



درخت دانش

# مجموعه

## فصل اول

مرجع

صفحه‌های ۲ تا ۱۳ کتاب درسی ریاضی (۱)

با درخت دانش، گام به گام پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

**گام اول:** میزان تسلط خود را با

رنگ مشخص کنید.

آبی: مسلط.

سبز: نسبتاً مسلط.

زرد: مسلط نیستم.

**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول

دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی

کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت

کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی

را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه

کنید، متوجه می‌شوید در کدام

قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.

مقدمات مجموعه‌ها

(۵۷ سؤال تألیفی)

زرد

سبز

آبی

تعداد زیر مجموعه‌ها

(۹ سؤال تألیفی)

زرد

سبز

آبی

جبر مجموعه‌ها

(۴۲ سؤال تألیفی)

زرد

سبز

آبی

مجموعه

(۱۰۸ سؤال)



۱. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$\{a,b,c\} \in \{a,b,c\} \quad (۴) \quad \{a\} \subseteq \{\{a\}, \{a,b\}\} \quad (۳) \quad a \in \{\{a\}, \{a,b,c\}\} \quad (۲) \quad \{a,b,b\} \subseteq \{a,b\} \quad (۱)$$

۲. حاصل کدام گزینه ناتهی است؟

$$\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q}') \quad (۴) \quad \mathbb{N} \cap (\mathbb{W} - \mathbb{Z}) \quad (۳) \quad \mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) \quad (۲) \quad \mathbb{N} \cap (\mathbb{Q}' - \mathbb{W}) \quad (۱)$$

۳. با توجه به مجموعه‌های  $A = \{a,b,c, \{a,b\}\}$ ،  $B = \{a,b, \{a,b,c\}\}$  و  $C = \{a,b,c\}$ ، کدام رابطه درست است؟

$$B - A = \{C\} \quad (۴) \quad B - \{C\} = \emptyset \quad (۳) \quad C - B = \emptyset \quad (۲) \quad A - B = C \quad (۱)$$

۴. اگر داشته باشیم  $A = \{۳, a, ۲b, ۶\}$  و  $B = \{a, a+b\}$  و  $A = B$  مقدار  $ab$  کدام است؟

$$۱۲(۴) \quad ۹(۳) \quad ۶(۲) \quad ۳(۱)$$

۵. مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 = -9x\}$  با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر نیست؟

$$B' = \{k \in \mathbb{Z} \mid k^2 < ۱\} \quad (۲) \quad B = \{t \in \mathbb{Z} \mid t^5 + t = -۲t^3\} \quad (۱)$$

$$C' = \{n \in \mathbb{Z} \mid ۲n^3 + n^2 + n^4 = ۰\} \quad (۴) \quad C = \{y \in \mathbb{W} \mid |y+۲| < \frac{۵}{۲}\} \quad (۳)$$

۶. چه تعداد از مجموعه‌های زیر تهی است؟

$$\{x \in \mathbb{W} \mid x^2 - ۳x + ۱۵ = ۰\} \quad (ب) \quad \{x \in \mathbb{N} \mid x^4 + ۲۵۶ = ۰\} \quad (الف)$$

$$\{x \in \mathbb{W} \mid x[x+۱] = ۰\} \quad (ت) \quad \{x \in \mathbb{N} \mid x = ۲^k, |k| < ۳, k \in \mathbb{Z}\} \quad (پ)$$

$$۱(۴) \quad ۳(۳) \quad ۴(۲) \quad ۲(۱)$$

۷. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) هر عدد حسابی، یک عدد گویا است.

(۲) هر عدد گنگ، یک عدد حقیقی است.

(۳) عددی طبیعی وجود دارد که عدد حسابی نیست.

(۴) عدد گویایی وجود ندارد که نتوان آن را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت.

۸. کدام یک از مجموعه‌های زیر، زیرمجموعه سایر گزینه‌ها می‌باشد؟

$$\mathbb{Q} - \mathbb{Q}' \quad (۴) \quad \mathbb{W} \cup \mathbb{N} \quad (۳) \quad \mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} \quad (۲) \quad \mathbb{N} \quad (۱)$$

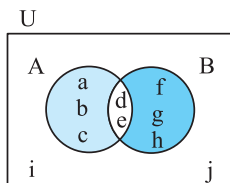
۹. با توجه به نمودار زیر، حاصل مجموعه  $A - (A \cap B)$  کدام گزینه است؟

$$\{d, e\} \quad (۱)$$

$$\{a, b, c\} \quad (۲)$$

$$\{d, e, f, g, h\} \quad (۳)$$

$$\{a, b, c, d, e\} \quad (۴)$$

۱۰. حاصل عبارت  $(A \cap B \cap C \cap D) \cup (A \cap B \cap C \cap D \cap E)$  کدام است؟

$$A \cap B \cap C \cap D \quad (۴) \quad A \cap B \cap C \cap D \cap E \quad (۳) \quad E \quad (۲) \quad U \quad (۱)$$

۱۱. اگر  $A = \{۱, ۲, ۳\}$ ، و بدانیم:  $(A - B) \cup (B - A) = \{۱, ۵\}$ ، آنگاه  $B$  کدام خواهد بود؟

$$\{۲, ۳, ۵\} \quad (۴) \quad \{۱, ۲, ۳, ۵\} \quad (۳) \quad \{۱, ۵\} \quad (۲) \quad \{۱\} \quad (۱)$$

۱۲. بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  رابطه  $A \subseteq B$  و  $A \neq B$  برقرار است، کدام گزینه نادرست است؟

$$A' \cup B = U \quad (۴) \quad B' \subseteq A' \quad (۳) \quad A' \cap B = \emptyset \quad (۲) \quad A \cap B' = \emptyset \quad (۱)$$

۱۳. اگر  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq B'$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟ ( $B$  ناتهی است).

$$B = A \quad (۴) \quad A = \emptyset \quad (۳) \quad B = U \quad (۲) \quad A = U \quad (۱)$$

۱۴. مجموعه  $A$  را داریم، به طوری که  $A \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$ ، آنگاه چند حالت برای  $A$  وجود دارد؟ ( $U = \mathbb{N}$ )

- ۱۶ (۱) ۸ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)

۱۵. حاصل عبارت  $\left( (A - (A' \cup A))' \right)'$  برابر کدام مجموعه است؟ ( $U$  مجموعه مرجع و  $A$  یک مجموعه دلخواه در  $U$  است.)

- ۱ (۱)  $A'$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $U$  (۴)  $A$

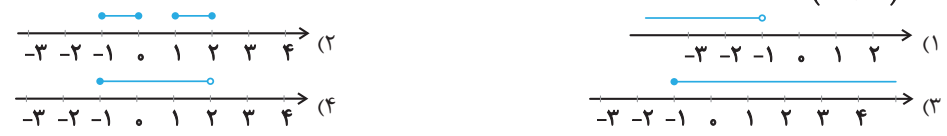
۱۶. عدد  $-2$  در بازه  $[m-4, 2m+7]$  قرار دارد، حدود  $m$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $[-3, 2]$  (۲)  $(-3, 2]$  (۳)  $[-2, 3]$  (۴)  $[-2, 3)$

۱۷. با توجه به مجموعه‌های  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -4 \leq x < 2\}$  و  $B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x < -\frac{3}{2} \right\}$  حاصل مجموعه  $(A-B) \cap (B-A)$  چند عدد صحیح را شامل می‌شود؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) صفر

۱۸. با توجه به ضابطه مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$  و  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$ ، کدام گزینه حاصل عبارت  $(A \cup B) - C$  است؟



۱۹. دو مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x^2 + 1| < x + 2\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{W}, 4 \geq |x + 1|\}$  مفروضند، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $(A-B) \cup (B-A) = \{2, 3\}$  (۲)  $B \cap A' = \{2, 3\}$  (۳)  $A - B' = \{-1, 0, 1\}$  (۴)  $B \cup A = \{0, 1, 2, 3\}$

۲۰. در مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3\}$ ،  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ ، حاصل  $(A \cup B)'$  کدام است؟

- (۱)  $[-3, 3]$  (۲)  $(-3, 3)$  (۳)  $(-3, 3]$  (۴)  $[-3, 3)$

۲۱.  $A = (-2, 6]$ . عبارت  $(U-A) \cap \left[ -\sqrt{17}, \frac{17}{2} \right)$  شامل چند عدد طبیعی است؟ ( $U$  مجموعه مرجع می‌باشد.)

- ۲ (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

۲۲. حاصل عبارت  $\bigcap_{i=3}^n A_i$  کدام است؟ ( $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$  به طوری که  $n \in \mathbb{N}$ )

- (۱)  $A_{n-1}$  (۲)  $A_n$  (۳)  $A_3$  (۴)  $A_n$

۲۳. حاصل عبارت  $\bigcup_{i=3}^n A_i$  کدام است؟ ( $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$  به طوری که  $n \in \mathbb{N}$ )

- (۱)  $A_{n-1}$  (۲)  $A_n$  (۳)  $A_n \cap A_{n-1}$  (۴)  $A_n$

۲۴. اگر  $A_n = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, -3n + \frac{2}{3} \leq x < n^3 + \frac{1}{2} \right\}$ ، مجموعه  $(A_1 - A_2) \cup (A_2 - A_1)$  چند عضوی است؟

- ۶ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۲۵. با فرض  $A_n = (-n+1, 7-n)$ ،  $\bigcap_{n=2}^5 A_n$  در مجموعه اعداد صحیح چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۲۶. با فرض  $A_m = (-3m, 4m)$  مجموعه  $A_m = \bigcup_{n=1}^{12} A_n - \bigcap_{n=1}^{12} A_n$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۷۶ (۱) ۷۷ (۲) ۷۸ (۳) ۷۹ (۴)

۲۷. اگر داشته باشیم:  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m+1| \leq n, 2^{m+1} \leq 2n\}$  آنگاه تعداد عضوهای مجموعه  $(A_5 - A_2) \cap A_3$  کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸. اگر  $A_n$  بازه  $(-1)^{n+1}n, 3n)$  باشد، چند عدد صحیح متعلق به مجموعه  $\bigcup_{i=1}^5 A_i$  است؟ ( $n$  عدد طبیعی می‌باشد.)

- ۱۹ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۷ (۴)

۲۹. مجموعه  $A_n = \left\{ x \mid \frac{-2n+n^2}{n^3-2n^2} \leq x \leq \frac{9n+3n^2}{3n^2+n^3} \right\}$  مفروض است. حاصل  $\bigcup_{n=3}^{\infty} A_n$  برابر کدام است؟ (n طبیعی و x حقیقی است).

- (۱)  $[0, 3]$  (۲)  $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$  (۳)  $(0, 1]$  (۴)  $(0, 3]$

۳۰. اگر  $A_n = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2n+2 \leq x < n^2-3n\}$ ، آنگاه  $A_4 - A_3$  دارای چه تعداد زیرمجموعه ناتهی است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۲۸ (۳) ۱۲۷ (۴) ۲۵۵

۳۱. اگر داشته باشیم  $A_n = \left[ \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, 1 + \frac{2}{n} \right]$ ، آنگاه حاصل مجموعه  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\left[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right]$  (۲)  $\left[\frac{1}{4}, \frac{5}{3}\right]$  (۳)  $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$  (۴)  $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$

۳۲. ضابطه  $A_n = [2n-3, 2n+3]$  مفروض است، مجموعه  $(A_1 \cup A_2 \cup A_3) \cap (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۳

۳۳. با توجه به عبارت  $\left(\frac{b}{2}, 5\right] \cap [-3, 2a) = \left(-\frac{3}{4}, 2\right)$  حاصل عبارت  $\left(\frac{a}{2}, -2b\right) \cup \left(-b + \frac{3}{2}, 4a\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(3, 4)$  (۴)  $\left(\frac{1}{2}, 4\right) - \{3\}$

۳۴. اگر  $(A \cap B) \cap C$  نامتناهی باشد آن گاه کدام مجموعه ممکن است متناهی باشد؟

- (۱)  $A \cup B$  (۲)  $A \cup C$  (۳)  $A - B$  (۴)  $A \cap C$

۳۵. چه تعداد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح می‌باشند؟

(الف) اگر A نامتناهی باشد، آنگاه  $A \cup B$  نامتناهی خواهد بود.

(ب) اگر A نامتناهی باشد، آنگاه  $A \cap B$  متناهی می‌باشد.

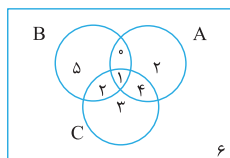
(پ) اگر A متناهی باشد، آنگاه  $A \cap B$  متناهی می‌باشد.

(ت) اگر A متناهی باشد، آنگاه  $A \cup B$  نامتناهی می‌باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶. کارمندان یک شرکت بازی سازی در سه بخش A (برنامه نویسی پیشرفته)، B (طراحی نرم افزار)، C (هوش مصنوعی) حضور دارند. نمودار

زیر تعداد اعضای این بخش‌ها را نمایش می‌دهد. چند نفر عضو بخش برنامه نویسی پیشرفته یا طراحی نرم افزار می‌باشند؟



- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۱۱

۳۷. Y مجموعه اعداد مکعب کامل و X مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۸ است، مجموعه  $X - Y$  چند عضو دارد؟ (U اعداد طبیعی یک تا ۱۲۰ می‌باشد).

