینه «۳»: مجموعه است؛ زیرا منظور از شمال کشور، استان‌های مازندران، گیلان و گلستان بوده و شهرهای این استان‌ها نیز معین و مشخص هستند.

گزینه «۴»: مجموعه است؛ زیرا داستان کوتاه در ادبیات تعریف مشخصی دارد و نویسندگان این سبک ادبی نیز مشخص هستند.

## نکته

توصیف یک مجموعه باید به گونه‌ای باشد که اعضای آن را به‌طور دقیق مشخص کند.

## ۳ گزینه «۳»

در یک مجموعه اگر اعضای تکراری داشته باشیم، یک بار شمرده می‌شوند. در مجموعه بیان شده، دو تا عدد ۱ داریم که تنها یک بار شمرده می‌شوند.  $a$  و  $b$  متغیر هستند، یعنی مقادیر مختلفی را می‌توانند اختیار کنند. اگر  $a$  و  $b$  مقادیر ۱ یا ۲ را اختیار کنند، مجموعه  $A$  دو عضوی می‌شود و کم‌ترین تعداد عضو ممکن است. اما اگر  $a$  و  $b$  مقادیر متفاوت و غیر از ۱ و ۲ را اختیار کنند، مجموعه  $A$  چهار عضوی می‌شود. مثلاً اگر  $a = 3$  و  $b = 7$  باشد، در نتیجه:

$$A = \{1, 2, 3, 7\} \rightarrow A \text{ تعداد اعضای } A = 4$$

در نتیجه کم‌ترین تعداد عضو  $A$  برابر ۲ و بیش‌ترین آن برابر ۴ است. دقت کنید حالت سه عضوی نیز زمانی رخ می‌دهد که مثلاً  $a$  عدد ۱ یا ۲ شود و  $b$  عددی غیر از ۱ و ۲ باشد. (یا برعکس)

## نکته

۱- تعداد اعضای یک مجموعه مانند  $A$  را با  $n(A)$  نشان می‌دهیم.

۲- اگر عضوی چند بار در یک مجموعه تکرار شود، فقط یک بار شمرده می‌شود.

## ۴ گزینه «۱»

اگر  $a$  عضو مجموعه  $A$  باشد، می‌نویسیم:  $a \in A$ .

هر یک از موارد صورت سؤال را بررسی می‌کنیم:

الف)  $5 \in A$ : درست؛ عدد ۵ یکی از اعضای مجموعه  $A$  است.

ب)  $6 \in A$ : نادرست؛ در مجموعه  $A$  سه عضو ۵،  $\{5\}$  و  $\{5, 6, 7\}$  داریم و در این مجموعه، عضو ۶ وجود ندارد.

ج)  $\{5\} \in A$ : درست؛  $\{5\}$  یکی از اعضای مجموعه  $A$  است.

د)  $\{5, \{5\}\} \in A$ : نادرست؛ در مجموعه  $A$ ، عضو  $\{5, \{5\}\}$  نداریم.

هـ)  $\{5, 6, 7\} \in A$ : درست؛  $\{5, 6, 7\}$  یکی از اعضای مجموعه  $A$  است.

و)  $\{7\} \in A$ : نادرست؛ در مجموعه  $A$ ، عضو  $\{7\}$  نداریم.

ز)  $7 \in A$ : نادرست؛ در مجموعه  $A$ ، عضوی به‌صورت عدد ۷ نداریم.

در نتیجه موارد الف)، ج) و هـ) درست هستند.

۴۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که به اعضای مجموعه داده شده دقت کرده‌اند. هر یک از اعضای مجموعه را می‌توان با نماد  $\in$  نمایش داد.

## نکته

اگر  $a$  عضو مجموعه  $A$  باشد، می‌نویسیم:  $a \in A$  و اگر  $b$  عضو مجموعه  $A$  نباشد، می‌نویسیم:  $b \notin A$ .

۷ گزینه «۲»

برای حل این سؤال ابتدا باید به الگوی موجود در این مجموعه دقت کنیم. مجموعه  $A_1$ ، یک عضو دارد. مجموعه  $A_4$  سه عضو دارد،  $A_3$  پنج عضو و ... در نتیجه داریم:

تعداد اعضا	مجموعه
$1 = 2 \times \boxed{1} - 1$	$A_1$
$3 = 2 \times \boxed{2} - 1$	$A_4$
$5 = 2 \times \boxed{3} - 1$	$A_3$
...	...
$2 \times \boxed{n} - 1$	$A_n$

بنابراین تعداد اعضای مجموعه  $A_{13}$  برابر است با:

$$A_{13} = 2 \times 13 - 1 = 25$$

مقدار  $A_1$  به ۱ ختم شده.  $A_2$  به ۴،  $A_3$  به ۹،  $A_4$  به ۱۶ ... در نتیجه داریم:

مقدار پایانی	مجموعه
$1 = \boxed{1}^2$	$A_1$
$4 = \boxed{2}^2$	$A_2$
$9 = \boxed{3}^2$	$A_3$
...	...
$\boxed{n}^2$	$A_n$

بنابراین مقدار آخرین عضو مجموعه  $A_{13}$  برابر است با:

$$A_{13} = 13^2 = 169$$

برای به دست آوردن سیزدهمین عدد در مجموعه  $A_{13}$ ، با توجه به اینکه ۲۵ عضو در این مجموعه داریم، پس باید از ۱۲، ۱۶۹ واحد ( $12 = 169 - 25$ ) کم کنیم. بنابراین سیزدهمین عدد از مجموعه  $A_{13}$ ، ۱۵۷ است.

نکته

به الگوی ... ، ۲۵ ، ۱۶ ، ۹ ، ۴ ، ۱ الگوی مربعی می‌گوییم. در این الگو، هر عدد از به توان ۲ رساندن شماره آن عدد حاصل می‌شود.

۸ گزینه «۲»

به مقادیر اولین عضو مجموعه‌ها دقت می‌کنیم:

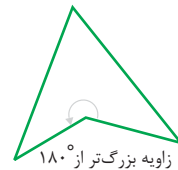


مجموعه	نقطه شروع	الگو
$A_1$	۱	۱
$A_2$	۲	$2 = \boxed{1} + 1$
$A_3$	۴	$4 = 2 + 2 = \boxed{1} + 1 + 2$
$A_4$	۷	$7 = 4 + 3 = \boxed{1} + 1 + 2 + 3$
⋮		
$A_{10}$	?	$\boxed{1} + 1 + 2 + 3 + \dots + 9$

۵ گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بین دو عدد ۶۰- و ۶۱- عدد صحیح نداریم. ۶۰- و ۶۱- دو عدد صحیح متوالی هستند. پس مجموعه بیان شده تهی است.



گزینه «۲»: اعداد طبیعی به صورت ۱، ۲، ۳، ۴، و ... هستند که یا زوج هستند و یا فرد. پس این مجموعه نیز تهی است.

گزینه «۳»: چهارضلعی‌ای که زاویه‌های بزرگ‌تر از  $180^\circ$  داشته باشد، می‌تواند به صورت مقابل باشد، پس این مجموعه تهی نیست.

گزینه «۴»: تمام اعداد صحیح دارای مجذور مثبت هستند. چون اعداد مثبت و منفی وقتی به توان زوج برسند، مثبت می‌شوند. پس این مجموعه تهی است.

نکته

۱- مجموعه تهی، مجموعه‌ای است که هیچ عضوی ندارد که آن را با نماد  $\emptyset$  یا  $\{ \}$  نمایش می‌دهیم.  
 ۲- منظور از مجذور، به توان دو رساندن است. اعداد منفی وقتی به توان دو برسند، مثبت می‌شوند. مثال:  $3^2 = 9$  ،  $(-3)^2 = 9$

۶ گزینه «۴»

مجموعه ناتهی یعنی مجموعه‌ای که تهی نیست. پس حداقل یک عضو دارد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: عدد مرکب، عددی طبیعی به جز یک و اعداد اول است. عدد مرکب، منفی نیست؛ پس مجموعه بیان شده تهی است.

گزینه «۲»: عدد زوج دو رقمی نمی‌تواند اول باشد (چون حتماً بر ۲ بخش پذیر است). توجه کنید تنها عدد زوج اول عدد ۲ است. پس مجموعه بیان شده تهی است.

