تبدیل نمودار توابع

۱) نمودار کدام تابع از انقباض عمودی نمودار تابع f به دست می‌آید؟

۱) $y=f(\frac{x}{۳})$ ۲) $y=f(۳x)$

۳) $y=۳f(x)$ ۴) $y=\frac{۱}{۳}f(x)$

%۸۱
%۶۴
مهر ۱۳۹۹

۲) می‌خواهیم نمودار تابع $y=x^۲-۲x+۳$ را به‌گونه‌ای انتقال دهیم تا بر نمودار تابع $y=x^۲$ منطبق شود، فرایند تبدیل کدام گزینه است؟

۱) ابتدا ۱ واحد به سمت راست، سپس ۲ واحد به سمت پایین.

۲) ابتدا ۱ واحد به سمت چپ، سپس ۲ واحد به سمت پایین.

۳) ابتدا ۱ واحد به سمت راست، سپس ۲ واحد به سمت بالا.

۴) ابتدا ۲ واحد به سمت چپ، سپس ۲ واحد به سمت پایین.

%۵۹
%۳۹
مرداد ۱۳۹۸

۳) نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطهٔ تابعی که نمودار آن به‌دست آمده است، کدام است؟

۱) $y=۲f(۱-x)$ ۲) $y=-۲f(x+۱)$

۳) $y=f(-۲x+۲)$ ۴) $y=-f(۲x+۲)$

%۹۲
%۶۵
آبان ۱۳۹۸

۴) نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$ را ابتدا نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم، سپس ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. نمودار جدید محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۳ ۲) ۲

۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۱

%۷۴
%۶۵
دی ۱۳۹۸

۵) نمودار تابع f را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطهٔ تابعی که نمودار آن به‌دست آمده است، کدام است؟

۱) $y=۲f(-x-۱)$ ۲) $y=-۲f(x+۱)$

۳) $y=f(-۲x-۲)$ ۴) $y=-f(۲x+۲)$

%۸۰
%۵۴
مرداد ۱۴۰۰

۶) نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را ابتدا ۲ واحد به سمت راست و سپس ۱ واحد به سمت پایین منتقل کرده و در انتها نمودار به دست آمده را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. تابع حاصل کدام است؟

۱) $y=\sqrt{-x+۲}-۱$ ۲) $y=\sqrt{-x-۲}+۱$

۳) $y=-\sqrt{x-۲}+۱$ ۴) $y=-\sqrt{x+۲}-۱$

%۶۷
%۳۹
مرداد ۱۳۹۸

۷) برای رسم نمودار تابع $g(x)=\sqrt{۹x+۱۸}$ از روی نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$، کافی است ابتدا نمودار تابع f را .... انتقال داده و سپس عرض هر نقطه را .... کنیم.

۱) ۳ واحد به چپ- ۳ برابر ۲) ۲ واحد به چپ- ۳ برابر

۳) ۲ واحد به چپ- ۹ برابر ۴) ۳ واحد به راست- ۳ برابر

%۶۴
%۴۰
مرداد ۱۴۰۰

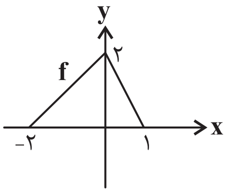
۸ نمودار تابع f را ابتدا دو واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم، سپس آن را نسبت به محور xها قرینه کرده و در نهایت دو واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم تا تابع g با ضابطهٔ $g(x)=-|x+5|+2$ به دست آید. ضابطهٔ تابع f کدام است؟

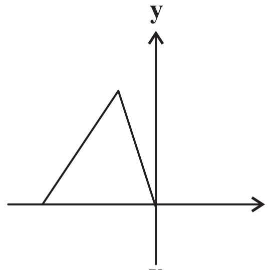
۱) $f(x)=|x+3|-4$ ‏ ۲) $f(x)=|-x+1|+2$

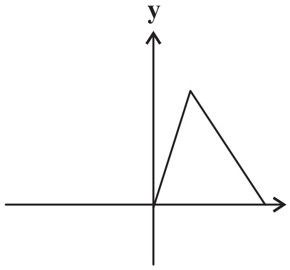
۳) $f(x)=-|x+3|+4$ ‏ ۴) $f(x)=-|x+2|+2$

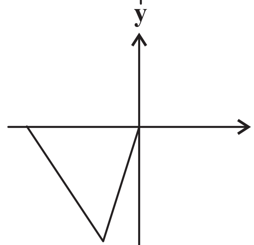
	٪۶۶
	٪۳۹
	آبان ۱۳۹۹

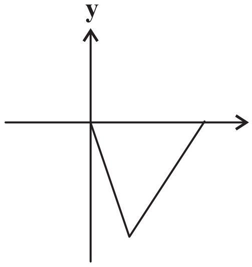
۹ اگر نمودار تابع f به صورت شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y=-3f(\frac{x}{2}+1)$ شبیه کدام است؟



۱) 

۲) 

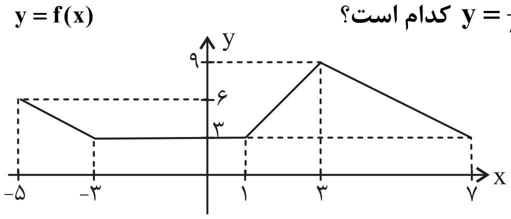
۳) 

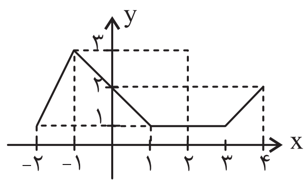
۴) 