- (۱) ۱۳ (۲) ۲ (۳) ۱۵ (۴) ۴

۳۸. اگر  $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 4x \leq 65\}$ ، E مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک تر از ۱۷ و بیشتر از ۳ است و O مجموعه اعداد طبیعی فرد بزرگ

تر از ۳ و کمتر از ۱۷ می‌باشد، متمم کدام یک از مجموعه‌های زیر عضوهای بیشتری دارد؟

- (۱)  $E \cup O$  (۲) O (۳)  $O \cap E$  (۴) E

۳۹. A مجموعه‌ای ۱۷ عضوی و B مجموعه‌ای ۲۰ عضوی است، اگر  $(A \cup B) = B$ ، کمترین تعداد اعضای  $A'$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱۷

۴۰. از ۶۰ دانش آموزیک دبستان ۴۲ نفر در کلاس شیمی و ۲۵ نفر در کلاس دینی و ۱۸ نفر در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند. چند نفر در

هیچ یک از این دو کلاس شرکت ننموده‌اند؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۱

۴۱. در مسابقات کشوری شنا، در هر رده سنی یک مدال طلا برای شنای ۱۰۰ متر و یک مدال طلا برای شنای ۲۰۰ متر اهدا می‌شود. اگر تعداد رده‌های سنی شرکت کننده در مسابقه ۵ باشد و ۸ نفر در این مسابقات به مدال طلا دست‌یافته باشند، چند نفر دو مدال طلا کسب کرده‌اند؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۷

۴۲. اگر  $A \cap B = \emptyset$  و  $n(A) = 5n(B)$  باشد، نسبت  $n(A)$  به  $n(A \cup B)$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{5}{11}$  (۲)  $\frac{11}{6}$  (۳)  $\frac{6}{11}$  (۴)  $\frac{11}{5}$

۴۳. تعداد دانش آموزان یک کلاس ۳۹ نفر است. ۶ نفر از آن‌ها در هیچ اردویی شرکت نکرده‌اند. بقیه به همراه مدرسه حداقل در یک اردو ساری یا رامسر شرکت کرده‌اند. ۲۳ نفر از آن‌ها در اردوی ساری شرکت کرده‌اند و ۹ نفر هم در اردوی ساری و هم در اردوی رامسر شرکت کرده‌اند. چند نفر فقط در اردوی رامسر شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۴ (۴) ۱۹

۴۴. اگر  $n(U) = 300$ ،  $n(A) = 210$ ،  $n(B) = 65$  و  $n(A \cup B) = 245$  آنگاه حاصل  $n(A' \cup B')$  کدام است؟

- (۱) ۱۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۹۰

۴۵. اگر در یک کلاس ۳۶ نفره، ۲۴ نفر فوتبالیست باشند و ۱۶ نفر والیبالیست باشند و ۸ نفر نه فوتبالیست باشند و نه والیبالیست، چند نفر والیبالیست هستند ولی فوتبالیست نیستند؟

- (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۲۰

۴۶. در آموزشگاهی که ۸۰ هنرجو دارد، ۳۵ نفر در زمینه نقاشی فعالیت دارند. اگر ۳۰ نفر فقط در زمینه خوش‌نویسی فعالیت داشته باشند، چند نفر در هیچ‌یک از این دو رشته فعالیت ندارند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۵ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۴۷. در یک کلاس ۲۹ نفره، ۵ نفر در هیچ المپیادی شرکت نکرده‌اند. ۲۳ نفر در المپیاد شیمی و ۲۱ نفر نیز در المپیاد زیست حضور داشته‌اند. تعداد افرادی که فقط در المپیاد شیمی شرکت کرده‌اند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲۰ (۴) ۲۳

۴۸. داریم:  $n(U) = 2n(A) = 180$  و  $n(B) = 80$  و  $n((A \cup B)') = 30$  باشند، آنگاه  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۴۹. تعداد اعضای کدام گزینه برابر  $n(X \cup Y) + n(Y) - n(X) - n(M)$  است؟

- (۱)  $X \cup Y'$  (۲)  $X' \cap Y'$  (۳)  $X' \cup Y'$  (۴)  $X' \cap Y$

۵۰. اگر بدانیم که  $U$  مجموعه مرجع بوده و  $n(B) = 70$ ،  $n(U) = 130$ ،  $n(A') = 50$  و  $n(A - B) = 30$ ، حاصل  $n(B - A)$  کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۵۱. در یک کلاس ۶۰ نفره، ۲۵ نفر از دانش آموزان دارای دوچرخه و ۲۰ نفر دارای اسکوتر هستند. اگر تعداد دانش آموزانی را که بدون اسکوتر و دوچرخه هستند، با  $a$  نمایش دهیم، محدوده حسابی  $a$  کدام است؟

- (۱)  $5 \leq a \leq 30$  (۲)  $0 \leq a \leq 30$  (۳)  $0 \leq a \leq 25$  (۴)  $15 \leq a \leq 35$

۵۲. مجموعه  $B$ ، ۲۹ عضوی و مجموعه  $A$ ، ۲۱ عضوی است.  $A \cap B$ ، ۸ عضو دارد. ۱۸ عضو از مجموعه  $A$  حذف می‌کنیم تا مجموعه  $A_7$  حاصل شود. در این حالت از  $A \cap B$ ، ۸ عضو حذف می‌شود. مجموعه  $B \cup A_7$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۳ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

۵۳. دو مجموعه  $(X - Y)$  و  $(Y - X)$  به ترتیب ۸ و ۱۷ عضو دارند. می‌دانیم:  $n(X \cup Y) = 40$ . به هریک از مجموعه‌های  $X$  و  $Y$ ، ۶ عضو اضافه می‌کنیم و به مجموعه اشتراک آن‌ها ۳ عضو اضافه می‌شود. تعداد اعضای اجتماع مجموعه‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۸ (۳) ۴۹ (۴) ۵۲

۵۴. اگر تعداد اعضای مجموعه  $X$ ،  $3k$  و تعداد اعضای مجموعه  $Y$ ،  $n$  باشد، مجموعه  $[(X \cup Y) - (Y \cap X)]$  چند عضو خواهد داشت؟

(مجموعه  $(X \cap Y)$ ،  $\frac{k+n}{2}$  عضوی است.)

- (۱)  $\frac{3(k+n)}{2}$  (۲)  $k+n$  (۳)  $2k+3n$  (۴)  $2k$

۵۵.  $n(B-A)=15$ ،  $n(B' \cap A)=5$  و  $n(B)=30$  و  $n(U)=90$  است. حاصل  $n(B'-A)$  کدام است؟

- ۲۰ (۱)      ۳۵ (۲)      ۵۵ (۳)      ۴۵ (۴)

۵۶. اگر  $n(B)=35$  و  $n(A)=2n(B-C)=40$  باشد؛ و بدانیم  $A \cap B = C$ ، تعداد اعضای مجموعه مرجع  $M$  برابر با کدام باشد تا

رابطه  $n((A \cup B)')=15$  برقرار شود؟

- ۶۰ (۱)      ۴۰ (۲)      ۷۵ (۳)      ۴۵ (۴)

۵۷. می‌دانیم  $B = \{n(n+4) | n \in A\}$  و  $A$  مجموعه اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۳۰۰ است، تعداد اعضای مجموعه  $A - (A - B)$  در

کدام گزینه آمده است؟

- ۹ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)



صفحه‌های ۲ تا ۱۳ کتاب درسی ریاضی (۱)

## تعداد زیرمجموعه‌ها

۵۸. شمار زیرمجموعه‌های  $A = \{a, \{a, b\}, \{\}, b, \{a\}, b, \{\emptyset\}\}$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۶۴ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

۵۹. از عضوهای یک مجموعه ۴ عضو کم می‌کنیم و از تعداد زیرمجموعه‌های آن ۹۶۰ واحد کم می‌شود. تعداد عضوهای مجموعه اولیه کدام است؟

- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۱۰ (۳)      ۹ (۴)

۶۰. اگر از اعضای مجموعه  $A$  سه عضو کم کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه ۱۱۲ واحد کاهش می‌یابد. تعداد اعضای مجموعه  $A$  کدام

است؟

- ۴ (۱)      ۳ (۲)      ۷ (۳)      ۶ (۴)

۶۱. مجموع تعداد اعضای مجموعه‌های  $A$  و  $B$  برابر با ۱۲ است. همچنین می‌دانیم که نسبت تعداد زیرمجموعه‌های  $B$ ، به تعداد

زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$  برابر با ۱۶ است. مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به ترتیب (از راست به چپ) چند عضو دارند؟

- ۹ و ۳ (۱)      ۳ و ۹ (۲)      ۸ و ۴ (۳)      ۴ و ۸ (۴)

۶۲. مجموعه‌های  $A = \{a, \{a\}, \{b\}, b\}$  و  $B = \{b, \{\{a\}\}\}$  را در نظر بگیرید. اگر  $C$  مجموعه‌ای شامل تمام زیرمجموعه‌های  $B$  باشد،

$A - C$  چند زیرمجموعه دارد؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

۶۳. مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  چند زیرمجموعه شامل ۳ و فاقد ۴ و فاقد ۶ دارد؟

- ۸ (۱)      ۳ (۲)      ۱۶ (۳)      ۴ (۴)

۶۴. چه تعداد مجموعه همانند  $A$  می‌توان یافت به طوری که رابطه  $\{0, 1, 2\} \subseteq A \subseteq \{-2, -1, 0, \dots, 5, 6\}$  برقرار باشد؟

- ۸ (۱)      ۶ (۲)      ۶۴ (۳)      ۳۲ (۴)

۶۵. تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  که حداقل شامل یک عدد زوج باشد، کدام است؟

- ۸ (۱)      ۴۸ (۲)      ۵۶ (۳)      ۶۰ (۴)

۶۶. در چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعه  $\{1, 2, \dots, 9, 10\}$  بزرگترین عضو بر ۳ بخش پذیر است؟

- ۱۰۲۴ (۱)      ۲۶۰ (۲)      ۲۹۲ (۳)      ۵۸۴ (۴)



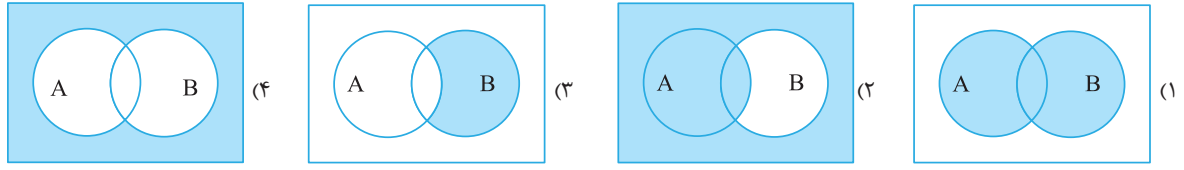
صفحه‌های ۲ تا ۱۳ کتاب درسی ریاضی (۱)

## جبر مجموعه‌ها

۶۷. برای مجموعه  $A = \{a, b, c\}$ ، اگر  $(A \cap B') \cup (B \cap A') = \{b, d\}$ ، آنگاه مجموعه  $B$  کدام است؟

- $\{a, c, d\}$  (۴)       $\{a, b, c\}$  (۳)       $\{a, d\}$  (۲)       $\{b\}$  (۱)

۶۸. نمودار ون مربوط به مجموعه  $((A \cup B)' \cup A)'$ ، در کدام گزینه آمده است؟



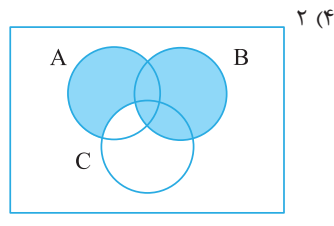
۶۹. دربارهٔ تعداد اعضای مجموعه‌های  $A \cap B$  و  $A, B$  می‌دانیم که:  $n(A \cap B) = 3n(B) = \frac{3}{4}n(A) = 15$ ، حاصل

$n(A - (A - B'))$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۲

۷۰. قسمت رنگی در شکل مقابل کدام است؟

- (۱)  $B - (A \cap C)$   
(۲)  $B \cup (A - C)$   
(۳)  $(A \cup B) - C$   
(۴)  $B \cap (A - C)$



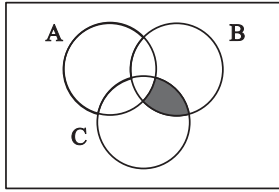
۷۱. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم باشند، چند مورد از موارد زیر لزوماً درست است؟

- (الف)  $A \cap B' = A$  (۱) (ب)  $(A \cup B)' = \emptyset$  (۲) (پ)  $A - B' = \emptyset$  (۳) (ت)  $A \subseteq B'$  (۴)

۷۲. برای دو مجموعه ناتهی  $A$  و  $B$ ، مجموعه  $U - ((B - A)' - A)$  برابر با کدام گزینه است؟

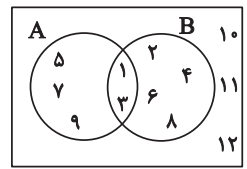
- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A \cup B$

۷۳. کدام گزینه نشان‌دهندهٔ قسمت رنگ شده می‌باشد؟



- (۱)  $(B \cap C') \cup (A')$   
(۲)  $(B \cap A') \cap (C - A)$   
(۳)  $(A \cap B) - C$   
(۴)  $B \cup (C - A)$

۷۴. با توجه به شکل  $((A \cap B) \cup (A' \cap B'))'$  چند عضو دارد؟



- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۷

۷۵. با فرض اینکه  $(A - B) \subseteq (B - A)$  باشد، حاصل  $U - ((A \cup B) \cup (A \cap B))'$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $B$  (۳)  $A$  (۴)  $A \cap B$

۷۶. برای دو مجموعه ناتهی  $A$  و  $B$  چه تعداد از روابط شرطی زیر دوشروطی هستند؟

- (الف)  $A = B \Rightarrow A \cap C = B \cap C$  (ب)  $A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$  (پ)  $A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$  (ث)  $B \subseteq A' \Rightarrow B \cap A = \emptyset$   
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۷. مجموعه  $((C - B) \cap A) \cap ((A \cap B)' \cap C)$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $(A \cup B) - C$  (۲)  $(A \cap C) - B$  (۳)  $(C \cap B) \cap A$  (۴)  $(A \cap B) \cup C$

۷۸. اگر  $C \subseteq B$  و  $C \subseteq A$  باشد، آنگاه مجموعه  $D = ((A \cup B) \cap A) \cup C$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $C$  (۴)  $A'$

۷۹. متمم مجموعه  $(A - B') \cup (A' \cap B')$  برابر با کدام گزینه است؟

$\emptyset$  (۲)  $A \cup B$  (۱)

$(A - B) \cup (B - A)$  (۴)  $(A \cup B)' \cup (A \cap B)$  (۳)

۸۰. مجموعه A دارای ۱۸ عضو و مجموعه B دارای ۲۱ عضو و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۷ عضو باشند.  $A \Delta B$  چند عضو دارد؟

$(A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B))$

۳۲ (۴) ۲۵ (۳) ۱۷ (۲) ۱۹ (۱)

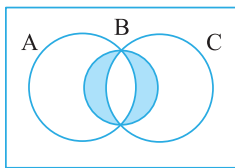
۸۱. با توجه به عبارت  $A \cup (B - A) = B$  کدام یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح می‌باشد؟

$A = \emptyset$  (۴)  $B = \emptyset$  (۳)  $A \subseteq B$  (۲)  $B \subseteq A$  (۱)

۸۲. اگر  $B' \subseteq A'$  باشد، آنگاه کدام گزینه درباره دو مجموعه A و B، نادرست است؟  $(A \neq B)$