گزینه «۳»: عدد مرکب، عددی طبیعی به جز یک و اعداد اول است. مثلاً: ۴، ۸، ۹، ۱۲، ۱۵، ... پس اعداد مرکب و منفی دو رقمی وجود ندارد و مجموعه بیان شده تهی است.

۳۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که اگر به تعریف اعداد اول و مرکب دقت کنید، این سؤال به راحتی حل می‌شود.

نکته

عدد مرکب عددی طبیعی است به جز اعداد اول و عدد یک. مثلاً: ۴، ۸، ۹، ۱۲، ۱۵، ...

۵۵٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با نوشتن زیرمجموعه‌های دو مجموعه A و B به راحتی می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

**نکته**

برای نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه، ابتدا تهی، سپس تمام زیرمجموعه‌های تک‌عضوی، سپس دو‌عضوی‌ها و ... را می‌نویسیم تا زیرمجموعه‌ای از قلم نیفتد.

**۱۱ گزینه**

روش اول: چون زیرمجموعه فاقد عضو e است، پس e را کلاً حذف می‌کنیم.  
عضو b نیز حتماً باید در زیرمجموعه باشد. پس زیرمجموعه‌های موردنظر عبارت‌اند از:

- {b}
- {b,a} {b,c} {b,d}
- {b,a,c} {b,a,d} {b,c,d}
- {b,a,c,d}

پس ۸ زیرمجموعه با شرایط بیان شده داریم.

روش دوم: عضو e را حذف می‌کنیم. عضو b هم چون ثابت است، آن را نیز در نظر نمی‌گیریم. کافی است تمام زیرمجموعه‌هایی را که با می‌توان {d,c,a} نوشت، بنویسیم. پس داریم:

- {a} {c} {d}
- {a,c} {a,d} {c,d}
- {a,c,d} ∅

توجه کنید در خصوص وجود یا عدم وجود هر یک از اعضای a, c, d دو حالت در نظر می‌گیریم. پس  $2^3 = 8$  حالت وجود دارد.  
حال اگر در کنار هر کدام از زیرمجموعه‌های نوشته شده بالا، عضو b را نیز قرار دهیم، خواسته سؤال به دست می‌آید که باز همان ۸ است.

۵۲٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با در نظر گرفتن شرایط گفته شده و نوشتن زیرمجموعه‌ها، می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

**نکته**

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر  $2^n$  است.

$$1+2+3+\dots+9 = \frac{9 \times (9+1)}{2} = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

بنابراین نقطه شروع مجموعه  $A_1$  عبارت است از:

$$A_1 \text{ نقطه شروع} = 1 + 45 = 46$$

**نکته**

مجموع اعداد متوالی ۱ تا n از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

**۹ گزینه**

در مجموعه  $\{y, 8, z\}$  دو مقدار مجهول y, z و یک مقدار معلوم ۸ داریم.  
در مجموعه  $\{x, 3\}$  یک مقدار مجهول x و یک مقدار معلوم ۳ داریم.  
برای اینکه دو مجموعه برابر باشند، باید تعداد اعضای برابر و خود اعضا نیز یکسان باشند. از آنجایی که ۳ و ۸ را نمی‌توانیم برابر قرار دهیم، پس x حتماً باید ۸ باشد. در مورد z, y سه حالت پیش می‌آید:

$\begin{cases} x = 8, & y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 8 \\ y = 3, & z = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 8, & z = 8 \\ y = 3 \end{cases}$
حالت اول	حالت دوم	حالت سوم

در هر حالت، حاصل  $x + y - z$  را می‌یابیم:

حالت اول:  $x + y - z = 8 + 8 - 3 = 13$

حالت دوم:  $x + y - z = 8 + 3 - 3 = 8$

حالت سوم:  $x + y - z = 8 + 3 - 8 = 3$

پس بیش‌ترین مقدار  $x + y - z$  برابر با ۱۳ است.

**۱۰ گزینه**

روش اول:

زیرمجموعه‌های مجموعه A عبارت است از:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$$

پس مجموعه A، ۸ زیرمجموعه دارد. زیرمجموعه‌های مجموعه B نیز عبارت است از:

$$\emptyset, \{4\}, \{5\}, \{4,5\}$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه B، ۴ است.

در نتیجه داریم:

$$A - B = 8 - 4 = 4$$

روش دوم:

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی، برابر  $2^n$  است. بنابراین:

$$A - B = 2^3 - 2^2 = 4$$

۱۲ گزینه «۱»

می‌دانیم اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  باشد، پس دو مجموعه برابرند. در مجموعه  $A$  یک مقدار مجهول و در مجموعه  $B$  دو مقدار مجهول داریم:

$$A = \{8, 2+y, 2\} = B = \{6, 2x, 6-y\}$$

با توجه به اینکه ۸ و ۲ با ۶ برابر نیستند، پس باید ۶ را مساوی  $2+y$  قرار دهیم:

$$2+y=6 \Rightarrow y=4$$

مقدار ۲ نیز در مجموعه  $B$  به دست آمد. حال کافی است  $2x$  و ۸ را برابر قرار دهیم:

$$2x=8 \Rightarrow x=4$$

در نتیجه خواسته سؤال برابر است با:

$$3y-2x=3 \times 4-2 \times 4=12-8=4$$

نکته

اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ ، در این صورت دو مجموعه  $A$  و  $B$  با هم برابرند:  $A=B$

۱۳ گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اعداد طبیعی بین ۲- و ۳ برابر با ۱ و ۲ است. پس این گزینه درست است.

گزینه «۲»: مجموعه بیان شده بیانگر اعداد حسابی کوچک‌تر از ۱ است که فقط دارای عضو ۰ است. پس این گزینه درست است.

گزینه «۳»: مجموعه بیان شده بیانگر اعداد گویای بین ۰ و ۱ است که تعداد اعداد گویا در هر محدوده‌ای بی‌شمار است. برای مثال در این محدوده اعداد  $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \dots$  را نیز داریم. پس این گزینه نادرست است و جواب فقط ۰ و ۱ نیست.

گزینه «۴»: اعداد صحیح بین ۰ و -۱ که شامل خود ۰ و -۱ نباشد، مجموعه‌ای تهی است و عضوی ندارد. پس این گزینه درست است.

۴۸٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که با دقت در تعریف مجموعه‌های اعداد و محدوده‌های داده شده، به راحتی می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

۱۴ گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

$$A = \{x^2+1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\} \rightarrow x=6, 7$$

$$x^2+1: 6^2+1=37, 7^2+1=50 \Rightarrow A = \{37, 50\}$$

$$B = \{2x^2+1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\} \rightarrow x=6, 7$$

$$2x^2+1: 2 \times 6^2+1=73, 2 \times 7^2+1=99 \Rightarrow B = \{73, 99\}$$

$$C = \{x^3+1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\} \rightarrow x=6, 7$$

$$x^3+1: 6^3+1=217, 7^3+1=344 \Rightarrow C = \{217, 344\}$$

$$D = \{3x^3+1 \mid x \in \mathbb{N}, 5 < x < 8\} \rightarrow x=6, 7$$

$$3x^3+1: 3 \times 6^3+1=649, 3 \times 7^3+1=1030 \Rightarrow D = \{649, 1030\}$$

بنابراین فقط در مجموعه گزینه «۲»، عدد زوج نداریم.

۴۶٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که کافی است در هر مجموعه، مقادیر ممکن برای  $x$  را مشخص کرده و اعضای هر مجموعه را محاسبه کنید.

۱۵ گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر تمام اعضای  $A$  در  $B$  باشند، این گزینه درست است، ولی در مجموعه  $A$  عضوی مانند ۹ داریم که در مجموعه  $B$  نداریم: پس  $A \not\subseteq B$ .

گزینه «۲»:  $\{2, 5\} \not\subseteq B$ : با توجه به آن که اعداد -۳، ۵ هر دو در مجموعه  $B$  قرار دارند، پس  $\{-3, 5\}$  زیرمجموعه‌ای از مجموعه  $B$  است. پس:  $\{-3, 5\} \subseteq B$ .