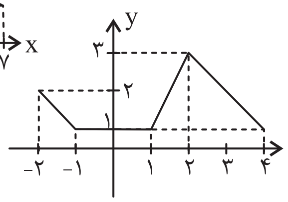
	٪۷۴
	٪۶۳
	آبان ۱۴۰۰

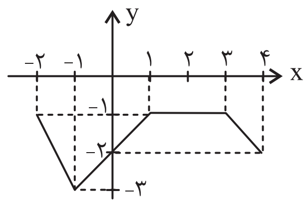
۱۰ شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y=f(x)$ است. نمودار تابع $y=\frac{1}{3}f(2x-1)$ کدام است؟

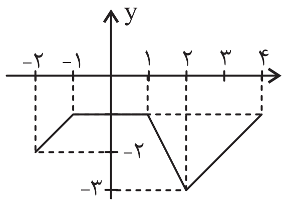
$y=f(x)$



۱) 

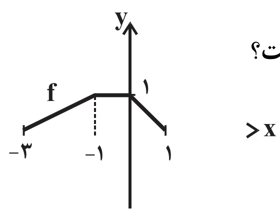
۲) 

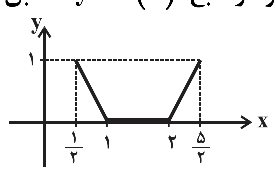
۳) 

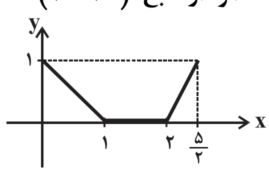
۴) 

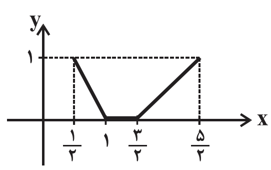
	٪۶۳
	٪۴۷
	مرداد ۱۴۰۰

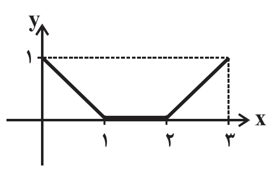
۱۱ نمودار تابع $y=f(x)$ مطابق شکل روبه‌رو است، نمودار تابع $g(x)=1-f(2-2x)$ کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

	٪۳۷
	٪۳۰
	مرداد ۱۳۹۸

۱۲) با اعمال موارد کدام گزینه به‌ترتیب گفته شده، نمودار تابع $y=f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y=-\frac{۱}{۴}f(۱-x)$ می‌شود؟

۱) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض با ضریب $\frac{۱}{۴}$ در راستای افقی

۲) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض با ضریب $\frac{۱}{۴}$ در راستای عمودی

۳) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض با ضریب $\frac{۱}{۴}$ در راستای افقی

۴) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور xها و yها، انقباض با ضریب $\frac{۱}{۴}$ در راستای عمودی

%۶۵
%۳۷
مرداد ۱۴۰۰

۱۳) اگر $D_f=[-۴,۱]$ باشد، دامنهٔ تابع $g(x)=۲f(۲x)-f(x+۲)$ کدام است؟

۱) $\left[-۶,-\frac{۱}{۲}\right]$
۲) $[-۳,۱]$
۳) $[-۶,-۲]$
۴) $[-۲,-۱]$

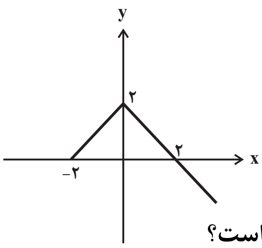
%۵۷
%۴۹
آبان ۱۳۹۸

۱۴) اگر دامنهٔ تابع f برابر $[-۲,۳]$ باشد، دامنهٔ تابع $g(x)=۱-۳f(۲x-۱)$ کدام است؟

۱) $\left[۰,\frac{۵}{۲}\right]$
۲) $\left[-\frac{۱}{۲},۲\right]$
۳) $\left[-۲,\frac{۱}{۲}\right]$
۴) $[-۵,۵]$

%۴۶
%۳۱
شهریور ۱۳۹۸

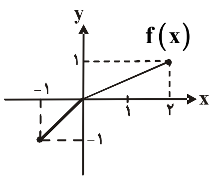
۱۵) اگر نمودار تابع f به صورت شکل زیر باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار $y=f(x)$ و $y=-f(-x)$ کدام است؟

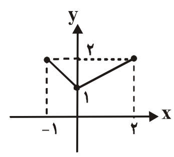
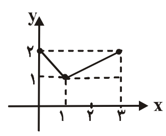
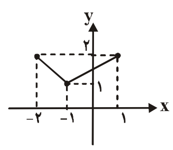
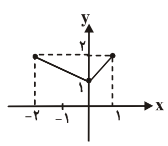


۱) ۱۶
۲) ۳۲
۳) ۸
۴) ۴

%۷۰
%۵۷
آبان ۱۳۹۹

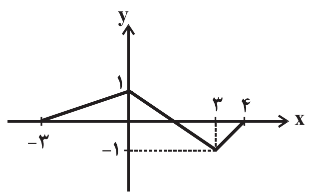
۱۶) نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x)=|f(x-۱)|+۱$ کدام است؟

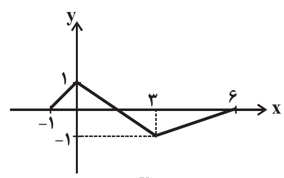
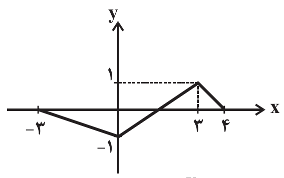
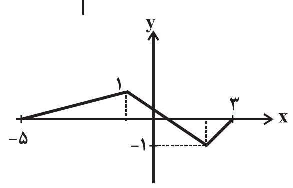
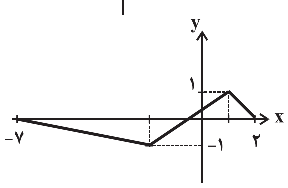


۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

%۵۸
%۵۰
بهمن ۱۴۰۱

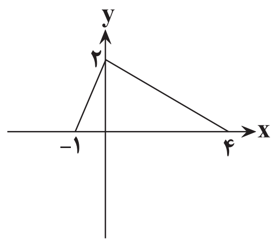
۱۷) اگر نمودار $y=-f(x-۲)$ به‌صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=f(۱-x)$ کدام است؟

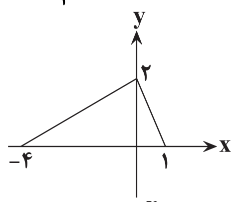


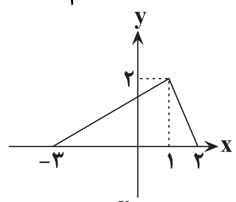
۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

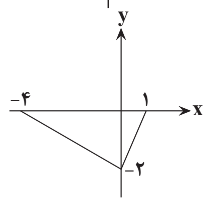
%۷۶
%۵۶
آبان ۱۳۹۸

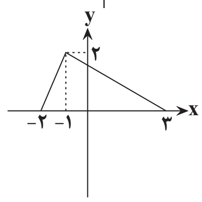
۱۸) اگر نمودار تابع $y=f(\frac{1-x}{2})$ به‌صورت زیر باشد، نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2})$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


	%۶۸
	%۵۱
	مرداد ۱۴۰۰

۱۹) برد تابع $f(x)=\frac{|x|}{x}\sqrt{x+4}$ کدام است؟

۱) $(-2,0]\cup(2,+\infty)$

۲) $(-2,+\infty)$

۳) $[-4,-2)\cup(2,+\infty)$

۴) $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

	%۴۹
	%۳۲
	مهر ۱۳۹۹

۲۰) نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x}-2 & x<1\\ x^2-2x-1 & x\geq 1\end{cases}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور <u>نمی‌کند</u>؟

۱) اول

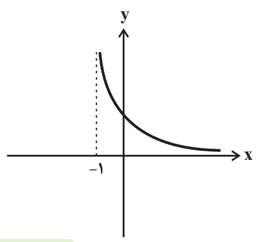
۲) دوم

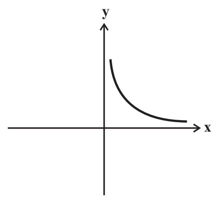
۳) سوم

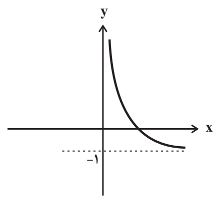
۴) چهارم

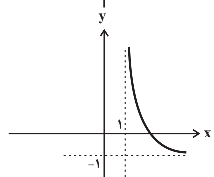
	%۵۷
	%۳۲
	مهر ۱۴۰۰

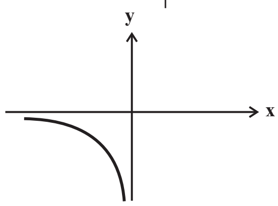
۲۱) نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y=f^{-1}(x-1)$ کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


	%۷۴
	%۳۸
	آبان ۱۳۹۹

۲۲) نقطهٔ $(1,0)$ روی نمودار تابع f، به کدام نقطه روی نمودار تابع $g(x)=1+f(2x)$ تبدیل می‌شود؟

۱) $(\frac{1}{2},2)$

۲) $(1,1)$

۳) $(\frac{1}{2},1)$

۴) $(1,2)$

	%۶۹
	%۶۳
	فروردین ۱۳۹۹

۲۳) نقطهٔ $A(3,1)$ روی نمودار تابع f به نقطهٔ A' روی نمودار تابع $g(x)=f(1-2x)-3$ تبدیل می‌شود. فاصلهٔ این دو نقطه از هم کدام است؟

۱) $2\sqrt{5}$

۲) $\sqrt{17}$

۳) $\sqrt{13}$

۴) 5

	%۵۵
	%۴۸
	فروردین ۱۴۰۰

فصل ۱: تابع

۱ گزینهٔ «۴»

انقباض عمودی مربوط به تغییرات روی y است و چون می‌خواهیم انقباض صورت بگیرد باید این مقادیر کوچک شوند.

٪۶۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از نکته مربوط به انقباض و انبساط نمودار استفاده کرده‌اند و تشخیص داده‌اند که ضریب مثبت $f(x)$ باید عددی بین صفر و یک باشد.

نکته

انقباض / انبساط افقی مربوط به تغییرات ضریب x است که برای انقباض باید ضریب پشت x عددی بزرگ‌تر از یک و برای انبساط ضریب پشت x باید بین صفر و یک باشد.

انقباض/ انبساط عمودی مربوط به تغییرات ضریب پشت $f(x)$ است. در انقباض ضریب پشت $f(x)$ باید بین صفر و یک و برای انبساط ضریب پشت $f(x)$ باید بزرگ‌تر از یک باشد.

۲ گزینهٔ «۲»

ابتدا تابع داده شده را به صورت مربع کامل بازنویسی می‌کنیم تا بتوانیم با $y=x^2$ مقایسه کنیم:

$$y=x^2-2x+3=x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2$$

پس باید $(x-1)^2+2$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت پایین بیاوریم تا بر x^2 منطبق شود.

