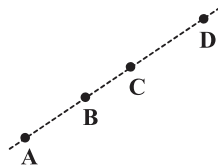


□ آزمون دوم: نسبت و تناسب در هندسه – قضیه تالس – تشابه مثلثها

□ هندسه (۱ صفحه‌های ۲۹ تا ۴۴)

۱۳۱- در شکل زیر، چهار نقطه A, B, C, D طوری روی یک خط قرار گرفته‌اند که رابطه $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} = \frac{3}{2}$ برقرار است. اگر $AD = ۱۰$ باشد، طول

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)



پاره خط BD کدام است؟

(۱) $6/4$

(۲) $6/25$

(۳) 6

(۴) $5/75$

۱۳۲- در مثلثی به طول اضلاع $a = 3, b = 4, c = 6$ حاصل $\frac{h_a - h_c}{h_b}$ کدام است؟ (h_a, h_b, h_c) به ترتیب ارتفاع‌های نظیر اضلاع a, b, c می‌باشند.

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

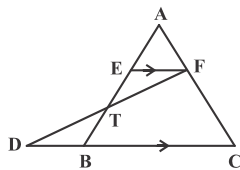
۱۳۳- در شکل زیر $EF \parallel CD, DB = 4$ و $2AE = 2ET = BT$ است. طول BC کدام است؟

(۱) 6

(۲) 8

(۳) 9

(۴) 10



۱۳۴- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر اندازه قاعده‌ها ۳ و ۴ است. اگر M روی ساق مایل طوری باشد که $S_{CDM} = 2S_{ABM}$ فاصله M از ساق قائم

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

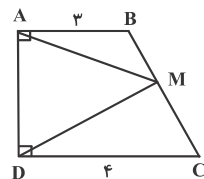
کدام است؟

(۱) $\frac{17}{5}$

(۲) $\frac{27}{7}$

(۳) $\frac{29}{8}$

(۴) $\frac{19}{6}$



(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

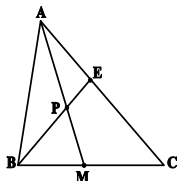
۱۳۵- در شکل زیر، P وسط میانه AM است. نسبت $\frac{AE}{CE}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$



(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

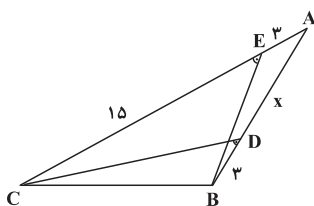
۱۳۶- در شکل مقابل، $\hat{C}EB = \hat{C}DB$ می‌باشد. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول AD کدام است؟

(۱) 4

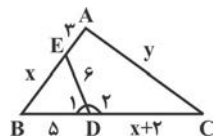
(۲) 5

(۳) 6

(۴) 7



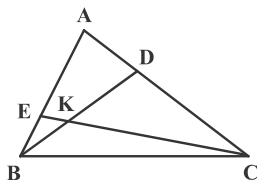
(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۷- در شکل زیر اگر $\widehat{A} + \widehat{D} = 180^\circ$ باشد، مقدار $2x - y$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۳۸- در مثلث ABC، دو پاره خط BD و CE در نقطه K متقاطع‌اند. اگر $\frac{AD}{AC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{3}$ باشد، نسبت $\frac{BK}{KD}$ کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

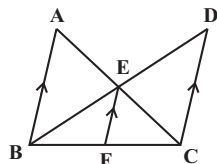


- (۲) ۱
(۴) $\frac{1}{2}$

- (۱) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{3}{4}$

۱۳۹- در شکل زیر، اگر $AB \parallel EF \parallel CD$ ، $EF = 3$ و $9S_{ABE} = 4S_{CDE}$ باشد، طول CD کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)



- (۱) $\frac{4}{5}$
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) $\frac{7}{5}$

۱۴۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\widehat{A} = 90^\circ$)، $AB = 8$ ، $AC = 6$ ، ارتفاع وارد بر وتر است و عمودمنصف ضلع AB، ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. طول پاره خط DH کدام است؟

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱/۶ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۴ (۲)

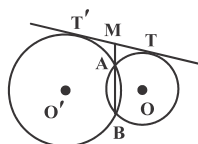
۱/۲ (۱)

آزمون دوم: رابطه‌های طولی در دایره - چندضلعی‌های محاطی و محیطی (تا ابتدای چهارضلعی‌های محاطی و محیطی)

هندسه ۱۲ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶

۱۴۱- در شکل زیر فاصله مراکز دو دایره متقاطع برابر $OO' = 9$ است. وتر مشترک $AB = 5$ را امتداد می‌دهیم تا مماس مشترک خارجی TT' را در

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

نقطه M قطع کند. اگر $AM = 2$ باشد، اختلاف اندازه شعاع‌های دو دایره کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) ۵
(۴) $4\sqrt{2}$

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۴۲- در مثلثی با اضلاع ۶، ۸ و ۱۰، فاصله مرکز دایره محاطی داخلی تا مرکز دایره محیطی کدام است؟