گزینه «۳»:  $\{2, 4\} \in A$ : در مجموعه  $A$  عضوی به صورت  $\{2, 4\}$  نداریم. پس  $\{2, 4\} \notin A$ . دقت کنید  $2 \in A$  و  $4 \in A$ ، ولی نمی‌توان گفت:  $\{2, 4\} \in A$ . می‌توانیم بگوییم  $\{2, 4\}$  زیر مجموعه‌ای از  $A$  است. یعنی:  $\{2, 4\} \subseteq A$ .

گزینه «۴»:  $B-A \neq \emptyset$ : تفاضل  $A$  از  $B$ ، یعنی از مجموعه  $B$ ، عضوهای مشترک بین  $A$  و  $B$  را برداریم. پس داریم:

$$B-A = \{-3, -1, 1, 2, 3, \dots, 9\} - \{-3, -1, 1, 2, 3, 5\} = \{-3, -1\}$$

پس  $B-A$  تهی نیست و این گزینه درست است.

۵۱٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که به تعاریف و مفاهیم عضویت، زیرمجموعه بودن و تفاضل مجموعه‌ها، توجه کرده‌اند.

نکته

نماد زیرمجموعه به صورت  $\subseteq$  است. اگر هر عضوی از مجموعه  $A$ ، عضوی از مجموعه  $B$  باشد، آن‌گاه می‌گوییم  $A$  زیرمجموعه‌ای از  $B$  است و نمایش می‌دهیم:  $A \subseteq B$

گزینه «۱»

چون  $A \subseteq B$  است، پس حاصل  $A \cup B$  برابر  $B$  است. از طرفی  $A \subseteq C$  نیز می‌باشد، زیرا  $A \subseteq B \subseteq C$  پس  $A \cup C$  نیز برابر  $C$  است. پس داریم:

$$(A \cup B) - (A \cup C) = B - C$$

چون  $B \subseteq C$  است، یعنی تمام اعضای  $B$  در  $C$  هستند، پس وقتی  $C$  را از  $B$  کم کنیم، دیگر عضوی باقی نمی‌ماند. پس:

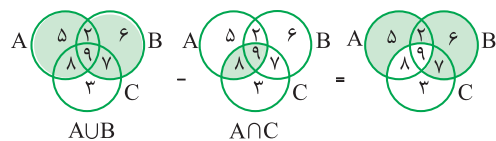
$$B - C = \emptyset$$

نکته

- ۱- اگر  $A \subseteq B$  آنگاه  $A \cup B = B$ .
- ۲- اگر  $A \subseteq B$  آنگاه  $A - B = \emptyset$ .
- ۳- اگر  $A \subseteq B$  آنگاه  $A \cap B = A$ .

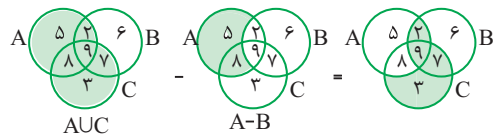
گزینه «۴»

به کمک نمودار ون، به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:



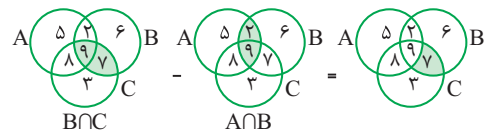
بنابراین، عدد ۸ عضو این مجموعه نیست.

گزینه «۲»



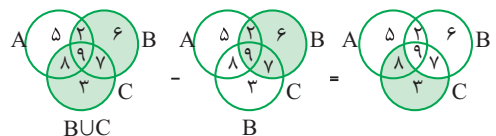
بنابراین، عدد ۸ عضو این مجموعه نیست.

گزینه «۳»



بنابراین، عدد ۸ عضو این مجموعه نیست.

گزینه «۴»



بنابراین عدد ۸ عضو این مجموعه است.

۵۱٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با نوشتن اعضای هر یک از مجموعه‌ها و دانستن مفاهیم اجتماع و اشتراک و تفاضل مجموعه به راحتی می‌توان این سؤال را حل کرد. توجه کنید استفاده از نمودار ون، راه‌حل را کوتاه‌تر می‌کند.

گزینه «۴»

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»: ابتدا مجموعه  $B - A$  را به دست می‌آوریم:

$$B = \{2, 3, 4\}, A = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow B - A = \{2, 4\}$$

$$4 \in B - A$$

چون عدد ۴ در مجموعه  $B - A$  وجود دارد، پس این گزینه درست است.

گزینه «۲»: مقادیر داخل مستطیل، مجموعه  $C$  را تشکیل می‌دهند.

$$B = \{2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \Rightarrow B \cap C = \{3, 4\}$$

چون عدد ۷ در مجموعه  $B \cap C$  وجود ندارد، پس گزاره  $7 \notin (B \cap C)$  درست است.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$C - (A \cup B) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} = \{6, 8\}$$

عدد ۶ در مجموعه  $C - (A \cup B)$  وجود دارد. پس گزاره  $6 \in C - (A \cup B)$  درست است.

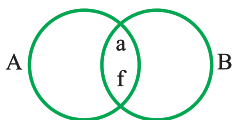
$$A - C = \{1, 3, 5, 7\} - \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{1\} \quad \text{گزینه «۴»}$$

عدد ۳ در مجموعه  $A - C$  وجود ندارد. پس گزاره  $3 \in (A - C)$  نادرست است.

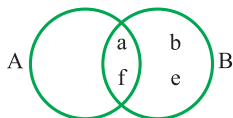
۹۴٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با نوشتن اعضای مجموعه‌ها از روی نمودار ون و محاسبه اجتماع، اشتراک و تفاضل آن‌ها، به راحتی می‌توان به این سؤال پاسخ داد.

گزینه «۱»

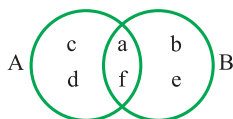
به کمک نمودار ون این سؤال را حل می‌کنیم. ابتدا مقادیر  $A \cap B$  را در قسمت اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  قرار می‌دهیم:



سپس بقیه مقادیر  $B$  را در مجموعه  $B$  قرار می‌دهیم:  $B = \{a, b, c, f\}$



حال سایر مقادیر باقیمانده را در مجموعه  $A$  قرار می‌دهیم:

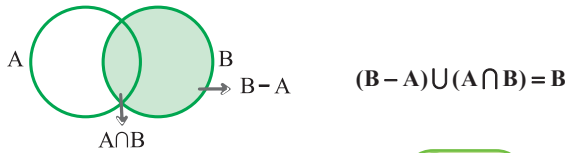


پس مجموعه  $A$  برابر است با:  $\{a, c, d, f\}$



پاسخ تشریحی

گزینه «۴»: با توجه به نمودار ون، درستی این گزینه واضح است:



نکته

$A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$

$A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$

گزینه «۳» ۲۴

ابتدا اعضای هر یک از مجموعه‌های  $A, B$  و  $C$  را از روی نمودار ون می‌نویسیم:

$A = \{1, 2, 3, 4, 8, 12\} \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7, 11\} \quad C = \{2, 3, 6, 7, 8, 9, 10\}$

حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12\}$

$A \cap B = \{3, 4\}$

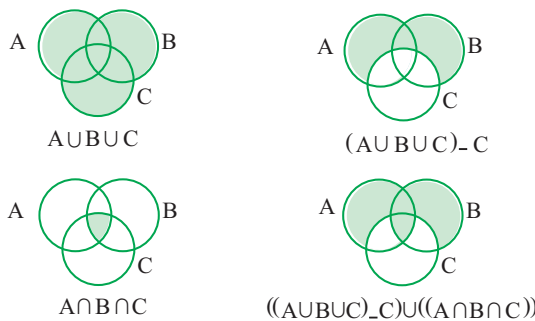
$(A \cup B) \cap C = \{2, 3, 6, 7, 8\}$

$((A \cup B) \cap C) - (A \cap B) = \{2, 3, 6, 7, 8\} - \{3, 4\} = \{2, 6, 7, 8\}$

۶۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که برای حل این سؤال کافی است اعضای مجموعه‌ها را از روی نمودار ون به دست آورده و سپس با محاسبه اجتماع و اشتراک و تفاضل، خواسته مسئله را محاسبه کنید.