٪۳۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که ابتدا تابع داده شدهٔ $y=x^2-2x+3$ را به شکل مربع کامل بازنویسی کرده‌اند تا مقایسه درستی داشته باشند و سپس به راحتی با استفاده از قواعد انتقال نمودار به حل سؤال رسیده‌اند.

نکته

در انتقال نمودار $y=f(x)$ به سمت راست یا چپ به مقدار a واحد، به ترتیب، به $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم و در انتقال نمودار $y=f(x)$ به مقدار a واحد به سمت بالا یا پایین، به ترتیب به $f(x)+a$ و $f(x)-a$ می‌رسیم.

۳ گزینهٔ «۱»

از قوانین مربوط به انتقال نمودار که در قسمت نکته گفته شده، داریم:

$$y=f(x)\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}}y=f(x+1)$$
$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}}y=f(-x+1)$$
$$\xrightarrow{\text{دو برابر کردن عرض}}y=2f(-x+1)$$

٪۶۵ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از قوانین انتقال به درستی استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که هنگام قرینه کردن، علامت منفی را تنها روی x اعمال کنند یعنی $f(x+1)$ به $f(-x+1)$ تبدیل می‌شود نه $f(-x-1)$.

نکته

اگر $a>0$ باشد، زمانی که تابع $y=f(x)$ را a واحد به سمت راست منتقل کنیم، ضابطهٔ $y=f(x-a)$ و زمانی که a واحد به سمت چپ منتقل کنیم $y=f(x+a)$ به دست می‌آید. همچنین زمانی که نمودار را نسبت به محور yها قرینه کنیم $y=f(-x)$ و زمانی که نسبت به محور xها قرینه کنیم $y=-f(x)$ به دست می‌آید. نکته مهم این است که زمانی که تغییری را روی x می‌خواهیم اعمال کنیم، فقط روی x اعمال می‌شود، یعنی زمانی که $f(x+1)$ را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم، ضابطهٔ $f(-x+1)$ به دست می‌آید نه $f(-x-1)$. با a برابر کردن عرض نقاط ضابطهٔ $y=af(x)$ و با a برابر کردن طول نقاط ضابطهٔ $y=f(\frac{x}{a})$ به دست می‌آید.

۴ گزینهٔ «۱»

$$f(x)=\sqrt{x-1}\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}}y=\sqrt{-x-1}$$
$$\xrightarrow{\text{۴ واحد به سمت راست}}y=\sqrt{-(x-4)-1}$$
$$\Rightarrow y=\sqrt{-x+4-1}=\sqrt{3-x}$$

محل تقاطع با محور طول‌ها یعنی جایی که $y=0$ است.

$$y=\sqrt{3-x}=0\Rightarrow 3-x=0\Rightarrow x=3$$

٪۶۵ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از قوانین انتقال نمودار استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که تغییرات مربوط به x را تنها روی x اعمال کنند.

۵ گزینهٔ «۱»

به‌ترتیب تغییرات خواسته شده را با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکته روی تابع $y=f(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$f(x)\xrightarrow{\text{۱واحد به راست}}f(x-1)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}}f(-x-1)$$
$$\xrightarrow{\text{دو برابر کردن عرض نقاط}}y=2f(-x-1)$$

دقت داشته باشید که هنگام قرینه کردن $f(x-1)$ نسبت به محور yها تنها x قرینه می‌شود نه $x-1$. بنابراین $f(-x-1)$ می‌شود نه $f(-(x-1))=f(-x+1)$.

٪۵۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکته و تسلط بر قواعد انتقال توانسته‌اند موارد خواسته شده را روی تابع $f(x)$ اعمال کنند.

نکته

اگر $(a>0)$ تابع $f(x)$ را a واحد به سمت راست یا چپ ببریم، به ترتیب به ضابطهٔ $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم. با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور yها ضابطهٔ $f(-x)$ به دست می‌آید.

با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور xها ضابطهٔ $-f(x)$ به دست می‌آید.

با a برابر کردن عرض نقاط به ضابطهٔ $af(x)$ می‌رسیم. (انبساط/ انقباض عمودی)

با a برابر کردن طول نقاط به ضابطهٔ $f(\frac{x}{a})$ می‌رسیم. (انبساط/ انقباض افقی)

۶ گزینهٔ «۳»

به ترتیب تغییرات خواسته شده را اعمال می‌کنیم:

$$y=\sqrt{x}\xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}}\sqrt{x-۲}\xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت پایین}}$$

$$\sqrt{x-۲}-۱\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}-(\sqrt{x-۲}-۱)$$

$\Rightarrow$ تابع حاصل : $y=-\sqrt{x-۲}+۱$

٪۳۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از قوانین مربوط به انتقال و قرینه کردن نمودار که در قسمت نکات گفته شده است به درستی استفاده کرده‌اند.

۷ گزینهٔ «۱»

با بازنویسی تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x)=\sqrt{۹(x+۲)}=۳\sqrt{x+۲}$$

$$\sqrt{x-۱}\xrightarrow{\text{۳واحد به چپ}}\sqrt{(x+۳)-۱}=\sqrt{x+۲}$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط عمودی با ضریب ۳}}۳\sqrt{x+۲}=\sqrt{۹x+۱۸}$$

٪۴۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از مفاهیم انتقال و انبساط و انقباض به درستی استفاده نموده‌اند.