$A \cap B' = \emptyset$  (۴)  $A' \cap B = \emptyset$  (۳)  $A' \cup B = U$  (۲)  $A \subseteq B$  (۱)

۸۳. قسمت هاشور خورده در نمودار مقابل نشان دهنده چند مورد از موارد زیر است؟



$(A \cap C)' \cap B$  (ب)  $(B \cap C)' \cap A$  (الف)  $(B \cap C)' \cap A$  (الف)  $(B \cap A)' \cap C$  (د)

$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$  (ت)  $(C - B') \cup (A - B')$  (پ)

$(B \cap A') \cup (B \cap C')$  (ث)

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۸۴. اگر اشتراک دو مجموعه  $(A \cup B)$  با  $(A' \cup B')$ ، تهی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$A = \emptyset$  (۴)  $A = B$  (۳)  $B = \emptyset$  (۲)  $A = U$  (۱)

۸۵. مجموعه  $(A' - B') \cup (B' - A')$  برابر کدام است؟

$A \cap B$  (۴)  $(A \cup B) - (A \cap B)$  (۳)  $U$  (۲)  $A \cup B$  (۱)

۸۶. اگر  $A = (C \cup B) \cap (C \cap B)'$  باشد، حاصل  $D = (C' \cap B')' \cap A'$  کدام است؟

$C \cap B$  (۴)  $C \cup B$  (۳)  $A'$  (۲)  $A$  (۱)

۸۷. اگر تساوی  $[U - (B \cap C)] \cap [(B \cap X \cap C) \cup (C \cap B \cap A)] = \emptyset$  برقرار باشد، آن‌گاه مجموعه X برابر با کدام گزینه است؟

$\emptyset$  (۴) هر مجموعه دلخواه (۳)  $C$  (۲)  $B$  (۱)

۸۸. اگر  $(A' \cup B)' \subseteq (A \cap B)'$  باشد، آنگاه کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

$A \cap B = \emptyset$  (۴)  $B \subseteq A$  (۳)  $A \subseteq B$  (۲)  $A = B$  (۱)

۸۹. اگر اجتماع دو مجموعه A و B برابر با  $(A \cap B)'$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$A = U$  (۴)  $B = \emptyset$  (۳)  $A = \emptyset$  (۲)  $B = U$  (۱)

۹۰. مجموعه  $((B \cup C') - C) \cap (A \cap C)'$  برابر با کدام گزینه است؟

$B'$  (۴)  $B \cap C$  (۳)  $C'$  (۲)  $B \cup C'$  (۱)

۹۱. حاصل اجتماع مجموعه B با  $[A \cap (A' \cap C)']$  کدام گزینه است؟  $(B \subseteq A \cap C)$

$A'$  (۴)  $A$  (۳)  $B$  (۲)  $C$  (۱)

۹۲. فرض کنید  $B \subseteq A'$  است. حاصل  $U - ((A \cap B') \cup (B \cap A'))$  کدام است؟

$A \cap B$  (۴)  $A' \cap B'$  (۳)  $A \cup B$  (۲)  $A' \cup B'$  (۱)

۹۳. کدام گزینه با مجموعه  $(B - (B \cap A')) \cup (A \cap (B \cap A'))$  برابر است؟

$A'$  (۴)  $A$  (۳)  $B'$  (۲)  $B$  (۱)



۹۴. با فرض  $A \subseteq B' \subseteq C'$  حاصل  $[(C \cup B) \cap (B - A)]'$  کدام است؟

- C (۱)      C' (۲)      B (۳)      B' (۴)

۹۵. با فرض اینکه  $A' \subseteq C$  و  $B \subseteq A'$  چند مورد زیر نادرست است؟

- الف)  $A \subseteq B'$  (۰)      ب)  $B \subseteq C$  (۱)      ج)  $C \subseteq B'$  (۲)      د)  $B \subseteq C'$  (۳)

۹۶. اگر متمم مجموعه  $(A \cup B) \cap (A \cap B)'$  برابر  $(A' \cup B)'$  باشد، کدام عبارت درست است؟

- (۱)  $A \cap B = \emptyset$       (۲)  $A' \subseteq B'$       (۳)  $A \subseteq B$       (۴)  $A \cup B = U$

۹۷. مجموعه  $(A \cap B) - B$  دارای ۸ عضو و مجموعه‌های  $B$  و  $(A' \cap B')$  به ترتیب دارای ۱۳ و ۱۰ عضو هستند،

مجموعه  $(A \cup B) - (A - B)$  چند عضوی است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۵      (۳) ۲۳      (۴) ۱۸

۹۸. سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  را در نظر بگیرید، به طوری که  $B \neq \emptyset$  و  $B \subseteq (A \cup C)'$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

(۱)  $A \subseteq B'$       (۲)  $((A' - C) \cup (C - A')) \subseteq B'$

(۳)  $A' \cap C \subseteq B'$       (۴)  $(A' \cap C)' \subseteq B'$

۹۹. کدام یک از گزینه‌های زیر برای مجموعه‌های ناتهی  $A$ ،  $B$  و  $C$ ، صحیح نمی‌باشند؟

(۱)  $B \subseteq C$  و  $A \subseteq C \Rightarrow (A \cup B) \subseteq C$       (۲)  $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$

(۳)  $A \subseteq C$ ،  $B \subseteq D \Rightarrow (A \cap B) \subseteq (C \cap D)$       (۴)  $A \subseteq B$ ،  $A \subseteq C \Rightarrow (B \cap C) \subseteq A$

۱۰۰. با فرض  $B' \cap C' = \emptyset$  و  $A = (B \cup C) \cap (C \cap B)'$ ، اگر  $B = ((C' - B)' \cap A)'$  باشد، کدام گزینه حتماً درست است؟

- (۱)  $B = C$       (۲)  $C \subseteq B$       (۳)  $B \cap C = \emptyset$       (۴)  $B \subseteq C$

۱۰۱. متمم مجموعه  $A' \cup B' \cup C$  با چند مورد از موارد زیر برابر است؟

- الف)  $(A - C) \cup (B - C)$  (۱)      ب)  $(A \cap B) - (A \cap C)$  (۲)      پ)  $(A \cap B) - C$  (۳)      ت)  $A \cap (B - C)$  (۴)

۱۰۲. کدام گزینه نادرست است؟  $(A \Delta B = (A - B) \cup (B - A))$

(۱)  $(A' \cup B)' = A \cap B'$       (۲)  $(A \Delta B)' = A' \Delta B'$       (۳)  $(A \cup B)' = B - A$       (۴)  $(B - A)' = B' - A$

۱۰۳. اگر  $U = [B \cap (A \cup C)]' \cap C$  آنگاه چه تعداد از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  حتماً تهی هستند؟

- (۱) ۰      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۱۰۴. حاصل  $((B - C) - C) \cup (B \cap C') \cup ((A \cap B) - C)$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $B$       (۲)  $B' \cap C'$       (۳)  $B - C$       (۴)  $C - B'$

۱۰۵. اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه غیرتهی هستند و  $A \subseteq B$ ، مجموعه  $((A \cap B) - (A \cap C)) \cap (A \cap B \cap C)'$ ، کدام است؟

- (۱)  $A \cap C'$       (۲)  $A \cap B$       (۳)  $C \cap B$       (۴)  $A \cup B$

۱۰۶.  $[(A \cap B) \cup (A' \cap B')] - [A' - (A \cap B)]$  کدام است؟

- (۱)  $A - B$       (۲)  $(B - A)$       (۳)  $A \cap B$       (۴)  $B$

۱۰۷. اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه  $((B' \cup A') \cap A) \cup (B \cap (A \cup B'))$  برابر کدام است؟

- (۱)  $A \cup B$       (۲)  $A \cap B$       (۳)  $A$       (۴)  $B$

۱۰۸. اگر  $A \subseteq B$ ، متمم مجموعه  $((A' \Delta B) \cup (A' \cap B'))$  کدام است؟  $(A \Delta B = (A - B) \cup (B - A))$

- (۱)  $(A \cap B)'$       (۲)  $(A' \cup B)$       (۳)  $(A \cup B)'$       (۴)  $(A' \cap B)$

## مقدمات مجموعه‌ها

### ۱. گزینه ۱

گزینه ۱ درست است، چون هر مجموعه زیرمجموعه خودش نیز هست (توجه کنید که عضو  $b$  تکراری است)

به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۲ نادرست است عضو  $a$  در بین اعضای مجموعه  $\{a\}$  و  $\{a, b, c\}$  وجود ندارد، اعضای این مجموعه،  $\{a\}$  و  $\{a, b, c\}$  هستند

در گزینه ۳،  $\{a\}$  یکی از اعضای مجموعه  $\{a, b\}$  است، نه زیرمجموعه آن.

گزینه ۴ نیز نادرست است. زیرا یک مجموعه نمی‌تواند یک عضو از خودش باشد، یا به عبارت دیگر یک مجموعه به خودش تعلق ندارد.

### ۲. گزینه ۲

در گزینه ۱:  $W$  و  $Q'$  اشتراکی ندارند، پس:

$$(Q' - W) = Q' \Rightarrow N \cap Q' = \{ \}$$

گزینه ۲:  $Z - N = \{ \dots, -2, -1, 0 \} \Rightarrow W \cap (Z - N) = \{ 0 \}$

گزینه ۳:  $W - Z = \{ \} \Rightarrow N \cap \{ \} = \{ \}$

در گزینه ۴: اشتراک اعداد گنگ و اعداد صحیح، تهی است پس:

$$W \cap \{ \} = \{ \}$$

### ۳. گزینه ۴

گزینه «۴» درست است.

به بررسی سایر گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$A - B = \{a, b, c, \{a, b\}\} - \{a, b, \{a, b, c\}\}$$

$$= \{c, \{a, b\}\} \neq C \Rightarrow \text{گزینه «۱» نادرست است}$$

$$C - B = \{a, b, c\} - \{a, b, \{a, b, c\}\} =$$

$$\{c\} \neq \emptyset \Rightarrow \text{گزینه ۲ نادرست است}$$

$$B - \{C\} = \{a, b, \{a, b, c\}\} - \{\{a, b, c\}\}$$

$$= \{a, b\} \neq \emptyset \Rightarrow \text{گزینه ۳ نادرست است}$$

### ۴. گزینه ۳

می‌دانیم  $A$  حداقل ۲ عضو و  $B$  حداکثر ۲ عضو دارد. بنابراین چون  $A = B$ ، هم  $A$  و هم  $B$  دو عضو دارند. پس دو حالت زیر پیش

می‌آید:

حالت اول:

$$\begin{cases} a = 6 \\ a + b = 3 \Rightarrow b = -3 \end{cases}$$

این حالت قابل قبول نیست زیرا در این صورت مجموعه  $A$ ، ۳ عضو خواهد شد (عضو  $-6$  نیز به آن اضافه می‌شود).

حالت دوم:

$$\begin{cases} a = 3 \\ a + b = 6 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

این حالت قابل قبول است. بنابراین گزینه ۳ درست است.

### ۵. گزینه ۴

مجموعه  $A$  برابر است با:  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 = -9x\} = \{0\}$   
سایر گزینه‌ها را با اعضا مشخص می‌کنیم:

$$B = \{t \in \mathbb{Z} \mid t^5 + t = -2t^3\} \Rightarrow t(t^4 + 2t^3 + 1) = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$(t^2 + 1)^2$$

پس مجموعه  $B$  با مجموعه  $A$  برابر است.

$$B' = \{k \in \mathbb{Z} \mid k^2 < 1\} \Rightarrow k = 0$$

پس مجموعه  $B'$  با مجموعه  $A$  برابر است.

$$C = \{y \in \mathbb{W} \mid |y + 2| < \frac{5}{2}\} \Rightarrow y = 0$$

پس مجموعه  $C$  نیز با مجموعه  $A$  برابر است.

$$C' = \{n \in \mathbb{Z} \mid 2n^3 + n^2 + n^4 = 0\} \Rightarrow$$

$$n^2(n^2 + 2n + 1) = 0 \Rightarrow n = 0, n = -1$$

بنابراین مجموعه  $C'$  با مجموعه  $A$  برابر نیست و گزینه ۴ جواب است.

### ۶. گزینه ۱

به بررسی موارد می‌پردازیم:

این مجموعه تهی است  $x^4 + 256 = 0 \Rightarrow x^4 = -256 \Rightarrow$  (الف)

این مجموعه تهی است  $x^2 - 3x + 15 = 0 \xrightarrow[\Delta < 0]{\text{سهجی رویه بالا}}$  (ب)

(پ)

$$x = 2^k, (k = -2, -1, 0, 1, 2) \Rightarrow \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4 \right\}$$

این مجموعه تهی نیست  $x \in \mathbb{N} \rightarrow \{1, 2, 4\}$

(ت) این مجموعه تهی نیست  $x[x + 1] = 0 \Rightarrow x = 0$  و  $-1 < x < 0$   
بنابراین ۲ مجموعه از مجموعه‌های مورد نظر تهی هستند.

### ۷. گزینه ۳

نکته: اگر  $\mathbb{N}$  مجموعه اعداد طبیعی،  $\mathbb{W}$  مجموعه اعداد حسابی،  $\mathbb{Z}$  مجموعه اعداد صحیح،  $\mathbb{Q}$  مجموعه اعداد گویا و  $\mathbb{Q}'$  مجموعه اعداد گنگ باشد، رابطه زیر بین این مجموعه‌ها برقرار است:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}, \mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

با توجه به نکته فوق، گزینه ۳ نادرست است.

### ۸. گزینه ۱

محاسبه گزینه‌ها:

$$\{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \quad (1)$$

$$\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q} \quad (2)$$

$$\mathbb{W} \cup \mathbb{N} = \mathbb{W} \quad (3)$$

$$\mathbb{Q} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q} \quad (4)$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}$$

می‌دانیم که:

پس  $\mathbb{N}$  زیر مجموعه سایر گزینه‌هاست.

### ۹. گزینه ۲

ابتدا هر کدام از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $A \cap B$  را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{d, e, f, g, h\} \Rightarrow A \cap B = \{d, e\}$$

بنابراین داریم:

$$A - (A \cap B) = \{a, b, c, d, e\} - \{d, e\} = \{a, b, c\}$$

گزینه ۴

برای ساده کردن عبارت صورت سؤال  
 $A \cap B \cap C \cap D = X$  می‌گیریم، در نتیجه داریم:

$(X \cap E) \cup X = X$   
 حاصل عبارت بالا برابر  $X$  می‌شود، زیرا هر عضوی که در  $X \cap E$  هست، در  $X$  نیز هست، بنابراین اجتماع  $X \cap E$  با  $X$ ، عضو جدیدی به  $X$  اضافه نمی‌کند و حاصل همان  $X$  است.  $X$  هم که  $A \cap B \cap C \cap D$  بود.