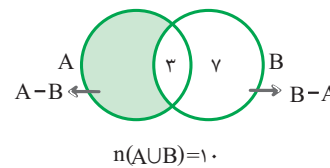
گزینه «۱» ۲۵

با کمک نمودار ون، مجموعه بیان شده در صورت سؤال را به دست می‌آوریم:



۵۴٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با رسم مرحله به مرحله نمودار ون، می‌توان به راحتی به این سؤال پاسخ داد.

گزینه «۲» ۲۰



اطلاعات داده شده را روی نمودار ون نشان می‌دهیم (اعداد داخل مجموعه‌ها بیانگر تعداد اعضا هستند):

مطابق نمودار رسم شده،  $A - B$  یک مجموعه تهی خواهد شد.

گزینه «۲» ۲۱

$A - B$  برابر با  $B$  شده است. یعنی از  $B$ ، مجموعه  $A$  را کم کردیم و باز همان  $B$  باقی مانده است! پس یعنی چیزی از  $B$  کم نشده است. از طرفی می‌دانیم در تفاضل مجموعه‌ها، مقادیر مشترک برداشته می‌شود. پس اکنون که از مجموعه  $B$  چیزی کم نشده، یعنی دو مجموعه اشتراکی نداشته‌اند:

$A \cap B = \emptyset$

نکته

در تفاضل دو مجموعه، مقادیر مشترک کسر می‌شود:

$B - A = B - (A \cap B)$

گزینه «۳» ۲۲

با توجه به نمودار ون صورت سؤال داریم:

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{c, d, e, f\}$

$C = \{c, f, h, g\}$

حال به بررسی هریک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $A - B = \{a, b, c, d\} - \{c, d, e, f\} = \{a, b\}$

گزینه «۲»:  $B \cap C = \{c, d, e, f\} \cap \{c, f, h, g\} = \{c, f\}$

گزینه «۳»:  $A - C = \{a, b, c, d\} - \{c, f, h, g\} = \{a, b, d\} \neq \{a, b\}$

گزینه «۴»:  $A \cap (B \cap C) = \{a, b, c, d\} \cap \{c, f\} = \{c\}$

گزینه «۳» ۲۳

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اشتراک دو مجموعه، عضوهای مشترک دو مجموعه است. پس

متعلق به هر دو مجموعه است. یعنی:  $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$

گزینه «۲»: مجموعه  $A - B$  قسمتی از مجموعه  $A$  است.  $A \cup B$  هم

شامل هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  است. پس  $A - B$  در  $A \cup B$  وجود دارد.

پس  $A - B \subseteq A \cup B$

گزینه «۳»: اجتماع  $A$  و  $B$  دربرگیرنده دو مجموعه  $A$  و  $B$  است. پس

نمی‌تواند زیرمجموعه  $A$  یا  $B$  باشد.



۳۴ گزینه «۱»

احتمال سبز بودن ۴۰٪ یا  $\frac{40}{100}$  یا همان  $\frac{4}{10}$  است. از طرفی در جعبه ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی یعنی مجموعاً ۶ مهره قرمز و آبی داریم. اگر تعداد مهره‌های سبز ۴ تا باشد، تعداد کل مهره‌ها ۱۰ تا خواهد بود. پس احتمال سبز بودن  $\frac{4}{10}$  می‌شود.

۶۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که در این سؤال با نوشتن احتمال داده شده به صورت کسری و کمک گرفتن از اطلاعات مسئله و گزینه‌ها، می‌توان پاسخ را به راحتی به دست آورد.

۳۵ گزینه «۱»

تعداد کل حالت‌ها در پرتاب دو تاس ۳۶ است، پس  $n(S) = 36$ . حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)\} \Rightarrow n(A) = 15$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

۵۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که با دقت در تعریف پیشامد مربوطه و نوشتن حالت‌های آن، به راحتی می‌توان احتمال مطلوب را محاسبه کرد.

نکته

تعداد کل حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس، ۳۶ است.

۳۶ گزینه «۲»

ابتدا شمارنده‌های عدد ۳۶ را می‌نویسیم:

$$1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$$

پس تعداد شمارنده‌های عدد ۳۶ بین اعداد ۱ تا ۳۶ برابر ۹ تا است. در نتیجه اعدادی که شمارنده ۳۶ نیستند،  $36 - 9 = 27$  تا هستند. پس

$$P(A) = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

احتمال مربوطه برابر است:

۳۷ گزینه «۴»

تعداد کل حالت‌های ممکن در پرتاب همزمان دو تاس، ۳۶ است. حال باید حالت‌های مطلوب را بنویسیم:

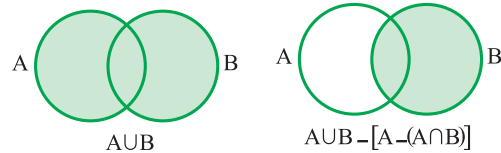
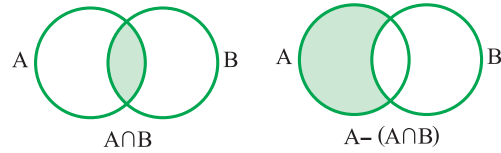
$$A = \{(1,6), (2,3), (2,4), (3,2), (4,2), (6,1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

در نتیجه احتمال موردنظر برابر است با:

۵۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که کافی است حالت‌هایی را که حاصل ضرب عددهای رو شده دو تاس در شرط گفته شده صدق می‌کنند، بیابیم.

روش دوم: به کمک نمودار ون، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

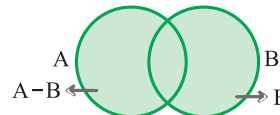


پس عبارت داده شده برابر با مجموعه B است و مجموعه B هم ۴ عضو دارد.

۳۶٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که برای حل این سؤال کافی است قوانین اجتماع و اشتراک و تفاضل را بدانید و محاسبات را به دقت انجام دهید.

۳۲ گزینه «۳»

به کمک نمودار ون، واضح است که:



طبق نمودار ون، واضح است که مجموع اعضای B و  $A - B$ ، اعضای  $A \cup B$  را تشکیل می‌دهد. چون  $n(A \cup B) = 17$  و  $n(B) = 10$ ، پس:

$$n(A - B) = 17 - 10 = 7$$

نکته

$$(A - B) \cup B = A \cup B$$

$$(B - A) \cup A = A \cup B$$

۳۳ گزینه «۳»

در پرتاب یک سکه و یک تاس کلاً ۱۲ حالت داریم:

$$6 \times 2 = 12 \Rightarrow n(S) = 12$$

حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$A = \{(2, رو), (3, رو), (5, رو)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

نکته

۱- تعداد اعضای فضای نمونه در پرتاب یک تاس و یک سکه، ۱۲ تا است.

$$2- \text{احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر است با: } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

## ۳۸ گزینه «۲»

هر یک از صفحه‌ها ۴ شماره دارند، پس تعداد کل حالت‌های ممکن  $n(S) = 16$  است:  $4 \times 4 = 16$

حالت‌های مطلوب، حالت‌هایی است که هر دو صفحه، اعداد یکسانی را نشان دهند:

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

## ۳۹ گزینه «۳»

کل حالت‌های ممکن ۲۰ تا است. برای به دست آوردن حالت مطلوب، ابتدا عددهای زوج را در نظر می‌گیریم. سپس از بین آن‌ها اعدادی را که بر ۳ بخش پذیر نیستند، می‌یابیم:

$$\underline{2}, \underline{4}, \underline{6}, \underline{8}, \underline{10}, \underline{12}, \underline{14}, \underline{16}, \underline{18}, \underline{20}$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0.35$$

۵۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که ابتدا باید اعدادی را که در شرط بیان شده صدق می‌کنند، بیابیم. سپس احتمال مطلوب را به صورت کسر و بعد به صورت اعشاری به دست بیاوریم.