۸ گزینهٔ «۱»

برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع f، تمام مراحل داده شده را به صورت عکس روی تابع $g(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$g(x)=-|x+۵|+۲\xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت بالا}}$$

$$-|x+۵|+۴\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}$$

$$|x+۵|-۴\xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}}|x+۳|-۴$$

$$\Rightarrow f(x)=|x+۳|-۴$$

٪۳۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از قواعد گفته شده در قسمت نکات استفاده کرده‌اند و با عکس کردن مراحل از انتها به ابتدا، از تابع $g(x)$ به تابع $f(x)$ رسیده‌اند.

نکته

به صورت خلاصه داریم: $(a>۰)$

$$y=f(x)\begin{cases}\text{a واحد به سمت راست}\rightarrow f(x-a)\\ \text{a واحد به سمت چپ}\rightarrow f(x+a)\\ \text{a واحد به سمت بالا}\rightarrow f(x)+a\\ \text{a واحد به سمت پایین}\rightarrow f(x)-a\\ \text{قرینه نسبت به محور x ها}\rightarrow -f(x)\\ \text{قرینه نسبت به محور y ها}\rightarrow f(-x)\end{cases}$$

توجه کنید که تغییرات y روی کل تابع اعمال می‌شود ولی تغییرات x فقط روی خود x اعمال می‌شود.

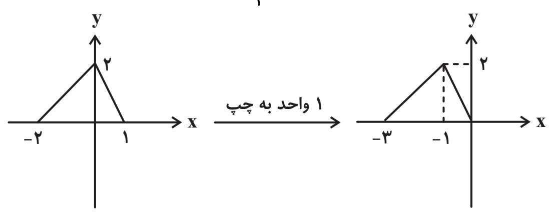
۹ گزینهٔ «۳»

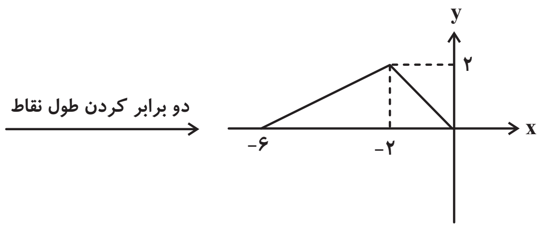
با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکات، ترتیب اعمال تغییرات را درمی‌آوریم و سپس نمودار را رسم می‌کنیم.

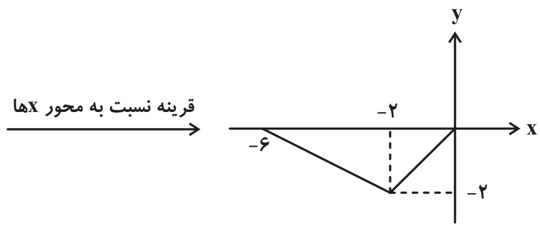
$$f(x)\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}}f(x+۱)\xrightarrow{\text{دو برابر شدن طول نقاط}}$$

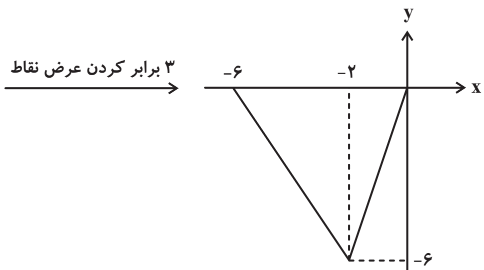
$$f(\frac{x}{۲}+۱)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}}-f(\frac{x}{۲}+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{۳ برابر شدن عرض نقاط}}-۳f(\frac{x}{۲}+۱)$$









٪۶۳ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و نکتهٔ گفته شده، مرحله به مرحله پیش رفته‌اند و در نهایت نمودار تابع خواسته شده را رسم کرده‌اند.

نکته

زمانی که می‌خواهیم تبدیل تابع $f(x)$ به صورت کلی $y=cf(a+bx)+d$ را بررسی کنیم، به ترتیب از a تا d اعمال می‌کنیم. عدد a مربوط به انتقال در راستای محور x ها، ضریب b مربوط به انقباض و انبساط افقی یا انعکاس نسبت به محور y ها، ضریب c مربوط به انقباض و انبساط عمودی یا انعکاس نسبت به محور x ها و عدد d مربوط به انتقال در راستای محور y ها است.

۱۰ گزینهٔ «۲»

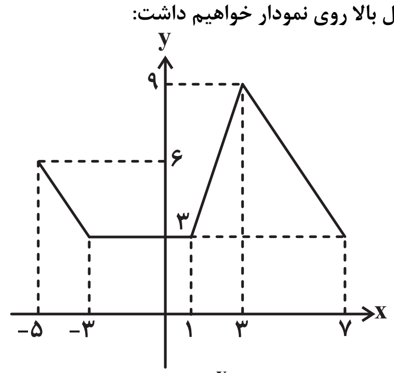
ابتدا مراحل ساخته شدن $y=\frac{۱}{۳}f(۲x-۱)$ از $y=f(x)$ را نوشته و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم. (با توجه به نکتهٔ گفته شده)

$$f(x)\xrightarrow{\text{۱ واحد به راست}}f(x-۱)\xrightarrow[\text{(انقباض افقی با ضریب }\frac{۱}{۲}\text{)}]{\text{نصف کردن طول نقاط}}$$

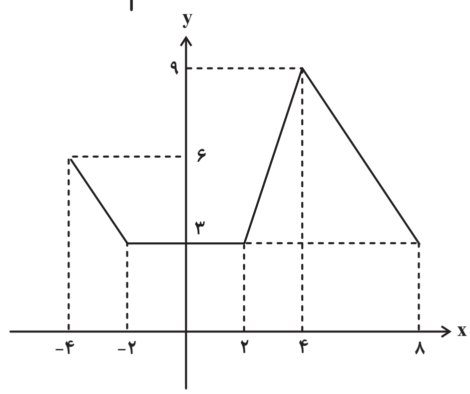
$$f(۲x-۱)\xrightarrow[\text{(انقباض عمودی با ضریب }\frac{۱}{۳}\text{)}]{\frac{۱}{۳}\text{ برابر کردن عرض نقاط}}y=\frac{۱}{۳}f(۲x-۱)$$

دقت داشته باشید زمانی که طول یعنی x را نصف می‌کنیم، در ضابطه ضریب ۲ تنها بر x اعمال می‌شود یعنی داریم: $(۲\times x)-۱$ نه $۲(x-۱)$!