\* خوب است برای یادآوری به نکات زیر توجه کنیم:  
 نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، داریم:

۱.  $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$
۲.  $\begin{cases} A \cap B \subseteq A \\ A \cap B \subseteq B \end{cases}$
۳.  $A \cup (A \cap B) = A$
۴.  $A \cap (A \cup B) = A$

گزینه ۴

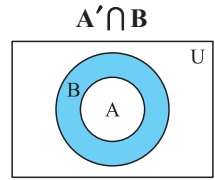
ابتدا عبارت صورت سؤال را ساده تر می‌کنیم:

$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5\}$   
 بنابراین عضو  $\{1\}$  چون در  $A$  هست، در  $B$  نباید باشد و عضو  $\{5\}$  چون در  $A$  نیست، قطعاً باید در  $B$  وجود داشته باشد. دو عضو  $\{2, 3\}$  نیز در  $A$  هستند، اما در  $(A \cup B) - (A \cap B)$  نیستند. پس نتیجه می‌گیریم که این دو عضو در  $B$  نیز وجود داشته‌اند. نهایت  $B$  را به شکل مقابل به دست می‌آوریم:  $B = \{2, 3, 5\}$ .

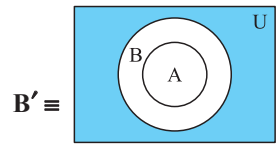
گزینه ۲

گزینه ۲ نادرست است. زیرا:

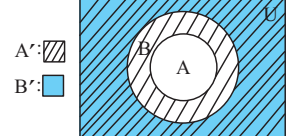
$A \neq B, A \subseteq B \Rightarrow A' \cap B \neq \emptyset$



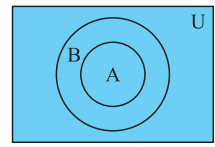
گزینه ۱: دقت کنید که مطابق شکل زیر، مجموعه  $A$  با مجموعه  $B'$  اشتراکی ندارد.  
 $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$



گزینه ۳:  
 $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$



گزینه ۴:  
 $A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$



گزینه ۳

اولاً  $A \subseteq B$  بدین معناست که هر عضوی که در  $A$  وجود داشته باشد، لزوماً در  $B$  نیز وجود دارد.

دوماً  $A \subseteq B'$  بدین معناست که هر عضوی که در  $A$  وجود داشته باشد، لزوماً در  $B'$  نیز هست. (یا به طور معادل هر عضوی که در  $A$  باشد، حتماً در  $B$  نیست)

از ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که مجموعه  $A$  شامل عضوایی است که تمام این اعضا هم در  $B$  وجود دارند و هم در  $B'$ ، با توجه به اینکه  $B$  و  $B'$  هیچ‌گونه اشتراکی با هم ندارند ( $B \cap B' = \emptyset$ )، نمی‌تواند عضوی داشته باشد، بنابراین  $A$  تهی خواهد بود.

راه دوم:

نکته: برای سه مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  و  $C$ :

$$\begin{cases} (1) A \subseteq B \\ (2) A \subseteq C \end{cases} \Rightarrow A \subseteq (B \cap C)$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} A \subseteq B \\ A \subseteq B' \end{cases} \Rightarrow A \subseteq (B \cap B') \Rightarrow$$

$$B \cap B' = \emptyset \Rightarrow A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$$

گزینه ۱

$A$  حتماً باید اعداد ۵ تا ۱۲ را داشته باشد، اما اعداد ۱ تا ۴ را می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد پس برای تمام اعداد ۵ تا ۱۲ یک حالت و برای اعداد ۱ تا ۴، ۲ حالت وجود دارد:  $2^4 \times 1^8 = 16$

گزینه ۱

$$\left( A - \underbrace{(A' \cup A)}_{\emptyset} \right)' = (A - \emptyset)' = A'$$

گزینه ۲

با توجه به اینکه عدد  $-2$  در بازه  $[m-4, 3m+7]$  قرار دارد، می‌توان نوشت:

$$m-4 \leq -2 < 3m+7 \Rightarrow \begin{cases} m-4 \leq -2 \Rightarrow m \leq 2 \\ -2 < 3m+7 \Rightarrow m > -3 \end{cases}$$

اشتراک  $\rightarrow -3 < m \leq 2$

گزینه ۴

$$A = [-4, 2), B = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$$

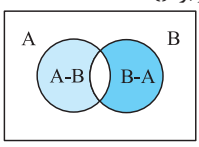
$$A - B = \left[-\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$B - A = (-\infty, -4)$$

$$(A - B) \cap (B - A) = \left[-\frac{3}{2}, 2\right) \cap (-\infty, -4) = \emptyset$$

این مجموعه شامل اعداد صحیح نمی‌شود.

نکته: دقت داشته باشید که همواره  $(A - B) \cap (B - A)$  به ازای دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر  $\emptyset$  است.



۱۸. گزینه ۳

$$\begin{aligned} A &= [-4, 4] \\ B &= [2, +\infty) \\ C &= (-\infty, -1) \\ A \cup B &= [-4, 4] \cup [2, +\infty) = [-4, +\infty) \\ (A \cup B) - C &= [-1, +\infty) \end{aligned}$$

۱۹. گزینه ۳

ابتدا مجموعه  $B$  را تشکیل می‌دهیم:  
 $B = \{x \in \mathbb{W}, -4 \leq x+1 \leq 4\} = \{0, 1, 2, 3\}$   
 سپس مجموعه  $A$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \{x \in \mathbb{Z}, |x^2 + 1| < x + 2\} &\Rightarrow |x^2 + 1| < x + 2 \Rightarrow \\ \text{همواره مثبت} & \\ x^2 - x - 1 < 0 &\Rightarrow \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \\ & \underbrace{\quad}_{\approx -\frac{1}{2}} < x < \underbrace{\quad}_{\approx \frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$A = \{0, 1\}$   
 \* توجه داشته باشیم که در مجموعه  $B$  فقط اعداد حسابی مدنظر است و نباید اعداد منفی را به حساب بیاوریم.  
 حالا هر گزینه را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} ۱) (A - B) \cup (B - A) &= (A \cup B) - (A \cap B) = \\ & (\{0, 1, 2, 3\} \cup \{0, 1\}) - (\{0, 1, 2, 3\} \cap \{0, 1\}) = \{2, 3\} \\ ۲) B \cap A' &= B - A = \{0, 1, 2, 3\} - \{0, 1\} = \{2, 3\} \\ ۳) A - B' &= A \cap B = \{0, 1\} \cap \{0, 1, 2, 3\} = \{0, 1\} \\ ۴) B \cup A &= \{0, 1, 2, 3\} \cup \{0, 1\} = \{0, 1, 2, 3\} \end{aligned}$$

با توجه به عبارت‌های بالا، گزینه ۳ نادرست است.

۲۰. گزینه ۱

راه حل اول:  
 ابتدا مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را روی محور نمایش می‌دهیم:

حال  $A \cup B$  را روی محور نمایش می‌دهیم و متمم آن را به دست می‌آوریم:

متمم  $A \cup B$  بازه  $[-3, 4]$  است.

راه حل دوم:

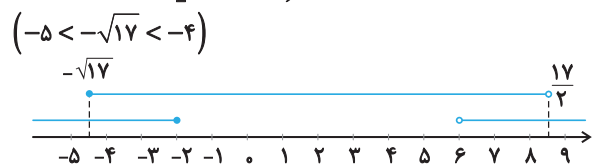
$$(A \cup B)' = A' \cap B' = [-3, 4]$$

مطابق فرمول روبه‌رو داریم:

۲۱. گزینه ۱

ابتدا  $(U - A)$  را به دست می‌آوریم:  
 $(U - A) = A' = (-\infty, -2] \cup (6, +\infty)$

حال به کمک محور، اشتراک  $A'$  و  $\left[-\sqrt{17}, \frac{17}{4}\right]$  را به دست می‌آوریم:



$$A' \cap \left[-\sqrt{17}, \frac{17}{4}\right] = [-\sqrt{17}, -2] \cup (6, 8/5)$$

بنابراین این مجموعه فقط شامل ۲ عدد طبیعی ۷، ۸ است.

۲۲. گزینه ۳

ابتدا  $A_3$  و  $A_4$  و  $A_5$  را تشکیل می‌دهیم:  
 $A_3 = \{1, 2, 3\}$   
 $A_4 = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $A_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 واضح است که هرچه پیش می‌رویم، اعضای مجموعه با توجه به الگوی خاصی پیش می‌روند، بنابراین:

$$\begin{aligned} \bigcap_{i=3}^n A_i &= \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \bigcap \dots \cap \{1, 2, 3, \dots, n\} &= \{1, 2, 3\} = A_3 \end{aligned}$$

۲۳. گزینه ۲

ابتدا  $A_3$  و  $A_4$  و  $A_5$  را تشکیل می‌دهیم:  
 $A_3 = \{1, 2, 3\}$   
 $A_4 = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $A_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$   
 حال برای چند  $n$  مختلف سعی می‌کنیم حاصل را به دست بیاوریم تا به الگوی خاصی برسیم:  $\rightarrow$  اگر  $n = 3$  به ازای  $n = 3$  حاصل برابر

$$\begin{aligned} \bigcup_{i=3}^n A_i &= A_3 = \{1, 2, 3\} \rightarrow A_3 \text{ شد} \\ \text{به ازای } n = 4 &\rightarrow \text{حاصل برابر } A_4 \text{ شد} \rightarrow \text{اگر } n = 4 \\ \text{اگر } n = 5 &\rightarrow \bigcup_{i=3}^n A_i = A_4 \cup A_5 = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \bigcup_{i=3}^n A_i &= A_5 \cup A_4 \cup A_3 = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \\ & \{1, 2, 3, 4\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \text{به ازای } n = 5 &\rightarrow \text{حاصل برابر } A_5 \text{ شد} \rightarrow \end{aligned}$$

∴  
 \* با توجه به الگو درمی‌یابیم که به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل  $\bigcup_{i=3}^n A_i$  برابر با  $A_n$  می‌شود.

$$\bigcup_{i=3}^n A_i = A_3 \cup A_4 \cup \dots \cup A_n = A_n$$

۲۴. گزینه ۴

ابتدا  $A_1$  و  $A_2$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} A_1 &= \left\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -\frac{7}{3} \leq x < \frac{3}{2}\right\} = \{-2, -1, 0, 1\} \\ A_2 &= \left\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -\frac{16}{3} \leq x < \frac{17}{2}\right\} = \{-5, -4, \dots, 7, 8\} \end{aligned}$$

عبارت  $(A_1 - A_2) \cup (A_2 - A_1)$  را تشکیل می‌دهیم:  
 $(A_1 - A_2) \cup (A_2 - A_1) = \emptyset \cup \{-5, -4, -3, \dots, 7, 8\}$   
 $= \{-5, -4, -3, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

به وضوح درمی‌یابیم که  $(A_1 - A_2) \cup (A_2 - A_1)$  ۱۰ عضو دارد.

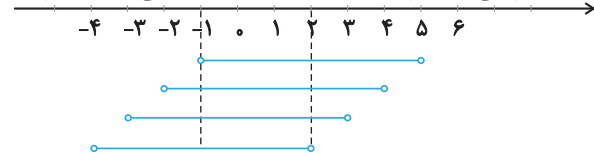
۲۵. گزینه ۲

ابتدا  $A_n$  را به ازای  $n$  های برابر با ۲ و ۳ و ۴ و ۵ تشکیل می‌دهیم:  
 $A_2 = (-3, 3)$      $A_3 = (-2, 4)$      $A_4 = (-1, 5)$   
 $A_5 = (-4, 2)$

حال سعی می‌کنیم حاصل را به دست بیاوریم:

$$\bigcap_{n=2}^5 A_n = (-4, 2) \cap (-3, 3) \cap (-2, 4) \cap (-1, 5) = (-1, 2)$$

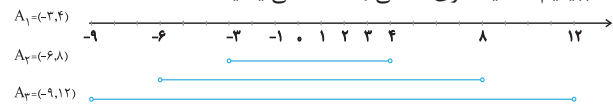
این بازه شامل دو عدد صحیح ۰ و ۱ می‌باشد.  
 حل دوم: می‌توانستیم بازه‌ها را روی محور اعداد حقیقی نشان دهیم:



اشتراک چهار بازه با خط معین مشخص شده است که فقط شامل اعداد صحیح ۰ و ۱ است.

۲۶. گزینه ۲

ابتدا  $A_m$  را برای  $m$  های برابر با ۱ و ۲ و ۳ تشکیل می‌دهیم تا ببینیم که آیا الگوی خاصی به دست می‌آید یا نه:



$$A_1 = (-3, 4)$$

$$A_2 = (-6, 8)$$

$$A_3 = (-9, 12)$$

با توجه به محور اعداد حقیقی رسم شده در شکل بالا، واضح است که هرچه  $m$  بزرگتر می‌شود  $A_m$  نیز بازه گسترده‌تری می‌شود که تمام بازه‌های پیشین را در برمی‌گیرد، پس می‌توان عبارت مطلوب سؤال را ساده‌تر کرد:

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n - \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = A_{12} - A_1 = (-36, 48) - (-3, 4) = (-36, -3) \cup [4, 48]$$

\* توجه کنید  $A_1$  تنها بازه‌ای است که در همه  $A_m$  ها حضور دارد. اعداد صحیح مشخص شده در بازه به دست آمده برابرند با:  $\{-35, \dots, -3\} \cup \{4, 5, \dots, 47\}$  صحیح می‌باشد.