## ۴۰ گزینه «۳»

احتمال سفید بودن مهره برابر  $\frac{11}{25}$  است. پس احتمال سیاه بودن برابر است

$$1 - \frac{11}{25} = \frac{14}{25}$$

با:

چون ۴۲ مهره سیاه داریم، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{14}{25} = \frac{42}{x} \Rightarrow x = \frac{42 \times 25}{14} = 75$$

پس تعداد کل مهره‌ها ۷۵ است. در نتیجه تعداد مهره‌های سفید برابر است با:

$$75 - 42 = 33$$

## ۴۱ گزینه «۲»

تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس ۳۶ تا است:  $n(S) = 36$   
حالت‌های مطلوب، حالت‌هایی است که اعداد رو شده برابر باشند یا مجموع آن‌ها ۱۱ شود. بنابراین:

$$A = \overbrace{\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}}^{\text{اعداد روشده برابر}} \cup \overbrace{\{(5,6), (6,5)\}}^{\text{مجموع ۱۱}}$$

$$\Rightarrow n(A) = 8$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

۴۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که کافی است حالت‌هایی را که در شرط گفته شده صدق می‌کنند، بیابیم و احتمال موردنظر را محاسبه کنیم.

یادداشت:

گزینه‌های «۲» و «۴»: ک.م.م اعداد ۵، ۷ و ۲۱۰ همان ۲۱۰ است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} \times \frac{42}{42} = \frac{126}{210} \\ \frac{2}{7} \times \frac{30}{30} = \frac{60}{210} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{60}{210} < \frac{123}{210} < \frac{126}{210}, \frac{60}{210} < \frac{63}{210} < \frac{126}{210} \quad \checkmark$$

کسرهای  $\frac{123}{210}$  و  $\frac{63}{210}$  در نامساوی صدق می‌کنند، بنابراین بین دو کسر

$$\frac{2}{7} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ قرار دارند. (درستی گزینه‌های «۲» و «۴».)}$$

گزینه «۳»: ک.م.م اعداد ۵، ۷ و ۱۴۰ همان ۱۴۰ است:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} \times \frac{28}{28} = \frac{84}{140} \\ \frac{2}{7} \times \frac{20}{20} = \frac{40}{140} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{40}{140} < \frac{85}{140} < \frac{84}{140} \quad \boxtimes$$

کسر  $\frac{85}{140}$  در نامساوی صدق نمی‌کند، بنابراین بین دو کسر  $\frac{2}{7}$  و  $\frac{3}{5}$  قرار

ندارد. (نادرستی گزینه «۳»)

**نکته**

مخرج مشترک چند کسر، برابر با ک.م.م (کوچک‌ترین مضرب مشترک) مخرج‌های آن‌ها است.

**گزینه «۲»**

ابتدا اعداد مخلوط در هر گزینه را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس با مشترک کردن مخرج دو کسر، محاسبه لازم را انجام داده و پس از به‌دست آوردن پاسخ نهایی، در صورت امکان آن را ساده می‌کنیم. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $-\frac{3 \times 5}{1 \times 5} + \frac{3}{5} = -\frac{15}{5} + \frac{3}{5} = -\frac{12}{5}$

گزینه «۲»:  $-\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = -\frac{(4 \times 3 + 2)}{15} = -\frac{14}{15}$

$= -\frac{21 \times 2}{5 \times 3} - \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = -\frac{42 - 10}{15} = -\frac{32}{15}$

گزینه «۳»:  $-\frac{1}{2} + \frac{3}{3} = -\frac{(2 \times 2 + 1)}{2} + \frac{3 \times 2 + 1}{3}$

$= -\frac{5 \times 2}{2 \times 2} + \frac{10 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-10 + 20}{6} = \frac{10}{6}$

گزینه «۴»:  $-\frac{3 \times 2}{8 \times 2} + \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{-9 + 10}{24} = \frac{1}{24}$

**نکته**

برای تبدیل عدد مخلوط به کسر، قسمت صحیح آن را در مخرج ضرب کرده و با صورت جمع می‌کنیم، مقدار به‌دست آمده صورت کسر جدید می‌باشد و مخرج کسر همان مخرج عدد مخلوط است.

مثال:  $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 3 + 2}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{14}{3}$

**فصل ۲: عددهای حقیقی**

**۴۲ گزینه «۲»**

روش اول: سؤال از ما می‌خواهد a را به گونه‌ای تعیین کنیم که عدد  $\frac{a}{20}$

وسط دو کسر  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{2}{5}$  قرار بگیرد، یعنی میانگین دو کسر  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{2}{5}$  برابر با

$\frac{a}{20}$  است. پس با توجه به مفهوم میانگین دو کسر، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 4}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{a}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow a = 9$$

روش دوم: ابتدا برای هر سه کسر، مخرج مشترک می‌گیریم. می‌دانیم مخرج

مشترک اعداد ۲، ۵ و ۲۰ همان ک.م.م (کوچک‌ترین مضرب مشترک) آن‌ها

یعنی عدد ۲۰ است.  $([2, 5, 20] = 20)$  بنابراین:

$$\frac{1}{2} \times \frac{10}{10} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$$

می‌خواهیم  $\frac{a}{20}$  وسط  $\frac{5}{10} = \frac{10}{20}$  و  $\frac{8}{20}$  باشد، یعنی:  $\frac{10}{20} < \frac{a}{20} < \frac{8}{20}$

با توجه به نامساوی فوق، مقدار a برابر با ۹ است.

**نکته**

میانگین دو عدد (کسر)، برابر است با نصف مجموع دو عدد (کسر).

**۴۳ گزینه «۳»**

با مقایسه نسبی دو کسر  $\frac{2}{7}$  و  $\frac{3}{5}$  نسبت به  $\frac{0}{5}$ ، در می‌یابیم که  $\frac{2}{7} < \frac{3}{5}$

است، بنابراین سؤال کسری را می‌خواهد که در جای خالی نامساوی

$$\frac{2}{7} < \square < \frac{3}{5}$$
 صدق نکند.

یکی از روش‌ها برای مقایسه کسرها با یکدیگر، این است که در ابتدا مخرج

آن‌ها را یکسان (مشترک) کرده و سپس به مقایسه آن‌ها بپردازیم.

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ک.م.م اعداد ۵ و ۷ و ۷۰، همان عدد ۷۰ است:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} \times \frac{14}{14} = \frac{42}{70} \\ \frac{2}{7} \times \frac{10}{10} = \frac{20}{70} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{20}{70} < \frac{23}{70} < \frac{42}{70} \quad \checkmark$$

کسر  $\frac{23}{70}$  در نامساوی صدق می‌کند، بنابراین بین دو کسر  $\frac{2}{7}$  و  $\frac{3}{5}$  قرار

دارد. (درستی گزینه «۱»)

گزینه «۳» ۴۵

نقطه  $a$  روی محور، نشان دهنده عددی مخلوط است. می دانیم که یک عدد مخلوط از یک جزء صحیح و یک جزء کسری تشکیل شده است. برای یافتن جزء صحیح یک عدد مخلوط مثبت، کافی است به اولین عدد صحیح قبل از آن (اولین عدد صحیح در سمت چپ آن) توجه کنیم که در اینجا ۱۸ است.

برای به دست آوردن جزء کسری عدد مخلوط، ابتدا توجه می کنیم که بین دو عدد صحیح متوالی (در اینجا ۱۸ و ۱۹) به چند قسمت تقسیم شده است، تعداد قسمت ها همان مخرج کسر است. در اینجا بین ۱۸ و ۱۹ به ۵ قسمت تقسیم شده است پس مخرج کسر عدد ۵ است.

قسمتی هم که با فلش (علامت) مشخص شده، بیانگر صورت کسر است. در اینجا فلش به چهارمین قسمت از ۵ قسمت اشاره می کند که یعنی صورت کسر، عدد ۴ است و جزء کسری عدد مخلوط ما  $\frac{4}{5}$  است.

جزء کسری  $\rightarrow a = 18\frac{4}{5}$

جزء صحیح

اما عدد  $18\frac{4}{5}$  در گزینه ها وجود ندارد، پس آن را به عدد کسری تبدیل می کنیم:

$$a = 18\frac{4}{5} = \frac{18 \times 5 + 4}{5} = \frac{90 + 4}{5} = \frac{94}{5}$$

\* خطای رایج: برخی از دانش آموزان به اشتباه گزینه «۱» را انتخاب می کنند:

اما باید توجه داشت که  $18\frac{4}{5}$  برابر با عدد مخلوط  $18\frac{4}{10}$  است، نه  $18\frac{4}{5}$ .