- (۲) $\sqrt{5}$
(۴) $\sqrt{10}$

- (۱) $\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{8}$

۱۴۳- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 4)$ خارج یکدیگرند. اگر مماس مشترک داخلی این دو دایره، خط‌المركزین $OO' = 8$ را به نسبت ۲ به ۱ قطع کند،

(کتاب درسی - مرتبط با صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

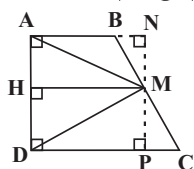
طول این مماس مشترک چقدر است؟ ($R < 4$) $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{7}$ (۳) $3\sqrt{7}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۱)

اگر $AE = x$ باشد، آن گاه $ET = x$ و $BT = 2x$ است، پس $AB = 4x$ و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : EF \parallel BC &\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \\ \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} &\Rightarrow \frac{x}{4x} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 8 \end{aligned}$$

۱۳۴. گزینه «۱»

مطابق شکل از نقطه M ، دو عمود MN و MP را به ترتیب بر اضلاع AB و CD و عمود MH را بر ضلع AD رسم می‌کنیم.



با توجه به نسبت مساحت‌ها داریم:

$$\frac{S_{CDM}}{S_{ABM}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times 4 \times MP}{\frac{1}{2} \times 3 \times MN} = 2 \Rightarrow \frac{MP}{MN} = \frac{3}{2}$$

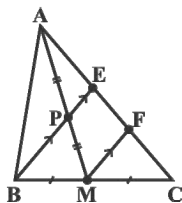
$$\Rightarrow \frac{AH}{HD} = \frac{MN}{MP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AH = 2x \\ HD = 3x \end{cases}$$

MH موازی دو قاعده دوزنقه است، پس داریم:

$$MH = \frac{HD \times AB + AH \times CD}{AD} = \frac{3x \times 3 + 2x \times 4}{5x} = \frac{17}{5}$$

۱۳۵. گزینه «۲»

از نقطه M خطی موازی BE رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در F قطع کند.



$$\triangle AMF : PE \parallel MF \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AP}{PM} \xrightarrow{AP=PM} AE = EF \quad (1)$$

$$\triangle CBE : MF \parallel BE \Rightarrow \frac{CF}{FE} = \frac{CM}{MB} \xrightarrow{BM=CM} CF = EF \quad (2)$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{AE}{CF + FE} \xrightarrow{(2), (1)} \frac{AE}{CE} = \frac{AE}{2AE} = \frac{1}{2}$$

۱۳۶. گزینه «۳»

$$\hat{C}EB = \hat{C}DB \Rightarrow \hat{A}EB = \hat{A}DC$$

داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{A}EB = \hat{A}DC \end{cases} \xrightarrow{(ز)} \triangle AEB \sim \triangle ADC$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{x+3}{18} \Rightarrow x^2 + 3x - 54 = 0$$

$$\Rightarrow (x+9)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ (غوق)} \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{12}}{4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

۱۳۹. گزینه «۳»

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos x + k \sin x}{\sin x + k(1 + \cos x)} &= \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2} + k \left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \right)}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + k \left(2 \cos^2 \frac{x}{2} \right)} \\ &= \frac{2 \sin \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + k \cos \frac{x}{2} \right)}{2 \cos \frac{x}{2} \left(\sin \frac{x}{2} + k \cos \frac{x}{2} \right)} = \tan \frac{x}{2} \end{aligned}$$

در نتیجه برقراری رابطه به مقدار k بستگی ندارد.

۱۴۰. گزینه «۳»

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

می‌دانیم:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x + m(1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= 1 - 3(\sin^2 x \cos^2 x) + m - 2m(\sin^2 x \cos^2 x)$$

$$= m + 1 + \sin^2 x \cos^2 x(-3 - 2m)$$

برای این که تابع ثابت باشد، می‌بایست عبارت $\sin^2 x \cos^2 x$ حذف شود.

$$\Rightarrow -2m - 3 = 0 \Rightarrow -2m = 3 \Rightarrow m = -\frac{3}{2} = -1.5$$

آزمون دوم - هندسه (۱)

۱۳۱. گزینه «۱»

با توجه به شکل و فرض سوال داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{AC}{AD} = \frac{3}{5} \xrightarrow{AD=10} AC=6 \\ \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \xrightarrow{AC=6} AB = \frac{18}{5} = 3.6 \end{cases}$$

$$BD = AD - AB = 10 - 3.6 = 6.4$$

۱۳۲. گزینه «۲»

نسبت ارتفاع‌ها، برابر عکس نسبت اضلاع است.

$$\frac{h_a - h_c}{h_b} = \frac{h_a}{h_b} - \frac{h_c}{h_b} = \frac{b}{a} - \frac{b}{c} = \frac{4}{3} - \frac{4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۳۳. گزینه «۲»

با توجه به موازی بودن BD و EF ، دو مثلث BDT و EFT متشابه هستند و داریم:

$$\frac{ET}{BT} = \frac{EF}{BD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{EF}{4} \Rightarrow EF = 2$$