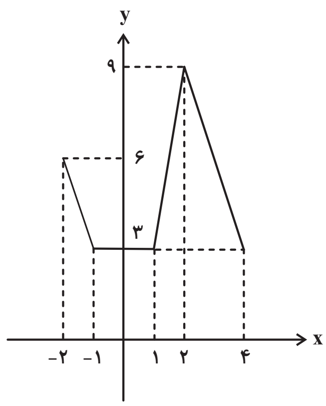
با اعمال مراحل بالا روی نمودار خواهیم داشت:



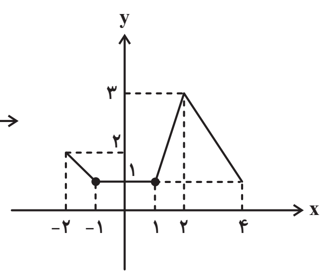
۱ واحد به راست



نصف کردن طول نقاط



$\frac{۱}{۳}$ برابر کردن عرض نقاط



۴۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با توجه به نکتهٔ گفته شده ترتیب اعمال تغییرات را به درستی نوشته‌اند و روی نمودار $y=f(x)$ اعمال کرده‌اند تا به نمودار خواسته شده برسند.

۱۱ گزینهٔ «۳»

برای رسیدن به تابع $g(x)$ از تابع $f(x)$ مراحل زیر را باید طی کنیم.

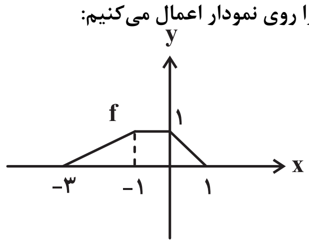
$$f(x)\xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت چپ}}f(x+۲)\xrightarrow[\text{(انقباض افقی با ضریب }\frac{۱}{۲}\text{)}]{\text{طول نقاط نصف شود}}$$

$$f(۲x+۲)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور }y\text{ها}}f(-۲x+۲)$$

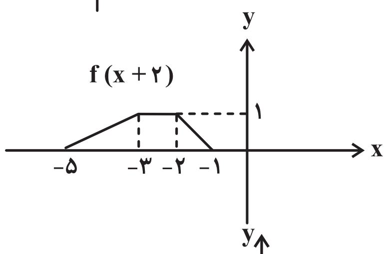
$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور }x\text{ها}}-f(-۲x+۲)$$

$$\xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت بالا}}g(x)=۱-f(۲-۲x)$$

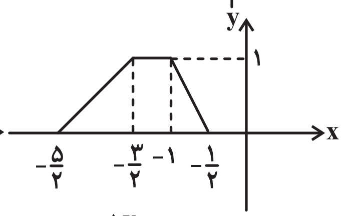
حال این تغییرات را روی نمودار اعمال می‌کنیم:



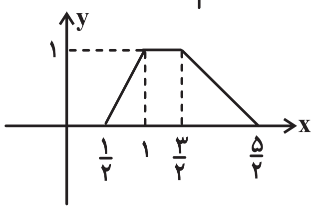
۲ واحد به سمت چپ



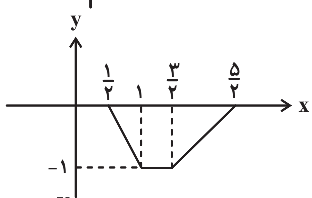
طول نقاط نصف شود



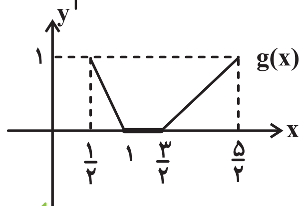
قرینه نسبت به محور yها



قرینه نسبت به محور xها



۱ واحد به سمت بالا



۳۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکات گفته شده در مورد رعایت ترتیب اعمال تغییرات تسلط داشته و انتقال‌های مربوطه را به دست آورده و روی نمودار اعمال کرده‌اند.

۱۲ گزینهٔ «۲»

با توجه به نکتهٔ گفته شده، داریم:

$$f(x)\xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت چپ}}f(x+۱)\xrightarrow[\text{و محور x ها}]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}}$$

$$-f(-x+۱)\xrightarrow{\text{انقباض عمودی، اعمال ضریب }\frac{۱}{۴}\text{ در راستای y (عمودی)}}-\frac{۱}{۴}f(-x+۱)$$

٪۳۷ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ترتیب اعمال تغییرات روی تابع، طبق نکات گفته شده تسلط داشته‌اند و از انتقال و انقباض و انعکاس به درستی استفاده نموده‌اند.