گزینه «۲» ۴۶

در اینجا باید ترتیب انجام عملیات ریاضی را رعایت کنیم. یعنی در ابتدا داخل کروشه را محاسبه می کنیم و سپس تقسیم را انجام دهیم و در آخر حاصل را با  $-\frac{1}{3}$  جمع کنیم.

$$-\frac{1}{3} + \left[ \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + (-\frac{1}{4})} \right] + \frac{1}{7} = -\frac{1}{3} + \left[ \frac{15-12}{20} \right] + \frac{1}{7} = -\frac{1}{3} + \left[ \frac{3}{20} \right] + \frac{1}{7}$$

$$= -\frac{1}{3} + \frac{3}{20} + \frac{1}{7} = -\frac{1}{3} + \frac{3 \times 7}{20 \times 7} = -\frac{1}{3} + \frac{21}{140} = \frac{-1+9}{3} = \frac{8}{3}$$

نکته

۱- ترتیب انجام عملیات ریاضی:

۱- داخل کروشه (پرانتز) ۲- توان ۳- ضرب / تقسیم (به ترتیب از سمت چپ عبارت) ۴- جمع / تفریق (به ترتیب از سمت چپ عبارت)

۲- تقسیم دو عدد کسری را می توان به صورت ضرب دو کسر انجام داد، به این صورت که کسر اول (مقسوم) را بدون تغییر در معکوس کسر دوم (مقسوم علیه) ضرب می کنیم.

گزینه «۱» ۴۷

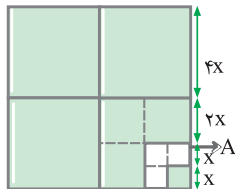
برای پاسخ به این سؤال باید نسبت مساحت کوچک ترین مربع (سمت راست و پایین شکل) را به مساحت کل شکل به دست آوریم و سپس در ۳ ضرب کنیم، زیرا قسمت A از ۳ مربع با مساحتی برابر با مساحت کوچک ترین مربع این شکل تشکیل شده است.

روش اول: مربع بزرگ به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده، سپس یک ربع مربع نیز به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده و ربع ربع مربع هم خود به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده و کوچک ترین مربع حاصل شده است. بنابراین کوچک ترین مربع، ربع ربع ربع مربع اصلی است.

نسبت مساحت کوچک ترین مربع به بزرگ ترین مربع  $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

$\Rightarrow$  مساحت قسمت A  $= 3 \times \frac{1}{64} = \frac{3}{64}$

روش دوم:



از آنجا که شکل در هر مرحله به مربع هایی با اندازه برابر تقسیم شده است، می توانیم اندازه ضلع کوچک ترین مربع را  $x$  بنامیم و اندازه ضلع بزرگ ترین مربع را برحسب  $x$  به دست آوریم و در نهایت مساحت این دو و سپس مساحت قسمت A را مشخص کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{مساحت کوچک ترین مربع} &= x^2 \\ \text{مساحت بزرگ ترین مربع} &= (4x)^2 = 64x^2 \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow$   $\frac{\text{مساحت کوچک ترین مربع}}{\text{مساحت بزرگ ترین مربع}} = \frac{x^2}{64x^2} = \frac{1}{64}$

مساحت قسمت A  $= 3 \times \frac{1}{64} = \frac{3}{64}$

گزینه «۳» ۴۸

عبارت صورت سؤال را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{1398 \times 1399}$$

$$= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1398 \times 1399}$$

با کمی دقت درمی یابیم که صورت هر کسر برابر است با تفاضل اعداد سازنده مخرج آن کسر. به چنین کسرهایی کسرهای تلسکوپی می گویند. طبق قاعده کسرهای تلسکوپی، می توان هر کسر را به صورت تفاضل دو کسر با معکوس اعداد مخرج تفکیک کرد:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1398 \times 1399}$$



بررسی گزینه‌ها:

«مختوم است»:  $\frac{42}{210} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$  گزینه «۱»

«مختوم است»:  $\frac{21}{210} = \frac{1}{10} = \frac{1}{2 \times 5}$  گزینه «۲»

«مختوم نیست»:  $\frac{14}{210} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} = \frac{1}{3 \times 5}$  گزینه «۳»

«مختوم است»:  $\frac{105}{210} = \frac{1}{2}$  گزینه «۴»

**نکته**

اعداد گویا، پس از ساده‌سازی و تجزیه مخرج به عوامل اول، با توجه به عوامل اول مخرج آن‌ها، ۳ نوع شکل اعشاری خواهند داشت:

۱) مختوم: در مخرج، فقط عامل (های) اول ۲ یا ۵ یا هر دو حضور داشته باشند. مثال:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$

۲) متناوب ساده: در مخرج، عامل (های) اولی به غیر از ۲ یا ۵ حضور داشته باشند. مثال:  $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \dots$  (مثال:  $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{17}, \frac{1}{19}, \dots$ )

۳) متناوب مرکب: در مخرج، علاوه بر عامل (های) اول ۲ یا ۵، عوامل اول دیگری هم حضور داشته باشند. مثال:  $\frac{1}{6}, \frac{1}{15}, \frac{1}{21}$

\* توجه کنید که تکرار یک عامل اول تفاوتی در پاسخ ایجاد نمی‌کند.  
\*\* پس از ساده‌سازی، اینکه در صورت کسر چه عددی باشد، تفاوتی در پاسخ ایجاد نمی‌کند. مثلاً  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{3}$  هر دو شکل اعشاری متناوب ساده دارند.

**۵۵ گزینه «۳»**

برای تبدیل عدد اعشاری دارای دوره تناوب به کسر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱) عدد را برابر با A (یا هر نماد دلخواه دیگری) در نظر می‌گیریم:

$A = 2 / 35$

۲) طرفین تساوی را در ۱۰ به توان تعداد ارقام جزء اعشاری غیر دوره تناوب

ضرب می‌کنیم:  $10^1(2 / 35) \Rightarrow 10A = 23 / 5$

۳) طرفین تساوی را پس از اعمال مرحله (۲)، در ۱۰ به توان تعداد ارقام

دوره تناوب ضرب می‌کنیم:  $10^1(10^1 \times 2 / 35) \Rightarrow 100A = 235 / 5$

۴) تساوی حاصل از مرحله (۲) را از تساوی حاصل از مرحله (۳) کم

می‌کنیم:

$100A - 10A = 235 / 5 - 23 / 5 \Rightarrow 90A = 212$

سپس مقدار کسری A را به دست می‌آوریم و در صورت امکان، ساده‌سازی

می‌کنیم:  $A = \frac{212}{90} = \frac{106}{45}$

مراحل فوق را برای سایر اعداد نیز تکرار می‌کنیم:

$B = 3 / 7$

$10^0(3 / 7) \Rightarrow B = 3 / 7$   
 $10^1(3 / 7) \Rightarrow 10B = 37 / 7$

$10B - B = 37 / 7 - 3 / 7 \Rightarrow 9B = 34 \Rightarrow B = \frac{34}{9}$

$C = 1 / 24$

$10^0 \times (1 / 24) \Rightarrow C = 1 / 24$   
 $10^2 \times (1 / 24) \Rightarrow 100C = 124 / 24$

$100C - C = 124 / 24 - 1 / 24 \Rightarrow 99C = 123 \Rightarrow C = \frac{123}{99}$

توجه: طراح سؤال، گاهی مقدار ساده شده کسر را در گزینه‌ها قرار نمی‌دهد

(مثلاً در اینجا  $B = \frac{34}{9} = \frac{102}{27}$ )، در چنین مواقعی به دنبال کسرهای برابر

با آن می‌گردیم (در گزینه «۳»:  $B = \frac{34}{9} = \frac{102}{27}$ )

۴۴٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که در چنین سؤالاتی تبدیل عدد اعشاری دارای تناوب به عدد گویا، به راحتی انجام می‌شود.

**نکته**

در اعداد اعشاری متناوب مرکب، پس از ممیز، دو قسمت غیر دوره تناوب و دوره تناوب داریم، مثال:  $1 / 16 \rightarrow$  دوره گردش غیر دوره گردش

**۵۶ گزینه «۲»**

برای اینکه بفهمیم  $\sqrt{n}$  بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد، ابتدا مشخص می‌کنیم n بین کدام دو عدد مربع کامل متوالی قرار دارد.