۲۷. گزینه ۲

ابتدا  $A_2$  و  $A_5$  و  $A_3$  را تشکیل می‌دهیم:

$$n=2 \Rightarrow A_2 = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m+1| \leq 2, 2^{m+1} \leq 4\}$$

$$m=-3 \Rightarrow 2^{-2} \leq 4$$

$$m=-2 \Rightarrow 2^{-1} \leq 4$$

$$m=-1 \Rightarrow 2^0 \leq 4$$

$$m=0 \Rightarrow 2^1 \leq 4$$

$$m=1 \Rightarrow 2^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow A_2 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$n=3 \Rightarrow A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m+1| \leq 3, 2^{m+1} \leq 6\}$$

$$= \{-4, -3, -2, \dots, 0, 1\}$$

$$n=5 \Rightarrow A_5 = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m+1| \leq 5, 2^{m+1} \leq 10\}$$

$$= \{-6, -5, -4, \dots, 2\}$$

$$A_5 - A_2 = \{-6, -5, -4, 2\}$$

$$(A_5 - A_2) \cap A_3 = \{-4\}$$

۲۸. گزینه ۳

با توجه به ضابطه بیان شده برای  $A_n$ ،  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  و  $A_4$  و  $A_5$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (1, 3) \\ A_2 &= (-2, 6) \\ A_3 &= (3, 9) \\ A_4 &= (-4, 12) \\ A_5 &= (5, 15) \end{aligned} \right\} \bigcup_{i=1}^5 A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 = (-4, 15)$$

حال باید پیدا کنیم که در بازه  $(-4, 15)$  چند عدد صحیح وجود دارد، اعداد صحیح موجود در بازه  $(-4, 15)$  شامل  $-3, -2, -1, 0, \dots, 13, 14$  می‌شود که این تعداد برابر با ۱۸ تا است.

۲۹. گزینه ۳

ابتدا مجموعه  $A_n$  را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\frac{-2n + n^2}{n^3 - 2n^2} = \frac{n(n-2)}{n^2(n-2)} = \frac{1}{n} \quad (n \neq 2)$$

$$\frac{9n + 3n^2}{3n^2 + n^3} = \frac{3n(3+n)}{n^2(3+n)} = \frac{3}{n}$$

با توجه به عبارات بالا، می‌توانیم  $A_n$  را به شکل زیر بازنویسی کنیم:

$$A_n = \left\{ x \mid \frac{1}{n} \leq x \leq \frac{3}{n} \right\}$$

سپس  $A_n$  را به ازای چند  $n$  مختلف تشکیل می‌دهیم:

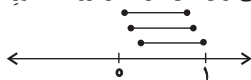
$$n=3 \Rightarrow A_3 : \frac{1}{3} \leq x \leq 1 \Rightarrow A_3 = \left[ \frac{1}{3}, 1 \right]$$

$$n=4 \Rightarrow A_4 : \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow A_4 = \left[ \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right]$$

$$n=5 \Rightarrow A_5 : \frac{1}{5} \leq x \leq \frac{3}{5} \Rightarrow A_5 = \left[ \frac{1}{5}, \frac{3}{5} \right]$$

با توجه به اینکه هرچه  $n$  بزرگتر شود،  $\frac{1}{n}$  و  $\frac{3}{n}$  کوچکتر می‌شوند، پس بازه‌ها همواره کوچک و کوچک‌تر می‌شوند و کران پایین بازه‌ها به

صفر میل می‌کنند. می‌توان این بازه‌ها را روی محور اعداد نیز نمایش داد:



بنابراین اجتماع تمام بازه‌ها صفر را در بر نمی‌گیرد، چون هیچ‌گاه مقدار

$\frac{1}{n}$  دقیقاً صفر نمی‌شود و بیشترین مقدار نیز برابر ۱ است:

$$\bigcup_{n=3}^{\infty} A_n = (0, 1)$$

۳۰. گزینه ۳

ابتدا سعی می‌کنیم  $A_3$  و  $A_4$  را تشکیل دهیم:

$$A_3 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 \leq x < 0\} = \{-7, -6, -5, \dots, -1\}$$

$$A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -10 \leq x < 4\} = \{-10, -9, -8, \dots, 3\}$$

حال  $A_4 - A_3$  را تشکیل می‌دهیم:

$$A_4 - A_3 = \{-10, -9, -8, \dots, 2, 3\} - \{-7, -6, -5, \dots, -1\}$$

$$= \{-10, -9, -8, 0, 1, 2, 3\}$$

هر مجموعه  $n$  عضوی دارای  $2^n$  زیرمجموعه، دارای  $2^n - 1$

زیرمجموعه ناتهی است.

با توجه به نکته بالا،  $A_4 - A_3$  مجموعه‌ای ۷ عضوی است، پس

$2^7$  زیرمجموعه دارد که یکی از آن‌ها تهی است، پس نهایتاً

$$2^7 - 1 = 127$$

۳۱. گزینه ۴

$$A_1 = \left[ \frac{1}{2}, 3 \right], A_2 = \left[ -\frac{1}{3}, 2 \right],$$

$$A_3 = \left[ \frac{1}{4}, \frac{5}{3} \right], A_4 = \left[ -\frac{1}{5}, \frac{3}{2} \right]$$

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = \left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$$

گزینه ۱) ۳۲

ابتدا  $A_1$  تا  $A_4$  را به دست می‌آوریم:

$$A_n = [2n - 3, 2n + 3] \Rightarrow \begin{cases} A_1 = [-1, 5] \\ A_2 = [1, 7] \\ A_3 = [3, 9] \\ A_4 = [5, 11] \end{cases}$$

$$\begin{cases} (A_1 \cup A_2 \cup A_3) = [-1, 9] \\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \{5\} \\ (A_1 \cup A_2 \cup A_3) \cap (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \{5\} \end{cases}$$

این مجموعه شامل عدد طبیعی ۵ است.

گزینه ۴) ۳۳

با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\left(\frac{b}{2}, 5\right) \cap [-3, 2a] = \left(-\frac{3}{4}, 2\right) \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\left(\frac{a}{2}, -2b\right) \cup \left(-b + \frac{3}{2}, 4a\right) = \left(\frac{1}{2}, 3\right) \cup (3, 4)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, 4\right) - \{3\}$$

گزینه ۳) ۳۴

از آن جایی که  $(A \cap B) \cap C$  نامتناهی است می‌توان نتیجه گرفت که مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  لزوماً باید نامتناهی باشند. بنابراین  $A \cup B$  و  $A \cup C$  لزوماً نامتناهی می‌باشند.

باتوجه به شرکت‌پذیری داریم:  $(A \cap B) \cap C = \underbrace{(A \cap C)}_{\text{نامتناهی}} \cap \underbrace{B}_{\text{نامتناهی}}$

فرض کنید  $A = \mathbb{W}$  و  $B = \mathbb{N}$  و  $C = \mathbb{Z}$  باشند، بنابراین  $A - B = \{0\}$  که مجموعه‌ای متناهی است.

گزینه ۲) ۳۵

بررسی موارد:

الف: درست است، با توجه به اینکه  $A \subseteq A \cup B$  و  $A$  نامتناهی است پس  $A \cup B$  نیز نامتناهی است.

ب: نادرست است، فرض کنید  $A = \mathbb{Z}$  و  $B = \mathbb{N}$  باشند، بنابراین  $A \cap B = \mathbb{N}$  می‌شود که مجموعه‌ای نامتناهی است.

پ: درست است، با توجه به اینکه  $A \cap B \subseteq A$  و  $A$  متناهی است، پس  $A \cap B$  نیز متناهی است.

ت: نادرست است، با توجه به اینکه  $B$  می‌تواند متناهی باشد، بنابراین  $A \cup B$  الزاماً نامتناهی نیست.

بنابراین ۲ مورد درست است.

گزینه ۱) ۳۶

۷ نفر برنامه‌نویسی پیشرفته، ۸ نفر طراحی نرم افزار و ۱ نفر مشترک بین آنها هستند، پس  $7 + 8 - 1 = 14$  نفر، در برنامه‌نویسی پیشرفته یا طراحی نرم‌افزار عضو هستند.

گزینه ۱) ۳۷

$$X = \{8, 16, 24, \dots, 120\} \Rightarrow \text{عضو } 15$$

$$Y = \{1, 8, 27, 64\} \Rightarrow \text{عضو } 4$$

$$X - Y = \{16, 24, 32, \dots, 120\} \Rightarrow n(X - Y) = 13$$

دو عضو ۸ و ۶۴ از مجموعه  $X$  کم می‌شوند.

گزینه ۳) ۳۸

$$U = \{x \in \mathbb{N} \mid 4x \leq 65\}$$

$$\Rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$$

گزینه ۱:

$$E \cup O = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\} \Rightarrow$$

$$(E \cup O)' = \{1, 2, 3\} \quad \text{۳ عضو دارد:}$$

$$O = \{5, 7, 9, 11, 13, 15\} \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$O' = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\} \quad \text{۱۰ عضو دارد:}$$

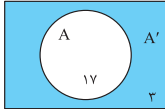
$$E \cap O = \emptyset \Rightarrow (E \cap O)' = U \quad \text{گزینه ۳: ۱۶ عضو دارد:}$$

$$E = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\} \Rightarrow \quad \text{گزینه ۴:}$$

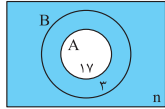
$$E' = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \quad \text{۹ عضو دارد:}$$

گزینه ۳) ۳۹

چون اجتماع دو مجموعه  $B$  و  $A$  برابر با  $B$  است، پس  $A$  زیرمجموعه  $B$  است. در حالتی که  $B$  برابر با مجموعه مرجع باشد، تعداد اعضای  $A'$  حداقل برابر با  $20 - 17 = 3$  می‌شود.



برای بررسی بیشتر فرض کنید  $B \neq U$  باشد، در نتیجه  $B'$  ناتهی است و مثلاً  $n$  عضو دارد. در نتیجه مطابق نمودار زیر،  $A'$  شامل  $3 + n$  عضو می‌شود (مجموعه  $A'$  هاشورخورده است).



گزینه ۴) ۴۰

این سؤال را به زبان جبر مجموعه‌ها ترجمه می‌کنیم تا بتوانیم به کمک آن‌ها سؤال را حل کنیم:

مجموعه  $A$ : نفراتی که در کلاس شیمی شرکت کرده‌اند.  $|A| = 42$

مجموعه  $B$ : نفراتی که در کلاس دینی شرکت کرده‌اند.  $|B| = 25$

در این صورت نفراتی که در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند هم عضو مجموعه  $A$  هستند و هم عضو مجموعه  $B$  پس مجموعه  $A \cap B$ : نفراتی که در هر دو کلاس شرکت کرده‌اند.  $|A \cap B| = 18$

مجموعه جهانی هم کل دانش آموزان خواهد بود.  $|U| = 60$

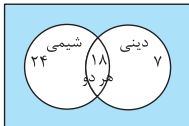
نفراتی که در هیچ کلاسی شرکت نکرده‌اند، عضو مجموعه  $(A \cup B)'$  خواهند بود، زیرا نفرات مجموعه  $A \cup B$  حداقل در یکی از دو کلاس شرکت کرده‌اند:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 42 + 25 - 18 = 49$$

بنابراین تعداد اعضای مجموعه  $(A \cup B)'$  برابر است با  $60 - 49 = 11$  هستند.

نگاهی دیگر: می‌توانیم از نمودار ون استفاده کنیم:

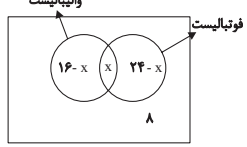
کل دانش آموزان ۶۰ =



$$60 - (18 + 7 + 24) = 11$$

**گزینه ۲** ۴۵

بهترین راه برای حل این سؤال استفاده از نمودار ون می‌باشد، اگر تعداد افرادی که هم فوتبالیست هستند و هم والیبالیست هستند را  $X$  بگیریم، داریم:



با توجه به فرضی که بالا انجام دادیم تعداد افرادی که فقط والیبالیست هستند،  $16-X$  و تعداد افرادی که فقط فوتبالیست هستند  $24-X$  خواهد بود.

حالا با توجه به اینکه جمع تعداد تمام این افراد باید برابر با ۳۶ شود، داریم:  
 $(16-x) + x + (24-x) = 36 \Rightarrow 40-x = 36 \Rightarrow x = 4$   
 توجه کنید که مسئله تمام نشده است، از ما تعداد افرادی که والیبالیست هستند، اما فوتبالیست نیستند خواسته شده است، یعنی:

$$16 - 4 = 12$$

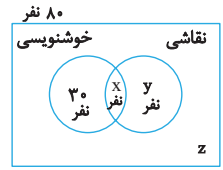
۴ نفر هستند که والیبالیست هستند، اما فوتبالیست نیستند.

**گزینه ۱** ۴۶

نکته: برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ n(A) + n(B - A) &= n(B) + n(A - B) + n(A \cap B) \end{aligned}$$

با توجه به نمودار داریم:



$$x + y = 35 \quad (*)$$

$$30 + x + y + z = 80 \quad (**)$$

$$30 + 35 + z = 80 \Rightarrow z = 80 - 65 = 15$$

یعنی ۱۵ نفر در هیچ یک از دو گروه فعالیت ندارند.

**گزینه ۲** ۴۷

نکته:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

اگر مجموعه افرادی را که در المپیاد شیمی شرکت کرده‌اند، با  $A$  و مجموعه افرادی را که در المپیاد زیست شرکت کرده‌اند، با  $B$  نشان دهیم، داریم:

$$n(A \cup B) = 29 - 5 = 24$$

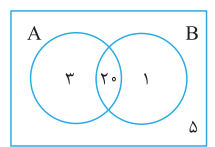
حال مطابق نکته فوق داریم:

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 24 \Rightarrow$$

$$23 + 21 - n(A \cap B) = 24$$

$$\Rightarrow 44 - n(A \cap B) = 24 \Rightarrow n(A \cap B) = 20$$

بنابراین تعداد افرادی که فقط در المپیاد شیمی شرکت کرده‌اند برابر  $23 - 20 = 3$  است.



**گزینه ۲** ۴۱

نکته:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

مجموعه افرادی که مدال طلای شنای ۱۰۰ متر را کسب کرده‌اند با  $A$  و مجموعه افرادی که مدال طلای شنای ۲۰۰ متر را کسب کرده‌اند با  $B$  نمایش می‌دهیم؛ داریم:

$$n(A) = n(B) = 5, n(A \cup B) = 8$$

پس طبق نکته داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 8 = 5 + 5 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

بنابراین ۲ نفر دو مدال طلا کسب کرده‌اند.