۱۳ گزینهٔ «۴»

برای پیدا کردن دامنهٔ تابع $g(x)$ باید دامنهٔ تابع $f(x+۲)$ و $f(۲x)$ را بیابیم و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم. داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x+۲\in[-۴,۱]\Rightarrow -۴\le x+۲\le ۱\Rightarrow -۶\le x\le -۱ \\ ۲x\in[-۴,۱]\Rightarrow -۴\le ۲x\le ۱\Rightarrow -۲\le x\le \frac{۱}{۲} \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک می‌گیریم}}[-۲,-۱]\Rightarrow D_g=[-۲,-۱]$$

٪۴۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که عبارات داخل تابع f را در بازهٔ عددی دامنه قرار داده‌اند و مقادیر قابل قبول برای x را به دست آورده‌اند.

نکته

زمانی که دامنهٔ تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و می‌خواهیم دامنهٔ تابع $f(u)$ (u عبارتی برحسب x) را به دست بیاوریم، باید دقت کنیم که $u\in D_f$ است سپس با توجه به این موضوع مقادیر قابل قبول برای x را به دست می‌آوریم.

۱۴ گزینهٔ «۲»

دامنهٔ $g(x)$ همان دامنهٔ $f(۲x-۱)$ است. پس با قرار دادن عبارت $۲x-۱$ در محدودهٔ دامنهٔ f داریم:

$$D_f=[-۲,۳]\Rightarrow ۲x-۱\in[-۲,۳]\Rightarrow -۲\le ۲x-۱\le ۳$$

$$\Rightarrow -۱\le ۲x\le ۴\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le x\le ۲\Rightarrow D_g=[-\frac{۱}{۲},۲]$$

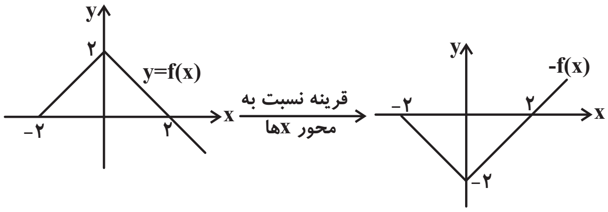
٪۳۱ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با قرار دادن $۲x-۱$ در دامنهٔ تابع f و حل نامعادله مربوطه، حدود x یا به عبارتی دامنهٔ g را به دست آورده‌اند.

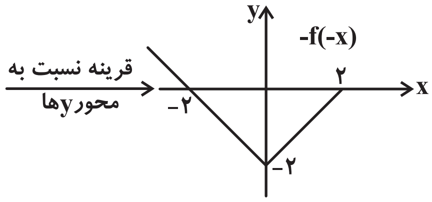
نکته

زمانی که دامنهٔ تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و دامنهٔ $f(u)$ (u عبارتی برحسب x) از ما خواسته می‌شود، باید با توجه به $u\in D_f$، حدود x را پیدا کنیم. محدوده به دست آمده همان دامنهٔ مطلوب است دقت کنید در اینجا در تابع $f(u)$، عبارت $u(x)$ باید در دامنهٔ f صدق کند نه خود x.

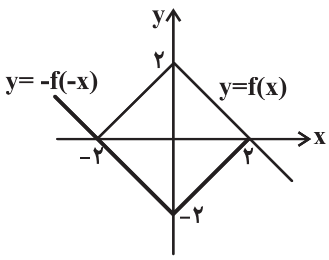
۱۵ گزینهٔ «۳»

برای رسم نمودار $y=-f(-x)$ باید نمودار $y=f(x)$ را نسبت به محور x ها و y ها قرینه کنیم. بنابراین داریم:





با رسم هر دو نمودار در یک شکل داریم:



سطح محدود بین دو نمودار یک مربع است که از طرفی لوزی هم هست و مساحت آن از رابطه $\frac{\text{حاصل‌ضرب دو قطر}}{۲}$ به دست می‌آید. در نتیجه داریم:

مساحت سطح بین دو نمودار: $S=\frac{۴\times۴}{۲}=۸$

٪۵۷ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با تسلط بر قواعد انعکاس، نمودار خواسته شده را رسم کرده‌اند و بعد از آن به راحتی مساحت سطح بین دو نمودار را به‌دست آورده‌اند.

نکته

$$y=f(x)\begin{cases}\text{قرینه نسبت به محور xها}: y=-f(x)\\ \text{قرینه نسبت به محور yها}: y=f(-x)\end{cases}$$

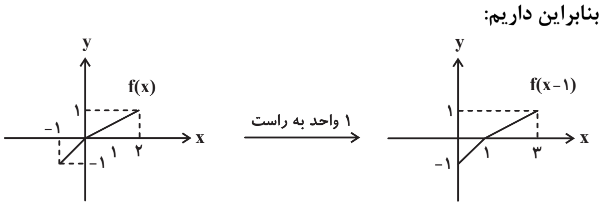
۱۶ گزینهٔ «۲»

در ابتدا مراحل رسیدن از تابع $f(x)$ به $g(x)$ را می‌نویسیم و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم:

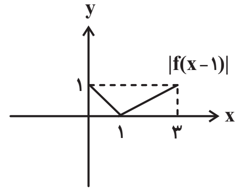
$$f(x)\xrightarrow{\text{۱ واحد به راست}}f(x-۱)\xrightarrow{\text{قدرمطلق گرفتن از کل تابع}}$$

$$|f(x-۱)|\xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت بالا}}g(x)=|f(x-۱)|+۱$$

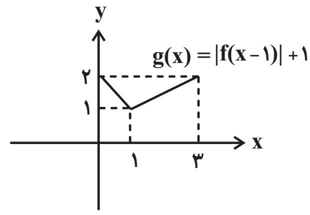
بنابراین داریم:



$$\xrightarrow[\text{حذف نمودار در قسمت زیر محور xها}]{\text{قرینه کردن قسمت‌های زیر محور xها}}$$



$$\xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت بالا}}$$



٪۵۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که باتسلط بر قواعد انتقال و نحوهٔ رسم $|f(x)|$ توانسته‌اند نمودار مورد نظر را رسم کنند.