$3 < \sqrt{5} < 4 \rightarrow$  جذر  $4 < 5 < 9$

اما سؤال پرسیده  $3 - \sqrt{5}$  بین کدام دو عدد قرار دارد؛ بنابراین باید از  $\sqrt{5}$  به آن برسیم:

$2 < -\sqrt{5} < -3 \rightarrow$  قرینه  $2 < \sqrt{5} < 3$

$3 < -2 + 3 < -\sqrt{5} + 3 < -3 + 3 \rightarrow$  +۳

$0 < 3 - \sqrt{5} < 1$



۶۰ گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف)  $Z \subseteq Q'$ : نادرست. اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد گنگ نیستند.

ب)  $Z \subseteq Q$ : درست. هر عدد صحیح یک عدد گویا است.

ج)  $N \subseteq Q'$ : نادرست. اعداد طبیعی زیرمجموعه اعداد گنگ نیستند.

د)  $Q \not\subseteq Q'$ : درست. اعداد گویا زیرمجموعه اعداد گنگ نیستند. در واقع اعداد گویا و گنگ اشتراکی ندارند.

۷۴٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با دانستن تعاریف مجموعه‌های اعداد به راحتی می‌توان به این سؤال پاسخ داد.



۱-

مجموعه اعداد طبیعی:  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح:  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا:  $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

مجموعه اعداد گنگ:  $Q' = R - Q$

۲-

$$N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

۶۱ گزینه «۳»

تمام اعضای مجموعه  $M$  را بررسی می‌کنیم تا تعداد اعضای گویای آن را مشخص کنیم:

توجه کنید  $\pi$  گویا نیست، پس  $\frac{\pi}{4}$  هم گویا نخواهد بود.

گویا نیست.  $\frac{\pi}{4} \rightarrow$  گویا نیست.  $\sqrt{3} \rightarrow$

گویا است.  $\frac{3}{2} \rightarrow$  گویا است.  $\sqrt{16} = 4 \rightarrow$

گویا است.  $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3 \rightarrow$

بنابراین، مجموعه  $M$  دارای سه عضو گویا است.



اگر عدد  $\pi$  در هر عدد گویایی (به جز صفر) ضرب یا تقسیم شود، همچنان گنگ باقی خواهد ماند.

۶۲ گزینه «۳»

عدد ۲۹ مربع کامل نیست، پس  $\sqrt{29}$  عددی گنگ است و اعداد گنگ هم جزء اعداد حقیقی هستند (شرط اول در همه گزینه‌ها صحیح است). برای مشخص کردن حدود  $\sqrt{29}$ ، ابتدا حدود  $3 - \sqrt{29}$  را مشخص می‌کنیم و از  $\sqrt{29}$  به عدد سؤال می‌رسیم.

$$\rightarrow \text{قرینه} \quad 6 < \sqrt{29} < 5 \rightarrow \text{جنر} \quad 25 < 29 < 36$$

$$-8 < -\sqrt{29} < -3 \rightarrow -9 < -3 - \sqrt{29} < -5 \rightarrow -6 < -\sqrt{29} < -3$$

بنابراین، عدد  $3 - \sqrt{29}$  به مجموعه  $\{x \in R, -9 < x < -8\}$  تعلق دارد.

۵۹٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با دانستن مقدار تقریبی  $\sqrt{5}$ ، خواسته سؤال را به راحتی به دست آورده‌اند.

$$\frac{\sqrt{5} = 2.2}{\rightarrow} \rightarrow 3 - \sqrt{5} = 3 - 2.2 = 0.8 \rightarrow 0 < 0.8 < 1$$

۵۷ گزینه «۴»

بین هر عدد دو دلخواه متمایز، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. بنابراین، بین دو عدد  $\sqrt{6}$  و  $\sqrt{7}$ ، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

۵۸ گزینه «۲»

پاره‌خطی که روی محور اعداد رسم شده، نشان می‌دهد که تمام اعداد محدود  $-1$  تا  $2$  را شامل می‌شود. پس منظور اعداد حقیقی است که فقط در گزینه «۲» اعداد حقیقی بیان شده است. شروع پاره‌خط از  $-1$  و پایان آن  $2$  است که این نکته نیز در گزینه «۲» به درستی مشخص شده است.

۸۷٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با دقت در محور اعداد و تشخیص اینکه مجموعه بیان شده بیانگر اعداد حقیقی است، به راحتی به سؤال پاسخ داده‌اند.

۵۹ گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:  $x \in R$  و  $R$  بیانگر مجموعه اعداد حقیقی است و تعداد اعداد حقیقی در یک محدوده، بی‌شمار است.

گزینه «۲»:  $x \in N$  و  $N$  بیانگر مجموعه اعداد طبیعی است. اعداد طبیعی بین  $0$  تا  $2$  برابر است با  $1$  و  $2$ .

گزینه «۳»:  $x \in W$  و  $W$  بیانگر مجموعه اعداد حسابی است. اعداد حسابی بین  $0$  تا  $2$  برابر است با:  $0, 1, 2$

گزینه «۴»:  $x \in Q$  و  $Q$  بیانگر مجموعه اعداد گویا است. تعداد اعداد گویا در یک محدوده از اعداد، بی‌شمار است.

پس گزینه «۳» پاسخ است.

۹۲٪ دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با دقت در تعریف مجموعه‌های اعداد، به راحتی می‌توان به این سؤال پاسخ داد.



۱-

مجموعه اعداد طبیعی:  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی:  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

۲-

$$N \subseteq W$$

$$W \not\subseteq N$$

گزینه «۲» ۶۳

به بررسی هر یک از موارد صورت سؤال می‌پردازیم:

الف)  $\pi \in \mathbb{Q}$ : مجموعه اعداد گویا است. اما  $\pi$  عددی گنگ است، زیرا ارقام اعشار آن بی‌شمار است و دارای دوره تناوب نیست. البته در محاسبات معمولاً از دو رقم اعشار آن استفاده می‌شود. پس مورد الف) نادرست است.

ب)  $\frac{3}{14} \in \mathbb{Q}$ : عدد  $\frac{3}{14}$  یک عدد اعشاری با دو رقم اعشار است. پس عددی گویا است و مورد ب) درست است.

\* دقت کنید به جای  $\pi$  در محاسبات به تقریب از  $\frac{3}{14}$  استفاده می‌کنیم، ولی عدد  $\frac{3}{14}$  همان  $\pi$  نیست! پس  $\pi$  گنگ است، ولی  $\frac{3}{14}$  گنگ نیست.

ج)  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ : مجموعه اعداد حقیقی است که شامل اعداد گویا و گنگ می‌شود.  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است، پس مورد ج) درست است.

د)  $\sqrt{289} \in \mathbb{N}$ : مجموعه اعداد طبیعی است. اگر اعداد رادیکالی جواب طبیعی داشته باشند، دیگر گنگ به حساب نمی‌آیند. مثلاً  $\sqrt{4}$  گنگ نیست، زیرا  $\sqrt{4} = 2$  و  $2 \in \mathbb{N}$ . پس  $\sqrt{4} \in \mathbb{N}$ . در اینجا نیز با توجه به این که  $\sqrt{289} = 17$  است، پس مورد د) درست است.

ه)  $100 \in \mathbb{N}$ : ابتدا باید حاصل  $(-10)^2$  را به دست آوریم:  $(-10)^2 = 100$ .  $100$  عددی طبیعی و عضو  $\mathbb{N}$  است. پس مورد ه) نادرست است.

در نتیجه، از بین موارد صورت سؤال، سه مورد درست است.

گزینه «۴» ۶۴

اگر عددی گنگ، در صفر ضرب شود، حاصل گویا (صفر) خواهد شد.

$\sqrt{3}$  عددی گنگ است، بنابراین  $a + 5$  می‌بایست برابر با صفر باشد تا  $(a + 5)\sqrt{3}$  گویا شود. بنابراین:

$$a + 5 = 0 \rightarrow a = -5$$

گزینه «۳» ۶۵

هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»:  $2 < 1 + \sqrt{3} < 3 \rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$

گزینه «۲»:  $-3 < 1 - \sqrt{10} \Rightarrow -3 - 1 < -\sqrt{10}$

$\Rightarrow -4 < -\sqrt{10} \xrightarrow{\times(-1)} \sqrt{10} < 4$

گزینه «۳»:  $3 < \sqrt{7} + 2 < 4 \rightarrow 1 < \sqrt{7} < 2$

گزینه «۴»:  $-1 - \sqrt{5} + 2 < 0 \Rightarrow -1 + 2 < \sqrt{5} \rightarrow 1 < \sqrt{5}$

توجه کنید که برای بررسی گزینه‌های «۱» و «۳» به صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

گزینه «۱»: چون  $\sqrt{3}$  عددی بین ۱ و ۲ است، پس  $1 + \sqrt{3}$  عددی بین ۲ و ۳ خواهد بود.