**گزینه ۳** ۴۲

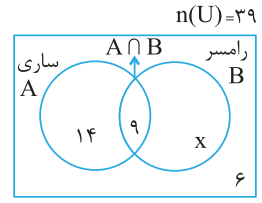
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{5}{6}n(A) = n(B) - \frac{5n(A) - 6(B)}{n(A \cap B) = 0}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + \frac{5}{6}n(A) - 0 = \frac{11}{6}n(A)$$

$$\frac{n(A)}{n(A \cup B)} = \frac{6}{11}$$

**گزینه ۱** ۴۳



۶ نفری که مسافرت نرفته‌اند

$$n(A \cup B) = 39 - 6 = 33$$

$$n(A) = 23, n(A \cap B) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 33 = 23 + n(B) - 9 \Rightarrow n(B) = 19$$

$$x = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 9 = 10$$

**گزینه ۳** ۴۴

یادآوری می‌کنیم که:

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$A' \cup B' = (A \cap B)', n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B)$$

با توجه به اطلاعات داده شده، داریم:

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) =$$

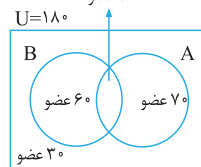
$$210 + 65 - 245 = 30$$

$$n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B) =$$

$$300 - 30 = 270$$

۴۸. گزینه ۴

طبق اطلاعات داده شده نمودار زیر را می توان رسم کرد:



$$n(U) - n((A \cup B)') = n(A \cup B) =$$

$$n(B) + n(A) - n(A \cap B)$$

$$180 - 30 = 90 + 80 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 20$$

۴۹. گزینه ۳

$$(Y \cup X)' = X' \cap Y'$$

$$n(X \cap Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cup Y)$$

با توجه به نکات می توان نوشت:

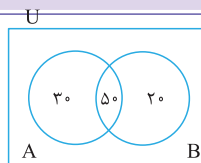
$$n(M) - n(X) - n(Y) + n(X \cup Y) =$$

$$n(M) - (n(X) + n(Y) - n(X \cup Y))$$

$$= n(M) - n(X \cap Y) = n((X \cap Y)') = n(X' \cup Y')$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۵۰. گزینه ۴



$$\{n(U) = 130, n(B) = 70, n(A - B) = 30$$

$$n(A') = 50 \Rightarrow n(A) = 130 - 50 = 80$$

از مجموع دو گزاره بالا نتیجه می شود که:  $n(A \cap B) = 50$

پس حاصل عبارت خواسته شده برابرست با:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 70 - 50 = 20$$

۵۱. گزینه ۴

مجموعه دانش آموزانی را که دو چرخه دارند با (A) و مجموعه دانش آموزانی که اسکوتر دارند، به وسیله (B) نمایش می دهیم. مجموعه مرجع، مجموعه تمام دانش آموزان کلاس است. پس مجموعه دانش آموزانی که هیچ کدام از این دو وسیله را ندارند، همان  $(A \cup B)' = (A' \cap B')$  است.

$$a = n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

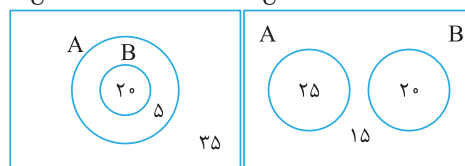
$$= 60 - 25 - 20 + n(A \cap B) = 15 + n(A \cap B)$$

تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه حداقل برابر صفر (در حالتی که A و B جدا از هم باشند) است و حداکثر می تواند ۲۰ (تعداد اعضای مجموعه کوچکتر) باشد، زیرا تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه کم تر یا مساوی تعداد اعضای هر کدام از آنها است. پس:

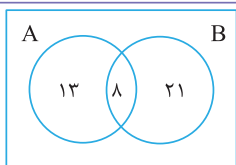
$$0 \leq n(A \cap B) \leq 20 \Rightarrow 15 \leq 15 + n(A \cap B) \leq 35 \Rightarrow$$

$$15 \leq a \leq 35$$

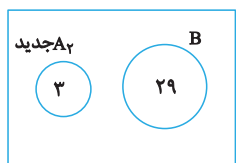
در حقیقت حالت های حداکثر و حداقل a به صورت زیر است:



۵۲. گزینه ۴



اگر ۱۸ عضو از A کم کنیم، ۸ عضو از اشتراک کم می شود (طبق صورت سؤال) و  $18 - 8 = 10$  عضو از  $A - B$  کم می شود و نمودار به صورت زیر در می آید:

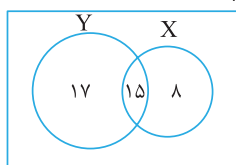


$$n(A \cup B) = 29 + 3 = 32$$

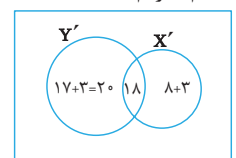
دقت کنید چون فقط از A، ۱۸ عضو کم کرده ایم اعضای مشترک از B حذف نمی شوند و تعداد اعضای B تغییر نمی کند.

۵۳. گزینه ۳

چون مجموعه های  $(X - Y)$  و  $(Y - X)$  به ترتیب ۸ و ۱۷ عضو دارند و  $(X \cup Y)$  دارای ۴۰ عضو است، پس  $(X \cap Y)$  دارای  $(40 - 17 - 8 = 15)$  عضو است.



حال اگر به هر کدام از مجموعه های X و Y، ۶ عضو اضافه شود، چون به  $(X \cap Y)$ ، ۳ عضو اضافه شده، پس به هریک از مجموعه های  $(X - Y)$  و  $(Y - X)$  ۳ عضو اضافه می شود. اگر مجموعه های جدید را  $X'$  و  $Y'$  بنامیم، داریم:



$$\Rightarrow n(X \cup Y) = 20 + 11 + 18 = 49$$

۵۴. گزینه ۴

اطلاعات داده شده در صورت سؤال را می نویسیم:

$$n(X) = 3k, n(Y) = n, n(X \cap Y) = \frac{k+n}{2}$$

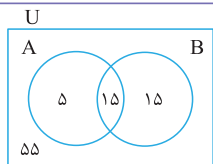
$$n[(X \cup Y) - (X \cap Y)]$$

$$= n(X) + n(Y) - 2n(X \cap Y)$$

$$3k + n - 2\left(\frac{k+n}{2}\right)$$

$$= 3k + n - k - n = 2k$$

۵۵. گزینه ۳





### تعداد زیرمجموعه‌ها

#### ۵۸. گزینه ۲

توجه کنید که عضو  $b$ ، دو بار تکرار شده است. یعنی در واقع مجموعه  $A$ ، ۶ عضوی است.

می‌دانیم یک مجموعه  $n$  عضوی،  $2^n$  زیرمجموعه دارد.

پس مجموعه  $A$ ،  $2^6 = 64$  زیرمجموعه دارد.

#### ۵۹. گزینه ۳

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر با  $2^n$  است، بنابراین داریم:

$$2^n = 2^{n-4} + 960 \Rightarrow 2^{n-4}(16-1) = 960 \Rightarrow$$

$$2^{n-4} = 64 \Rightarrow n-4 = 6 \Rightarrow n = 10$$

#### ۶۰. گزینه ۳

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با:  $2^n$

$$2^n - 1112 = 2^{n-3} \Rightarrow 2^{n-3}(8-1) = 1112 \Rightarrow$$

$$2^{n-3} = 16 \Rightarrow n = 7$$

#### ۶۱. گزینه ۴

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با:  $2^n$  با توجه به اطلاعات مسئله می‌دانیم:

$$\left. \begin{aligned} n(A) + n(B) &= 12 \\ 16 \times 2^{n(A)} &= 2^{n(B)} \Rightarrow n(B) = 4 + n(A) \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow n(B) = 8, n(A) = 4$$

#### ۶۲. گزینه ۴

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$C = \{\{\}, \{b\}, \{b, \{a\}\}, \{\{a\}\}\}$$

بنابراین داریم:

$$A - C = \{a, \{a\}, \{b\}, b\} -$$

$$\{\{\}, \{b\}, \{b, \{a\}\}, \{\{a\}\}\} = \{a, \{a\}, b\}$$

$A - C$  یک مجموعه ۳ عضوی است و یک مجموعه ۳ عضوی

زیرمجموعه دارد.  $2^3 = 8$

#### ۶۳. گزینه ۱

در ساختن زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$ ، برای هر عضوی دو حالت وجود دارد: ۱- باشد ۲- نباشد

اگر وضعیت عضوی مشخص باشد (یعنی مطمئن باشیم که این عضو حتماً هست یا حتماً نیست)،

برای آن عضو یک حالت در نظر می‌گیریم:

$$= 1 \times \overset{\text{۳ باشد}}{1} \times \overset{\text{۶ نباشد}}{1} \times \overset{\text{۲}}{2} = 8$$

می‌تواند باشد یا نباشد

#### ۶۴. گزینه ۳

توجه داشته باشید که  $A$  حتماً باید تمام اعضای مجموعه  $\{0, 1, 2\}$  را دارا باشد، ولی اعضای از مجموعه  $\{-2, -1, 0, \dots, 5, 6\}$  که در

مجموعه  $\{0, 1, 2\}$  نیستند را می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد.

یعنی هر کدام از اعضای  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, -2, -1$ ، دو حالت دارند: عضو

$A$  باشند یا نباشند، پس  $2^6$  حالت برای مجموعه  $A$  داریم.

$$n(B - A) = 15$$

$$n(B) = 30$$

$$n(A \cap B) = n(B) - n(B - A) = 30 - 15 = 15$$

$$n(B' \cap A) = n(A - B) = 5$$

$$n(B' - A) = n(B' \cap A') = n((A \cup B)') =$$

$$n(U) - n(A \cup B) = 90 - 35 = 55$$

#### ۵۶. گزینه ۳

راه حل اول:

$$n(M) = n(A \cup B) + n((A \cup B)') \quad (I)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (II)$$

با توجه به اینکه  $C = A \cap B$  داریم: پس  $C \subseteq A, B$  و در نتیجه داریم:

$$n(B) - n(A \cap B) = n(B) - n(C) \xrightarrow{C \subseteq B}$$

$$n(B) - n(C) = n(B - C) \quad (III)$$

$$\xrightarrow{(II), (III)} n(A \cup B) = n(A) + n(B - C) =$$

$$40 + 20 = 60$$

$$\xrightarrow{(I), (II), (III)} n(M) = n((A \cup B)') + n(A \cup B) =$$

$$15 + 60 = 75$$

راه حل دوم:

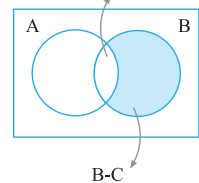
با توجه به شکل داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - C) \quad (1)$$

$$n(M) = n(A \cup B) + n((A \cup B)')$$

$$\xrightarrow{(1)} n(M) = n(A) + n(B - C) +$$

$$n((A \cup B)') = 40 + 20 + 15 = 75$$



#### ۵۷. گزینه ۲

ابتدا مجموعه  $A$  را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 297, 299\}$$

سپس مجموعه  $B$  را تشکیل می‌دهیم:

$$B = \{1 \times 5, 3 \times 7, 5 \times 9, \dots, (299) \times (303)\}$$

سؤال از ما حاصل عبارت  $A - (A - B)$  را می‌خواهد. می‌توانیم بگوییم که:

$$A - (A \cap B') = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B) =$$

$$(A \cap A') \cup (A \cap B) = A \cap B$$

پس کافی است حاصل  $A \cap B$  را به دست آوریم، یعنی ببینیم  $A$  و  $B$  چند عضو مشترک دارند.

اعضای مجموعه  $B$  همگی حاصل ضرب اعداد فرد هستند. بنابراین تمام این اعضا فرد خواهند بود.

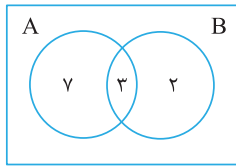
از این موضوع نتیجه می‌گیریم که تمام اعضای  $B$  تا زمانی که بزرگتر از ۲۹۹ نشوند، در  $A$  نیز هستند.

$$1 \times 5 = 5, 3 \times 7 = 21, \dots, 13 \times 17 = 221, \dots, 15 \times 19 = 285$$

بعدها ۱۵، حاصل بزرگتر از ۲۹۹ می‌شود، پس ۸ عضو مجموعه  $B$  در  $A$  نیز هستند.

گزینه ۲ .۶۹

با توجه به نمودار ون می‌توان نتیجه گرفت که:



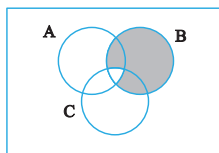
$$\begin{aligned} (A - B') &= (A \cap B) \\ n(A - (A - B')) & \\ &= n(A) - n(A \cap B) = n(A - B) \\ \frac{3}{2}n(A) &= 15 \Rightarrow n(A) = 10 \\ \Delta n(A \cap B) &= 15 \Rightarrow n(A \cap B) = 3 \\ n(A) - n(A \cap B) &= 10 - 3 = 7 \end{aligned}$$

گزینه ۲ .۷۰

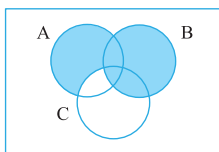
سعی می‌کنیم شکل هر قسمت را به طور جداگانه رسم کنیم:

گزینه ۱:  $B - (A \cap C)$

ابتدا  $B$  را هاشور زده و سپس اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $C$  را از آن حذف می‌کنیم:

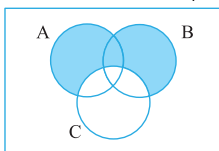


گزینه ۲:  $B \cup (A - C)$



ابتدا  $A - C$  را پیدا کرده و سپس اجتماع آن را با  $B$  هاشور می‌زنیم.

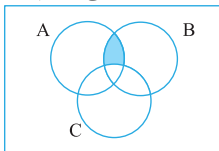
گزینه ۳:  $(A \cup B) - C$



ابتدا  $A \cup B$  را پیدا کرده و قسمت‌هایی از آن را که با  $C$  مشترک است، حذف می‌کنیم.

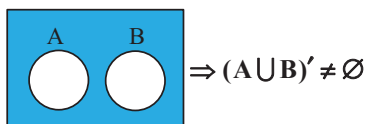
گزینه ۴:  $B \cap (A - C)$

ابتدا قسمت‌های مشترک  $A$  و  $C$  را از  $A$  برمی‌داریم و سپس قسمت‌های حاصل را با  $B$  اشتراک می‌گیریم.



گزینه ۳ .۷۱

برای بررسی موارد، نمودار ون رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار زیر، تنها مورد ب نادرست است.