نکته

برای رسم نمودار تابع $y=|f(x)|$ قسمت‌هایی از نمودار $f(x)$ که زیر محور x ها هستند را نسبت به این محور قرینه می‌کنیم. سپس قسمت‌های اولیه که زیرمحور x ها بوده‌اند را حذف می‌کنیم. قسمت‌های بالای محور x نیز همان‌طور باقی می‌مانند.

$$|f(x)|=\begin{cases}f(x) & f(x)\ge ۰\\ -f(x) & f(x)<۰\end{cases}$$

برای رسم $y=f(|x|)$ قسمت‌هایی که در سمت چپ محور y ها است را حذف و قسمت‌های سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.

$$f(|x|)=\begin{cases}f(x) & x\ge ۰\\ f(-x) & x<۰\end{cases}$$

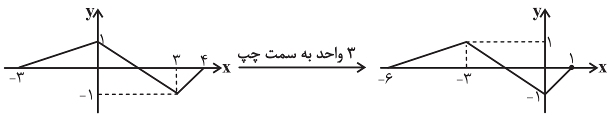
۱۷ گزینهٔ «۱»

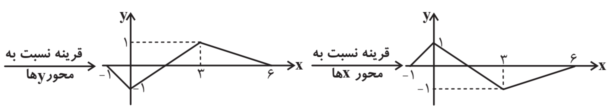
برای این‌که از تابع $-f(x-۲)$ به $f(۱-x)$ برسیم، باید مراحل زیر را به‌ترتیب بر روی تابع f اعمال کنیم:

$$-f(x-۲)\xrightarrow{\text{۳ واحد به سمت چپ}}-f(x+۳-۲)=-f(x+۱)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور yها}}-f(-x+۱)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور xها}}f(۱-x)$$

حال با اعمال این تغییرات روی نمودار داریم:





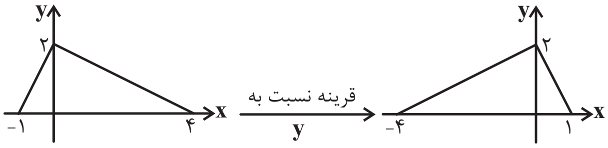
٪۵۶ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و انعکاس توانسته‌اند تابع خواسته شده را از تابع داده شده به دست آورند و سپس همان مراحل را روی نمودار اعمال کردند.

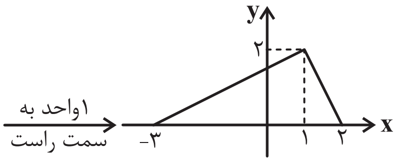
۱۸ گزینهٔ «۲»

می‌خواهیم از $f(\frac{۱-x}{۲})$ به $f(\frac{x}{۲})$ برسیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$f(\frac{۱-x}{۲})\xrightarrow[\text{محور yها}]{\text{قرینه نسبت به}}f(\frac{۱+x}{۲})\xrightarrow[\text{سمت راست}]{\text{یک واحد به}}f(\frac{۱+(x-۱)}{۲})=f(\frac{x}{۲})$$

دقت کنید که تغییرات مربوط به طول تابع تنها روی x اعمال می‌شوند نه اعدادی که کنار آن جمع یا تفریق شده‌اند.





٪۵۱ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال توانسته‌اند مراحل تبدیل تابع را بنویسند و آن را روی نمودار اعمال کنند.

۱۹ گزینهٔ «۱»

در ابتدا دامنه تابع را می‌یابیم:

$$x+۴\ge ۰, x\neq ۰\to x\ge -۴, x\neq ۰\Rightarrow D_f=[-۴,۰)\cup(۰,+\infty)$$

حال برای پیدا کردن برد ابتدا تابع را دو ضابطه‌ای کرده و قدر مطلق را حذف می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}-\frac{x}{x}\sqrt{x+۴} & -۴\le x<۰\\ \frac{x}{x}\sqrt{x+۴} & x>۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-\sqrt{x+۴} & -۴\le x<۰\\ \sqrt{x+۴} & x>۰\end{cases}$$

در ادامه از روی دامنه، ضابطه را ساخته و برد را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}-۴\le x<۰\Rightarrow ۰\le x+۴<۴\Rightarrow ۰\le\sqrt{x+۴}<۲\Rightarrow -۲<-\sqrt{x+۴}\le ۰\\ x>۰\Rightarrow x+۴>۴\Rightarrow\sqrt{x+۴}>۲\end{cases}$$

بین جواب‌ها اجتماع می‌گیریم:

$$R_f=(-۲,۰]\cup(۲,+\infty)$$

٪۳۲ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که ابتدا با توجه به دامنهٔ تابع رادیکال، محدوده دامنه را پیدا کرده‌اند و سپس با دو ضابطه‌ای کردن، تابع قدرمطلق را ساده کرده و در نهایت از روی دامنه تابع ضابطه‌ها را ساخته و حدود y یعنی برد تابع را به دست آورده‌اند.

نکته

برای پیدا کردن برد تابع، در ابتدا باید دامنه را به‌دست آوریم و سپس از روی دامنه ضابطه تابع را بسازیم تا بتوانیم حدود y یعنی همان برد را پیدا کنیم. توجه کنید که برای حذف قدرمطلق باید ضابطه تابع را بر اساس عبارت درون قدرمطلق بازه‌بندی و ساده کنیم.