گزینه «۳»: چون  $\sqrt{7}$  عددی بین ۲ و ۳ است، پس  $2 + \sqrt{7}$  عددی بین ۴ و ۵ خواهد بود.

گزینه «۱» ۶۶

روش اول: با مشاهده گزینه‌ها و این‌که کسرها دو به دو دارای صورت مشترک هستند، ابتدا به مقایسه کسره‌های با صورت مساوی می‌پردازیم، سپس به مقایسه سایر کسرها می‌پردازیم.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های «۱» و «۳»: دو کسر دارای صورت یکسان هستند. می‌دانیم که بین دو کسر با صورت یکسان، کسری بزرگ‌تر است که مخرج کوچک‌تری داشته باشد. بنابراین:

$$\frac{a}{b-1} \geq \frac{a}{b+1}$$

گزینه‌های «۲» و «۴»: این دو کسر نیز دارای صورت یکسان هستند. بنابراین:

$$\frac{2a}{2b+1} \leq \frac{2a}{2b-1}$$

حال به مقایسه اعداد گزینه‌های «۱» و «۴» می‌پردازیم:

هم‌مخرج ساختن این دو کسر سخت‌تر از یکسان‌سازی صورت آن‌ها است، پس بهتر است صورت این دو کسر را یکسان کنیم و با توجه به نکته قبلی، آن‌ها را مقایسه نماییم.

اگر کسر گزینه «۱» را در  $\frac{2}{2}$  ضرب کنیم،  $\frac{2a}{2b-2}$  به دست می‌آید که

صورت آن با صورت کسر گزینه «۴» یکسان است. از آن‌جا که مخرج کسر

گزینه «۱» یعنی  $2b-2$  کوچک‌تر از مخرج کسر گزینه «۴» یعنی  $2b-1$

است، بنابراین کسر گزینه «۱» بزرگ‌تر از کسر گزینه «۴» است، یعنی:

$$\frac{2a}{2b-2} \geq \frac{2a}{2b-1}$$

روش دوم: ما می‌توانیم با تکنیک عددگذاری نیز به این سؤال پاسخ دهیم. با توجه به آن‌که اعداد  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی بزرگ‌تر از یک هستند،  $a$  را برابر ۳ و  $b$  را برابر ۲ در نظر می‌گیریم. با مقایسه گزینه‌ها خواهیم داشت:

گزینه «۱»:  $\frac{a}{b-1} = \frac{3}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$

گزینه «۲»:  $\frac{2a}{2b+1} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2 + 1} = \frac{6}{5}$

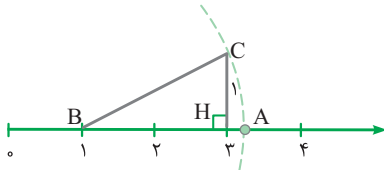
گزینه «۳»:  $\frac{a}{b+1} = \frac{3}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$

گزینه «۴»:  $\frac{2a}{2b-1} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2 - 1} = \frac{6}{3} = 2$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، گزینه «۱» بزرگ‌تر از سایر گزینه‌هاست.

۶۹ گزینه «۲»

ابتدا با توجه به رابطه فیثاغورس، طول وتر مثلث قائم الزاویه را که در واقع همان اندازه شعاع کمان است، محاسبه می‌کنیم:



$$BC^2 = CH^2 + BH^2 \xrightarrow{\substack{CH=1 \\ BH=2}} BC^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} BC = \sqrt{5}$$

$$BC + BA = \sqrt{5}$$

(شعاع کمان) (طول وتر)

از آن جایی که کمان به مرکز  $B = +1$  زده شده است، نقطه  $A$  نشانگر عدد  $1 + \sqrt{5}$  است.

۷۰ گزینه «۲»

در مثلث  $OAC$ ، با توجه به این‌که  $AB$  میانه و ارتفاع وارد بر ضلع  $OC$  است، بنابراین مثلث  $OAC$  متساوی‌الساقین است. بنابراین:

$$OA = AC = x$$

رابطه مساحت مثلث  $OAC$  را از دو طریق می‌نویسیم:

$$\frac{AB \times OC}{2} = \frac{AC \times OA}{2} \Rightarrow AB \times 2 = x^2 \quad (1)$$

حال رابطه فیثاغورس را برای مثلث قائم‌الزاویه  $OAB$  می‌نویسیم:

$$OA^2 = OB^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 = 1^2 + AB^2$$

$$\xrightarrow{(1)} AB \times 2 = 1 + AB^2 \Rightarrow AB^2 - 2AB + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (AB - 1)^2 = 0 \Rightarrow AB = 1$$

حال از رابطه (1) برای به‌دست آوردن مقدار  $x$  استفاده می‌کنیم:

$$AB \times 2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \times 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث  $ACD$  داریم:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 \xrightarrow{CD=1} \frac{AC=\sqrt{2}}{CD=1}$$

$$\Rightarrow AD^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 = 1 + 2 = 3 \xrightarrow{\text{جذر}} AD = \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad : \overline{AE} \text{ و } \overline{OA} \text{ برابر است با مجموع}$$

۷۱ گزینه «۳»

شعاع کمان زده شده برابر است با طول وتر مثلث قائم‌الزاویه. طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\text{وتر} = \sqrt{13} \xrightarrow{\text{جذر}} \text{وتر} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 9 + 4 = 13$$

از آنجاکه کمان به طرف منفی محور زده شده است، طول شعاع کمان را از طول نقطه مرکز کمان تفریق می‌کنیم. بنابراین طول نقطه  $B$  برابر است با:

$$B = -4 - \sqrt{13}$$

۴۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند. چرا که از تکنیک عددگذاری استفاده کرده‌اند و با توجه به محدوده  $a$  و  $b$  که بزرگ‌تر از یک هستند، مقادیر مناسبی را برای  $a$  و  $b$  برگزیده و سپس کسر را مقایسه کرده‌اند.

نکته

۱- در مقایسه کسرهایی با صورت یکسان، کسری بزرگ‌تر است که مخرج کوچک‌تری داشته باشد.

۲- در مقایسه کسرهایی با مخرج یکسان، کسری بزرگ‌تر است که صورت بزرگ‌تری داشته باشد.

۶۷ گزینه «۳»

ابتدا به صورت مجزا، حاصل هر یک از عبارات داخل پرانتز را مشخص می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \\ N &= \{1, 2, 3, \dots\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Z \cup N = Z$$

$$\left. \begin{aligned} W &= \{0, 1, 2, 3, \dots\} \\ Q &= \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W \cap Q = W$$

$$R - Q' = Q$$

حال به محاسبه خواسته صورت سؤال می‌پردازیم:

$$(Z \cup N) \cup (W \cap Q) - (R - Q') = (Z \cup W) - Q = Z - Q = \emptyset$$

۶۸ گزینه «۳»

ابتدا تا جای امکان، گزینه‌ها را ساده می‌کنیم، سپس در رابطه با گنگ یا گویا بودن اعداد نتیجه‌گیری می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها:

گویا است  $\rightarrow (\sqrt{5})^2 = 5$  : گزینه «۱»

گویا است.  $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{20}+2} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{4 \times 5}+2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2(\sqrt{5}+1)} = \frac{1}{2}$  : گزینه «۲»

گنگ است.  $\frac{2\pi}{3} \rightarrow$  : گزینه «۳»

گزینه «۴»:  $\frac{-5\sqrt{72}}{4\sqrt{2}} = \frac{-5}{4} \times \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \frac{-5}{4} \times \sqrt{\frac{72}{2}}$

گویا است.  $\rightarrow \frac{-5}{4} \times \sqrt{36} = \frac{-5}{4} \times \frac{6}{2} = \frac{-15}{2}$