گزینه ۳ .۶۵

برای حل این سوال از اصل متمم استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{حداقل یک عدد زوج باشد} &= (\text{هیچ عدد زوجی نباشد}) - \text{کل زیر مجموعه‌ها} \\ &= 2^6 - 2^3 = 56 \end{aligned}$$

گزینه ۳ .۶۶

بزرگترین عضو زیرمجموعه باید ۳ یا ۶ یا ۹ باشد. اگر بزرگترین عضو برابر ۳ باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های ممکن برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های  $\{1, 2\}$  یعنی  $2^2 = 4$ . اگر بزرگترین عضو برابر ۶ باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های ممکن برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های  $\{1, 2, \dots, 5\}$  یعنی  $2^5$  و نهایتاً اگر بزرگترین عضو برابر ۹ باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های ممکن برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های  $\{1, 2, \dots, 8\}$  یعنی  $2^8$ . بنابراین تعداد کل زیرمجموعه‌ها برابر است با:  $2^9 = 2^8 + 2^5 + 2^2$

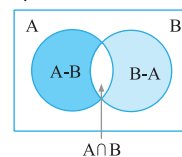
جبر مجموعه‌ها

گزینه ۴ .۶۷

در سؤالاتی که با  $(A - B) \cup (B - A)$  مواجه می‌شویم، استفاده از روابط زیر می‌تواند کارساز باشد:

نمودار ون  $(A - B) \cup (B - A)$ :

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (B - A) &= (A \cup B) - (A \cap B) = \\ &= (A \cap B') \cup (B \cap A') \end{aligned}$$



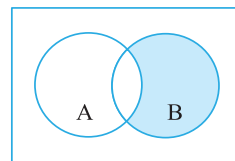
با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{aligned} (A \cap B') \cup (B \cap A') &= \{b, d\} = (A - B) \cup (B - A) = \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) \end{aligned}$$

با توجه به اینکه در  $(A - B) \cup (B - A)$ ، عضو  $d$  را داریم، بنابراین عضو  $d$  باید در  $(A \cup B)$  باشد و با توجه به اینکه عضو  $d$  در  $A$  نیست، پس باید حتماً در  $B$  باشد، از طرفی عضوهای  $c$  و  $a$  در  $A$  هستند، ولی در  $(A - B) \cup (B - A)$  نیستند، بنابراین این دو عضو باید در  $B$  باشند تا در  $A \cap B$  نیز ظاهر شوند. بنابراین  $B = \{a, c, d\}$

گزینه ۳ .۶۸

تا جایی که امکان دارد صورت سؤال را ساده می‌کنیم، داریم:



$$\begin{aligned} ((A \cup B)' \cup A)' &\xrightarrow{\text{قوانین دمورگان}} ((A' \cap B') \cup A)' \Rightarrow \\ &= (A' \cap B')' \cap A' \Rightarrow (A \cup B) \cap A' \\ &\Rightarrow \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup (A' \cap B) = B - A \end{aligned}$$

۷۵. گزینه ۱

$$\left\{ \begin{array}{l} (A-B) \subseteq (B-A) \\ (A-B) \cap (B-A) = \emptyset \end{array} \right. \Rightarrow A \subseteq B$$

سوال را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} U - ((A \cup B) \cup (A \cap B)') &= ((A \cup B) \cup (A \cap B)')' \\ &= ((A \cup B)' \cap (A \cap B)) = \left( \underbrace{A' \cap A}_{\emptyset} \cap B' \right) = \emptyset \end{aligned}$$

۷۶. گزینه ۴

عکس قضایای سوال را بررسی می‌کنیم:

(الف) مثال نقض:

$$A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 4\} \Rightarrow A \cap C = \{1\} =$$

$$B \cap C \Rightarrow A \neq B$$

(ب)  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A - (A \cap B) = A$  پس این قضیه درست است.

(پ)  $A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$  چون تمام اعضای  $A$  در  $B$  وجود دارند پس این قضیه درست است.

(ت)  $A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$  چون  $A$  عضو جدیدی به  $B$  اضافه نمی‌کند، پس تمام اعضای  $A$  در  $B$  نیز وجود دارند پس این قضیه درست است.

(ث)  $B \cap A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A'$  چون  $A$  و  $B$  هیچ اشتراکی ندارند، پس تمام اعضای  $B$  در  $A'$  وجود دارند پس این قضیه نیز درست است. بنابراین ۴ مورد درست است.

۷۷. گزینه ۲

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left( \left( \frac{C-B}{C \cap B'} \right) \cap A \right) \cap ((A \cap B') \cap C) \xrightarrow{\text{شرکت پذیری}} C \cap B' \cap A \cap A \cap B' \cap C = A \cap B' \cap C = (A \cap C) - B$$

۷۸. گزینه ۱

عبارت صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$D = ((A \cup B) \cap A) \cup C \xrightarrow{\text{طبق قانون جذب}}$$

$$D = A \cup C \xrightarrow{C \subseteq A} D = A$$

۷۹. گزینه ۴

عبارت صورت سوال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ((A-B)' \cup (A' \cap B'))' &= ((A \cap B) \cup (A \cup B))' = \\ (A \cap B)' \cap (A \cup B) &= (A \cup B) - (A \cap B) = \\ (A-B) \cup (B-A) \end{aligned}$$

۸۰. گزینه ۳

$$|A \Delta B| = |(A \cup B) - (A \cap B)| \quad \text{دقت کنید:}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} |(A \cup B) - (A \cap B)| &= |A \cup B| - |(A \cup B) \cap (A \cap B)| \\ &= |A| + |B| - |A \cap B| - |A \cap B| = ۱۸ + ۲۱ - ۷ - ۷ = ۲۵ \end{aligned}$$

۷۲. گزینه ۴

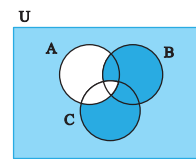
عبارت صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} U - ((B-A)' - A) &= ((B-A)' - A)' = \\ ((B-A)' \cap A')' &= \\ \underbrace{(B-A) \cup A}_{B \cap A'} &= (B \cup A) \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U = (A \cup B) \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.

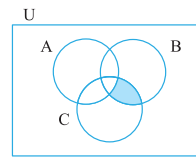
۷۳. گزینه ۲

در صورت لزوم ابتدا گزینه‌ها را ساده کرده و سپس نمودار ون هر یک را رسم می‌نماییم:

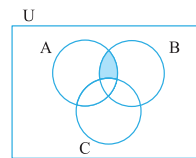


گزینه ۱:  $(B \cap C)' \cup A' = (B-C) \cup A'$

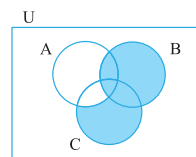
گزینه ۲:  $(B-A) \cap (C-A)$



گزینه ۳:  $(A \cap B) - C$



گزینه ۴:  $B \cup (C-A)$



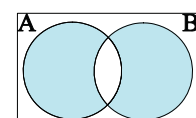
۷۴. گزینه ۴

ابتدا مجموعه داده شده در صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ((A \cap B) \cup (A' \cap B'))' &= (A \cap B)' \cap (A' \cap B')' = \\ (A \cap B)' \cap (A \cup B) &= (A \cup B) - (A \cap B) \end{aligned}$$

پس در واقع صورت سوال از ما تعداد اعضای مجموعه  $(A \cup B) - (A \cap B)$  را می‌خواهد:

$$۳ + ۴ = ۷$$



۸۱. گزینه ۲

می‌دانیم:  $A \cap B' = A - B$  پس عبارت را ساده می‌کنیم:

$$A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B \rightarrow A \cup B = B$$

وقتی اجتماع مجموعه  $A$  با مجموعه  $B$ ، همان مجموعه  $B$  می‌شود، یعنی مجموعه  $A$  عضوی ندارد که در مجموعه  $B$  نباشد. این جمله بدین معناست که تمام اعضای مجموعه  $A$ ، در  $B$  نیز هستند: پس  $A \subseteq B$

۸۲. گزینه ۳

یادآوری می‌کنیم که:  $B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B$

بنابراین تنها گزینه ۳ نادرست است:  $B \cap A' = B - A \neq \emptyset$

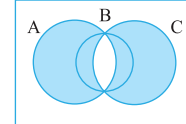
۸۳. گزینه ۲

موارد ب و ث قسمت‌هاشور زده را به درستی بیان می‌کنند. بررسی موارد نادرست:

$$\left( \frac{(B \cap C)' \cap A}{B' \cup C'} \right) \cup \left( \frac{(B \cap A)' \cap C}{B' \cup A'} \right) =$$

$$(A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (C \cap B') \cup (C \cap A')$$

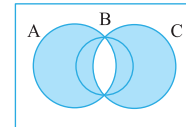
عبارت جبری بالا را روی نمودار ون نشان می‌دهیم.



الف

پ)  $(C - B') \cup (A - B') = (C \cup A) \cap B = B$  پس مورد پ نادرست است.

ت) عبارت جبری را روی نمودار ون نشان می‌دهیم.



ب

۸۴. گزینه ۳

ابتدا عبارت صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$(A \cup B) \cap (A \cap B)' = \emptyset \xrightarrow{A \cap B' = A - B}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$$

نکته: اگر  $A - B = \emptyset$  شود، آنگاه  $A \subseteq B$  است.

نکته: اگر  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  هر دو برقرار باشد، آنگاه  $A = B$

حاصل  $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$  شده است با توجه به نکته اول:

$$(1) A \cup B \subseteq A \cap B$$

از طرفی می‌دانیم که همواره  $A \cap B \subseteq A \cup B$  می‌باشد. (۲)

$$\xrightarrow{(1), (2)} A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

۸۵. گزینه ۳

عبارت صورت سؤال را ساده می‌کنیم، در ساده کردن صورت سؤال، نکته زیر می‌تواند کارساز باشد:

$$A' - B' = B - A$$

$$\text{اثبات: } A' - B' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$(A' - B') \cup (B' - A') = (B - A) \cup (A - B) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

۸۶. گزینه ۴

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$A = (C \cup B) \cap (C \cap B)' = (C \cup B) - (C \cap B)$$

حال عبارت خواسته شده را ساده می‌کنیم:

$$D = \underbrace{(C' \cap B')}_{B \cup C} \cap A' = (B \cup C) - A$$

$$\xrightarrow{A = (C \cup B) - (C \cap B)} D = B \cap C$$

دقت کنید که در بالا مجموعه  $A$  همان مجموعه  $C \cup B$  است که مجموعه  $C \cap B$  از آن برداشته شده است. پس وقتی  $A$  را از  $B \cup C$  بر می‌داریم،  $B \cap C$  باقی می‌ماند.

۸۷. گزینه ۳

مطابق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\left[ \underbrace{U - (B \cap C)}_{B' \cup C'} \right] \cap \left[ \underbrace{(B \cap X \cap C) \cup (C \cap B \cap A)}_{B \cap C \text{ فاکتور می‌گیریم}} \right] \Rightarrow$$

$$\underbrace{(B' \cup C') \cap (B \cap C)}_{\emptyset} \cap (X \cup A) \Rightarrow \emptyset \cap (X \cup A) = \emptyset$$

پس به ازای هر مجموعه  $X$ ، حاصل عبارت  $\emptyset$  است.

۸۸. گزینه ۲

عبارت صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$(A' \cup B)' = A \cap B' \Rightarrow (A \cap B') \subseteq (A \cap B)'$$

برای حل ادامه سؤال به نکته زیر توجه کنید:

نکته: در رابطه با یک مجموعه و متمم نسبت به مجموعه جهانی، دانستن رابطه ساده روبه‌رو می‌تواند کارساز باشد:

$$A \subseteq A' \Rightarrow A = \emptyset$$

عبارت بالا به این معنا است که تنها مجموعه‌ای که می‌تواند زیرمجموعه متمم خود باشد، تهی است. زیرا متمم یک مجموعه را به این شکل تعریف می‌کنیم که:  $A' = \{x \mid x \notin A\}$  (یعنی اعضای که در  $A$  نیستند).

با توجه به نکته بالا چون داریم  $(A \cap B') \subseteq (A \cap B)'$  نتیجه می‌گیریم که  $A \cap B' = \emptyset$ .

عبارت بالا به این معناست که  $A$  هیچ عضو مشترکی با  $B'$  ندارد. به عبارت دیگر تمام اعضای مجموعه  $A$  در  $B$  واقع شده‌اند که به زبان ریاضی می‌گوییم:  $A \subseteq B$

۸۹. گزینه ۳

ابتدا عبارت صورت سؤال را به زبان ریاضی بازنویسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} A \cap B' &= A - B \\ A \cup B &= A \cap B' \end{aligned} \right\} A - B = A \cup B$$

می‌دانیم که  $A - B$  همواره زیرمجموعه  $A$  است و  $A$  نیز همواره زیرمجموعه  $(A \cup B)$  است.

خوب است عبارت درون کادر را به عنوان نکته به‌خاطر بسپاریم:

$$\boxed{A - B \subseteq A \subseteq A \cup B}$$

حالا با توجه به صورت سؤال  $A \cup B = A - B$ ، از کنار هم قرار دادن این فرض و نکته بالا به این نتیجه می‌رسیم که:

$$\left. \begin{aligned} A - B &= A \cup B = A \\ A \cup B &= A - B \\ A - B &\subseteq A \subseteq A \cup B \end{aligned} \right\} A - B = A \cup B = A$$

از تساوی  $A - B = A$  به این نتیجه می‌رسیم که  $A$  و  $B$  دو مجموعه مجزا از هم می‌باشند. (I)

و از این تساوی که  $A \cup B = A$  به این نتیجه می‌رسیم که (II)  $B \subseteq A$

$$\left. \begin{aligned} (I) & \Rightarrow A \cap B = \emptyset \\ (II) & \Rightarrow A \cap B = B \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = \emptyset$$

**۹۰. گزینه ۲**

با استفاده از قانون جذب داریم:

$$((BUC') - C) = ((BUC') \cap C') = C'$$

دوباره از قانون جذب استفاده می‌کنیم:

$$\left( \underbrace{((BUC') - C)}_{C'} \cap \underbrace{(ANC')}_{A'UC'} \right) = (C' \cap (A'UC')) = C'$$

و بار دیگر از قانون جذب استفاده می‌کنیم:

$$\left( \underbrace{(((BUC') - C) \cap (ANC'))}_{C'} \right) \cup (B \cap C') = C' \cup (B \cap C') = C'$$

**۹۱. گزینه ۳**

صورت سوال را به زبان ریاضی بازنویسی می‌کنیم:

$$BU[A \cap (A' \cap C')] = BU[A \cap (A \cup C')]$$

با توجه به قانون جذب، حاصل  $A \cap (A \cup C') = A$  می‌شود، پس حاصل را می‌توانیم به شکل روبرو بازنویسی کنیم:

$$BU[A \cap (A' \cap C')] = A \cup B$$

حالا با توجه به اینکه  $B$  زیرمجموعه  $(A \cap C)$  است و خود  $(A \cap C)$  نیز زیرمجموعه  $A$  است، نتیجه می‌گیریم که  $B \subseteq A$  زیرمجموعه  $A$  است:

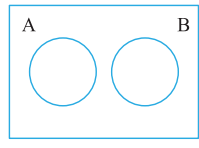
اگر  $B$  زیرمجموعه  $A$  باشد، تمام اعضای  $B$  در  $A$  نیز وجود دارند، پس  $A \cup B = A$ ، هیچ عضوی اضافه‌تر از  $A$  ندارد:

$$B \subseteq A \Rightarrow A \cup B = A$$

**۹۲. گزینه ۳**

با توجه صورت سوال، تمام اعضای مجموعه  $B$  در مجموعه  $A'$  وجود دارد و از آنجا که  $A'$  برابر «هر چیزی غیر  $A$ » است، هیچ یک از اعضای  $B$  در  $A$  وجود ندارد و در نتیجه دو مجموعه  $A$  و  $B$  از یکدیگر جدا هستند. نمودار ون دو مجموعه را رسم می‌کنیم:

$$U - \left( \underbrace{(A \cap B')}_A \cup \underbrace{(B \cap A')}_B \right) = (A \cup B)' = A' \cap B'$$



**۹۳. گزینه ۳**

با استفاده از قضایای جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & \underbrace{(B - (B \cap A'))}_{B \cap (B \cap A')} \cup \underbrace{(A \cap (B \cap A))}_{A \cap (B' \cup A')} \\ & \underbrace{(B \cap (B' \cup A))}_{(B \cap B') \cup (B \cap A)} \cup \underbrace{\left( \underbrace{(A \cap B')}_{A-B} \cup \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \right)} \\ & = \left( \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} \cup (B \cap A) \right) \cup \left( \left( \underbrace{A-B}_{A - (B \cap A)} \right) \cup \emptyset \right) = \\ & ((B \cap A) \cup (A - (B \cap A))) = A \end{aligned}$$

**۹۴. گزینه ۴**

اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه  $B' \subseteq A'$  است. پس داریم:

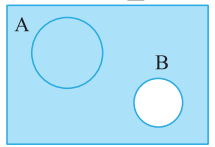
$$A \subseteq B' \subseteq C' \Rightarrow C \subseteq B \subseteq A' \Rightarrow \begin{cases} C \cup B = B \\ B - A = B \cap A' = B \end{cases}$$

بنابراین حاصل  $[B \cap B]' = B'$  است.

**۹۵. گزینه ۳**

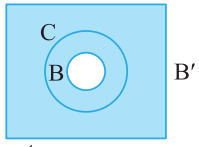
گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:  
(الف): درست

$$B \subseteq A' \Rightarrow B \cap A = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B'$$



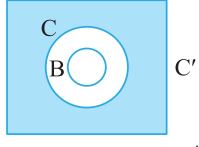
(ب): درست

$$\begin{cases} B \subseteq A' \\ A' \subseteq C \end{cases} \Rightarrow B \subseteq C$$



$$B \subseteq A' \subseteq C \Rightarrow C \not\subseteq B' \quad \text{(ج): نادرست}$$

$$B \subseteq A' \subseteq C \Rightarrow B \not\subseteq C' \quad \text{(د): نادرست}$$



بنابراین ۲ مورد نادرست است.

**۹۶. گزینه ۴**

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{aligned} & ((A \cup B) \cap (A \cap B))' = (A' \cup B') \Rightarrow \\ & U - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow \\ & \text{با توجه به رابطه بالا و نمودار ون رابطه، عبارت } U = A \cup B \text{ برقرار خواهد بود.} \end{aligned}$$

**۹۷. گزینه ۲**

با توجه به فرض مسئله  $|B| = ۱۳$  است، داریم:

$$\begin{aligned} & |B| - |A \cap B| = ۸ \Rightarrow \\ & ۱۳ - |A \cap B| = ۸ \Rightarrow |A \cap B| = ۵ \quad \text{(I)} \end{aligned}$$

حال به ساده کردن مجموعه‌ای که صورت سؤال از ما خواسته می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} & (A \cup B') - (A - B) = (A \cup B') - (A \cap B') \\ & = (A - B') \cup (B' - A) \\ & = (A \cap B) \cup (B' \cap A') \end{aligned}$$

با توجه به (I) می‌دانیم که  $|A \cap B| = ۵$  و با توجه به داده‌های صورت سؤال:  $|A' \cap B'| = ۱۰$

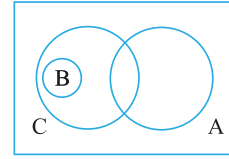
پس حاصل مجموعه مطلوب را یافتیم، حالا باید تعداد اعضای آن را مشخص کنیم:

$$\begin{aligned} & |(A \cap B) \cup (B' \cap A')| = |A \cap B| + |A' \cap B'| - \\ & |A \cap B \cap B' \cap A'| = ۱۰ + ۵ - ۰ = ۱۵ \end{aligned}$$

۹۸. گزینه ۳

ابتدا عبارت صورت سؤال را ساده‌تر می‌کنیم، داریم:

$$(A \cup C)' = A' \cap C' = C - A \Rightarrow B \subseteq C - A$$



بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $B \subseteq A' \cap C \Rightarrow B \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B'$

از اینکه B زیرمجموعه  $A' \cap C$  هست، نتیجه می‌گیریم که B قطعاً در  $A'$  هست و وقتی  $B \subseteq A'$  باشد، حتماً  $A \subseteq B'$  خواهد بود. گزینه ۲:

$$\left. \begin{aligned} B \subseteq A' \cap C \\ (A' - C) \cup (C - A') = (A' \cup C) - (C \cap A') \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{B \cap ((A' - C) \cup (C - A')) = \emptyset}{\Rightarrow}$$

$$((A' - C) \cup (C - A')) \subseteq B'$$

گزینه ۴: از صورت سؤال مستقیماً نتیجه می‌شود که:

$$B \subseteq (A' \cap C) \Rightarrow (A' \cap C)' \subseteq B'$$

گزینه ۳: نتیجه‌گیری نادرست همین گزینه است.

۹۹. گزینه ۴

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: درست است، زیرا هر عضوی که در A هست در C نیز هست و هر عضوی که در B هست در C هم هست. بنابراین اجتماع A و B از اعضای تشکیل شده است که همه در C هستند.

گزینه ۲:  $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$

هر عضوی که در اشتراک دو مجموعه است، عیناً در اجتماع دو مجموعه نیز می‌باشد. پس A و B باهم برابرند.

گزینه ۳: درست است، زیرا همه اعضای A در C بوده و همه اعضای B نیز در D هستند. اگر  $A \cap B$  عضوی داشته باشد این عضو طبق  $B \subseteq D$  حتماً در D هست و طبق  $A \subseteq C$  حتماً در C هم می‌باشد.

گزینه ۴: این گزینه نادرست است. زیرا ممکن است عضوی در B و C وجود داشته باشد که در A نباشد. مثلاً:  $B = \{1, 2, 3\}$ ،  $C = \{2, 3\}$  و  $A = \{2\}$  در این مثال عضو ۳ در  $B \cap C$  هست، ولی در A نیست.

۱۰۰. گزینه ۴

با توجه به اطلاعات مسئله و استفاده از قانون دمورگان داریم:

$$B' \cap C' = \emptyset \Rightarrow (B' \cap C)' = \emptyset' \Rightarrow B \cup C = U$$

حال A و B را ساده می‌کنیم:

$$A = \underbrace{(B \cup C)}_U \cap (C \cap B)' = (B \cap C)'$$

$$B = \left( \underbrace{(C' - B)'}_{C' \cap B'} \cap A \right)' = \left( \underbrace{(C' \cap B')}_{B \cup C = U} \cap A \right)' = A'$$

$$\frac{A = (B \cap C)'}{\Rightarrow} A' = B \cap C = B \Rightarrow B \subseteq C$$

۱۰۱. گزینه ۳

عبارت‌های صورت سؤال را ساده می‌کنیم

$$\frac{A' \cup B' \cup C}{(A \cap B)'} = ((A \cap B) \cap C)' = ((A \cap B) - C)'$$

$$\xrightarrow{\text{متکم}} \underbrace{(A \cap B) - C}_{\text{مورد پ}} \xrightarrow{\text{شرکت پذیری}} \underbrace{(A \cap B) - (A \cap C)}_{\text{مورد ب}}$$

$$(A \cap B) \cap C' = A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C)$$

مورد ت

عبارت الف را ساده می‌کنیم:

$$(A \cap C') \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap C' \neq (A \cap B) \cap C'$$

متکم صورت سؤال

بنابراین ۳ مورد درست است.

۱۰۲. گزینه ۴

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: این گزینه قانون دمورگان را بیان می‌کند:

$$(A' \cup B)' = A \cap B' \quad \checkmark$$

گزینه ۲:

$$(A \Delta B)' = [(A - B') \cup (B' - A)]' =$$

$$(A - B')' \cap (B' - A)' = (A \cap B)' \cap (B' \cap A)' =$$

$$(A' \cup B') \cap (A \cup B) = [(A' \cup B') \cap A] \cup$$

$$[(A' \cup B') \cap B] =$$

$$(A' \cup B') \cap (A' \cap B') = (A' \cup B') - (A' \cap B') = A' \Delta B'$$

گزینه ۳: صرفاً با استفاده از قانون دمورگان و رابطه  $A - B = A \cap B'$  عبارت را ساده می‌کنیم.

$$(A \cup B)' = A' \cap B = B - A$$

$$(B - A)' = (B \cap A)' = B' \cup A' \Rightarrow$$

$$B' - A = B' \cap A' \Rightarrow$$

واضح است که سمت راست تساوی با سمت چپ آن لزوماً برابر نیست. ×

۱۰۳. گزینه ۱

برای حل سؤال بالا به دو نکته زیر نیاز داریم:

نکته ۱: اگر A و B دو مجموعه مفروض باشند:

$$B = \emptyset \text{ و } A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \text{ (هم A تهی و هم B تهی)}$$

نکته ۲: واضح است که اگر A مجموعه‌ای مفروض باشد، آنگاه داریم:

$$A = \emptyset \Rightarrow A' = U$$

ابتدا عبارت صورت سؤال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\left[ \left[ \underbrace{B \cap (A \cup C)'}_{A' \cap C'} \right] \cap C \right] \xrightarrow{\text{شرکت پذیری}}$$

$$\left[ B \cap A' \cap \underbrace{(C' \cap C)}_{\emptyset} \right]$$

$$= (\emptyset)' = U$$

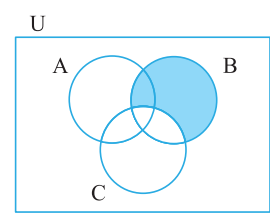
بنابراین تساوی صورت سؤال به ازای هر مجموعه A، B و C برقرار است و لزومی ندارد هیچ کدام تهی باشند.

گزینه ۳ ۱۰۴

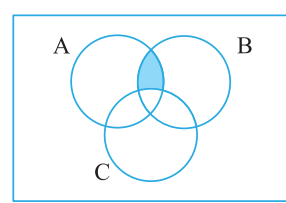
برای هر قسمت نمودار ون مربوطه را رسم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \underbrace{((B-C)-C)}_{B-C} \cup \underbrace{(B \cap C')}_{B-C} \cup ((A \cap B) - C) = \\ & (B-C) \cup ((A \cap B) - C) \end{aligned}$$

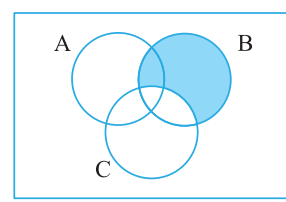
$B-C$  و  $(B \cap C')$ :



$(A \cap B) - C$ :



اجتماع این دو شکل، به صورت زیر می‌شود:



با توجه به نمودار ون بالا حاصل عبارت مورد نظر همواره برابر  $B-C$  می‌باشد.

گزینه ۱ ۱۰۵

می‌دانیم:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

پس داریم:

$$((A \cap B) - (A \cap C)) \cap (A \cap B \cap C)' =$$

$$(A - (A \cap C)) \cap (A \cap C)' =$$

$$A - (A \cap C) = A - C$$

گزینه ۱ ۱۰۶

عبارت صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & ((A \cap B) \cup (A' \cap B'))' - (A' - (A \cap B)) \\ & = (A \cap B)' \cap (A' \cap B')' - (A' - (A \cap B)) \\ & = ((A \cap B)' \cap (A \cup B)) - (A' - (A \cap B)) = \\ & ((A \cup B) - (A \cap B)) - (A' - (A \cap B)) \\ & = [(A \cup B) - (A \cap B)] - [A' \cap (A' \cup B')] = \\ & [(A \cup B) - (A \cap B)] - A' \\ & = [(A \cup B) - (A \cap B)] \cap A = \\ & A \cap [(A \cup B) \cap (A \cap B)'] \\ & = A \cap [(A \cup B) \cap (A' \cup B')] \\ & = \underbrace{(A \cap (A \cup B))}_A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') = \\ & \emptyset \cup (A \cap B') = A - B \end{aligned}$$

گزینه ۳ ۱۰۷

با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم. با استفاده از قانون توزیع پذیری داریم:

$$\begin{aligned} & ((B' \cup A') \cap A) \cup (B \cap (A \cup B')) = \\ & ((A \cap A') \cup (A \cap B')) \cup ((B \cap B') \cup (B \cap A)) \\ & (A \cap B') \cup (B \cap A) = (A - B) \cup (A \cap B) = A \end{aligned}$$

گزینه ۴ ۱۰۸

ابتدا عبارت صورت سؤال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \\ & ((A' \Delta B) \cup (A' \cap B')) = ((B - A') \cup (A' - B)) \cup \\ & \overbrace{(A' \cap B')}^{B'} = ((B - A') \cup (A' - B)) \cup B' \\ & \left( \underbrace{(B \cap A)}_A \cup \underbrace{(A' \cap B')}_{B'} \right) \cup B' = (A \cup B') \cup B' = (A \cup B') \end{aligned}$$

حالا سؤال از ما متتم مجموعه  $(A \cup B')$  را نسبت به مجموعه مرجع

می‌خواهد:  $(A \cup B')' = A' \cap B$